Chaos Chaos Chaos

Make your own chaos. Just a little math. Some programming.

German version: 3. März 2026 (first version Sep 16th, 2022)

© Thomas Schulmeister, Berlin, Germany

https://thschulm.de/JkC.html
thschulm@web.de

200+ New Chaos Systems

Beispiel 201 benutzt als Basissystem eine alternative Verallgemeinerung des Sel'kov-Systems aus den Beispielen 18 bis 20 und 159.
Wir betrachten ein neues Pendel-Polynom:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -x + by + x^2y - (exy - z^2)\\ \frac{dy}{dt} &= a(d - by - x^2y)\\ \frac{dz}{dt} &= f(exy - z^2)\end{aligned}$$

Neu ist, dass wir für den Parameter d und die Variablen x und y auch negative Werte zulassen. Dadurch verliert das Beispiel seinen Wert als Reaktionsmodell. Solche Erweiterungen und Bewertungen werden wir ab jetzt häufig anstellen.

Das System hat bis zu zwei stationäre Zustände, wir brauchen nur den positiven:

$$x = d, \quad y = d/(b + d^2), \quad z_{1,2} = \pm\sqrt{exy}.$$

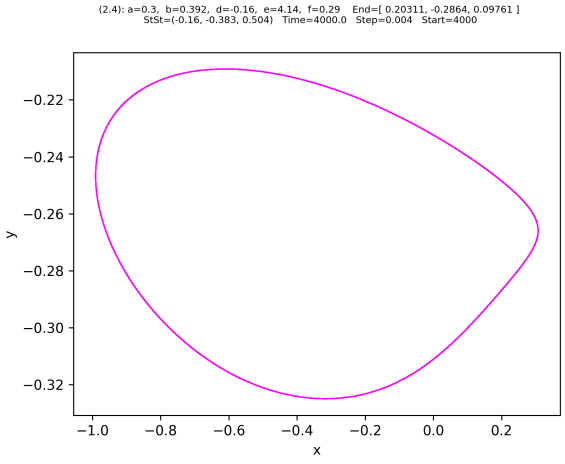
Wir beobachten die Koexistenz eines Grenzzyklus mit einem Chaos-Band, das durch eine Feigenbaum-Route abgebaut wird.

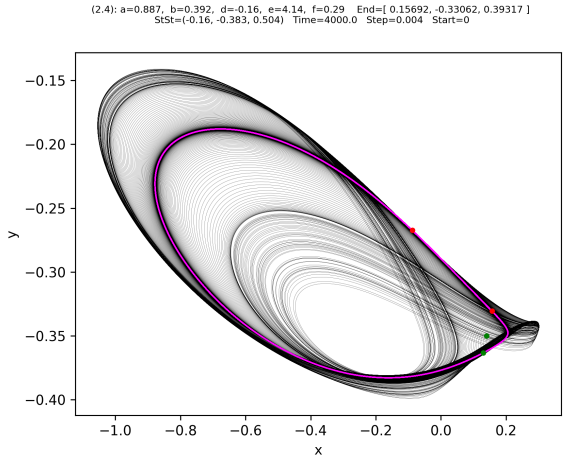
Die Lyapunov-Exponenten sind durchschnittlich und gut berechenbar.

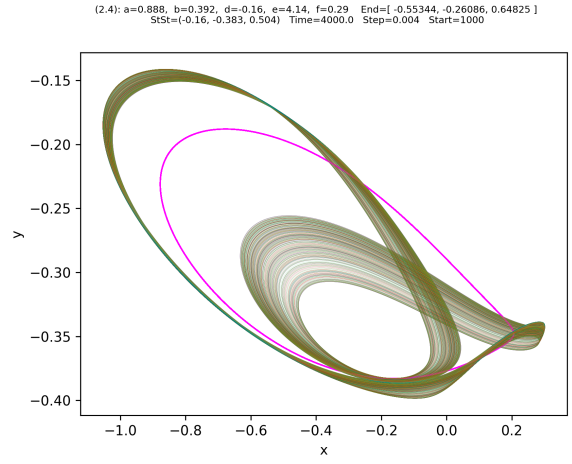
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
0.300	Ein einfacher Grenzzyklus.	
0.887	Ein einfacher Grenzzyklus und eine Chaos-Ruine.	
0.888	Ein einfacher Grenzzyklus und ein 2-faches Chaos-Band.	0.021
0.890	Ein einfacher Grenzzyklus und ein 2-faches Chaos-Band.	0.021
0.901	Ein einfacher Grenzzyklus und ein 4-faches Chaos-Band.	0.008
0.902	Ein einfacher Grenzzyklus und ein 8-faches Chaos-Band.	0.004
0.904	Ein einfacher und ein achtfacher Grenzzyklus.	
0.910	Ein einfacher und ein vierfacher Grenzzyklus.	
0.920	Ein einfacher und ein zweifacher Grenzzyklus.	
0.930	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
1.680	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
2.200	Ein einfacher Grenzzyklus.	

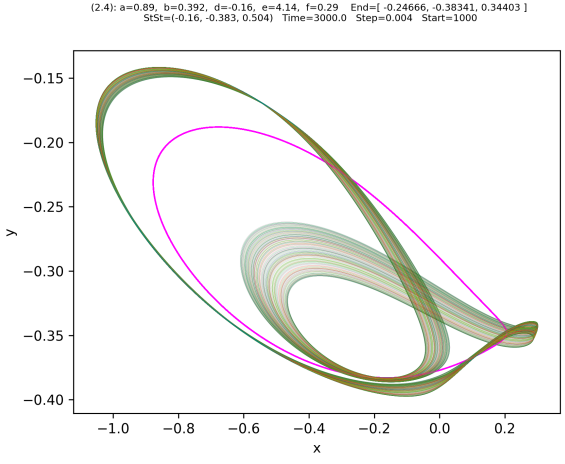
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 201** für
$b = 0.392$, $d = -0.16$, $e = 4.14$, $f = 0.29$ und wachsende Werte von a.

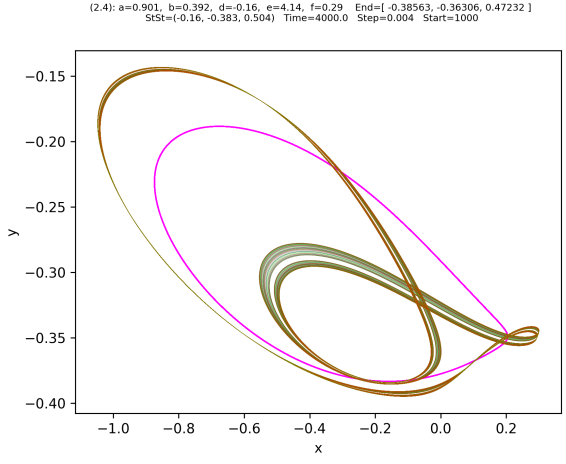
Es beginnt mit einem Grenzzyklus. Aus einer Chaos-Ruine entsteht dazu ein gefaltetes Chaos-Band. Eine Feigenbaum-Route rückwärts findet statt. Dabei verschwindet der Grenzzyklus.

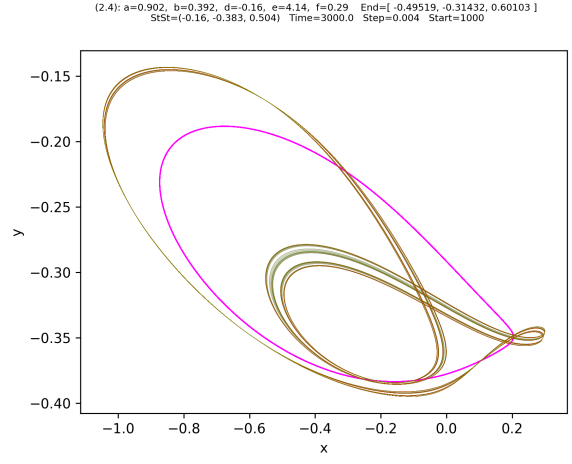






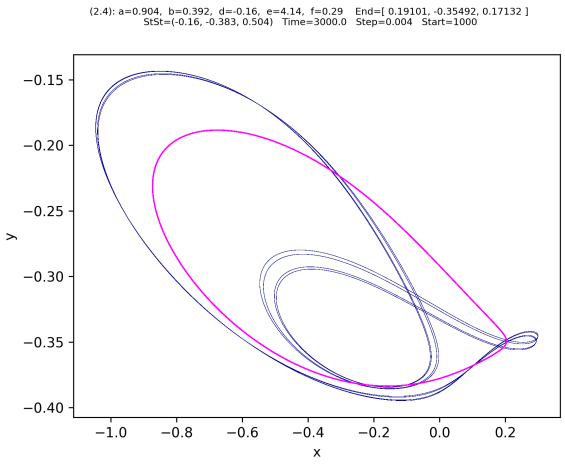


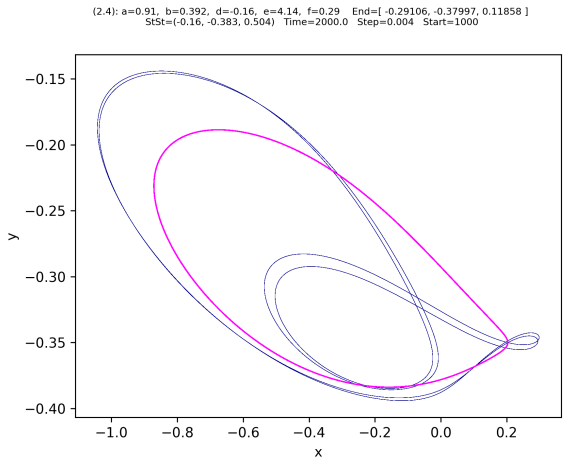


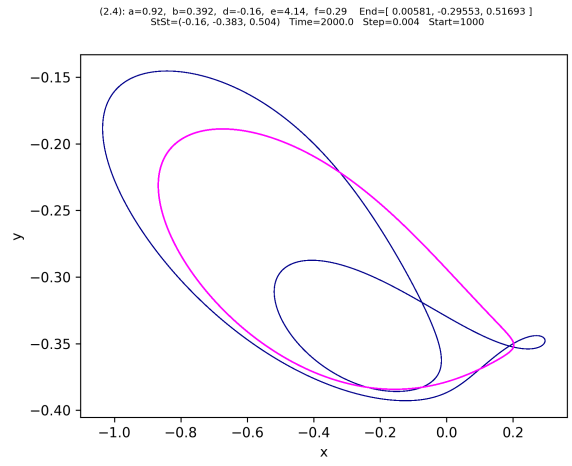


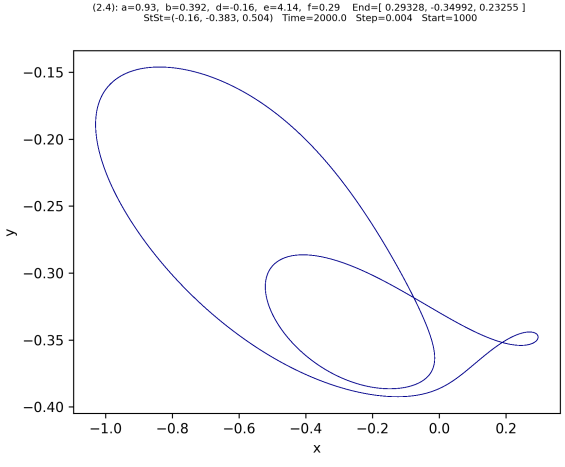
Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 201** für $a = 0.31$, $b = -1.7$, $d = -1.29$, $f = 0.27$ und wachsende Werte von e (die oberen sechs Zeilen der Tabelle).

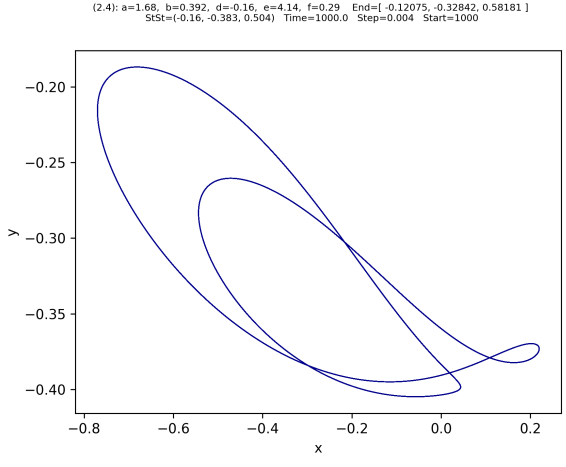
Ein einfacher Grenzzyklus (Bild 1) bekommt über eine Chaos-Ruine (Bild 2) ein 2-faches Chaos-Band in Koexistenz (Bild 3). Das Chaos-Band beginnt eine Feigenbaum-Route rückwärts. Gezeigt werden drei Faltungsverdopplungen (Bilder 3 bis 6).

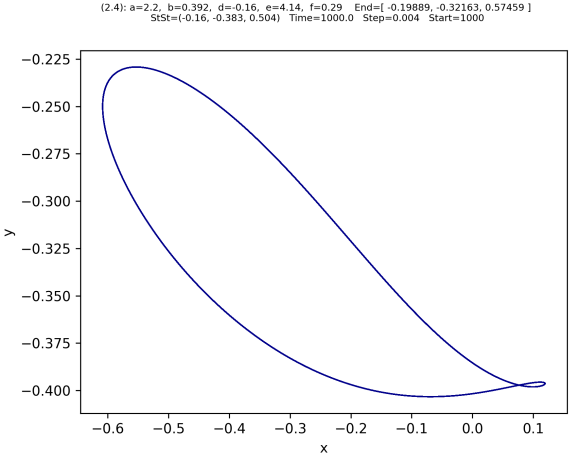












Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 201** für $a = 0.31$, $b = -1.7$, $d = -1.29$, $f = 0.27$ und wachsende Werte von e (die unteren sechs Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route rückwärts wird fortgesetzt durch achtfache, vierfache und zweifache Grenzzyzklen (Bilder 1 bis 3). Der kooperierende einfache Grenzzyklus verschwindet (Bild 4) und die Feigenbaum-Route rückwärts wird beendet (Bild 6).

Beispiel 202 benutzt unser Basissystem mit einem linearen Depot am Produkt:

$$\frac{dx}{dt} = 1 - bx - xy^2$$
$$\frac{dy}{dt} = a(xy^2 + d - y) + ex - z$$
$$\frac{dz}{dt} = f(ex - z)$$

Neu ist, dass wir für die Parameter b und d und die Variable y auch negative Werte zulassen. Dadurch verliert das Beispiel seinen Wert als Reaktionsmodell. Das System hat maximal drei stationäre Zustände, die aber keine Rolle spielen.

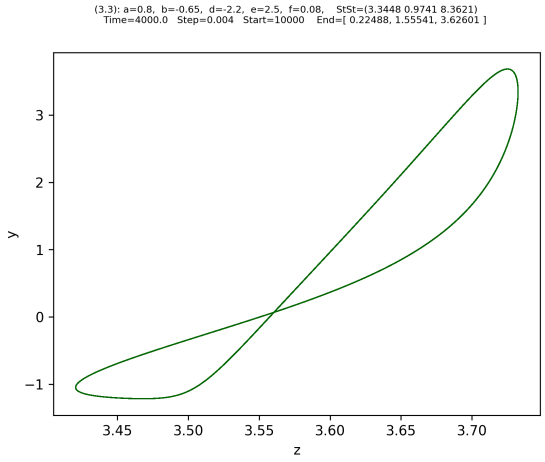
Wir finden eine normale Feigenbaum-Route ins Chaos und auf der anderen Seite des Chaos-Intervalls (offenbar) eine homoklinische Grenzzyklus-Schlinge, eine der eher seltenen Routen ins Chaos (Route 8).

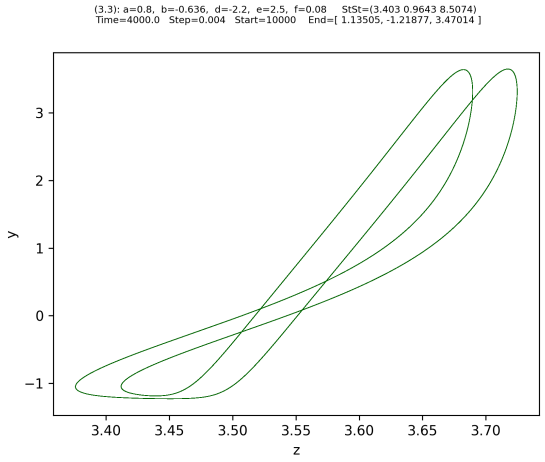
Die Lyapunov-Exponenten sind ordentlich. Deutlich positiv und gut berechenbar.

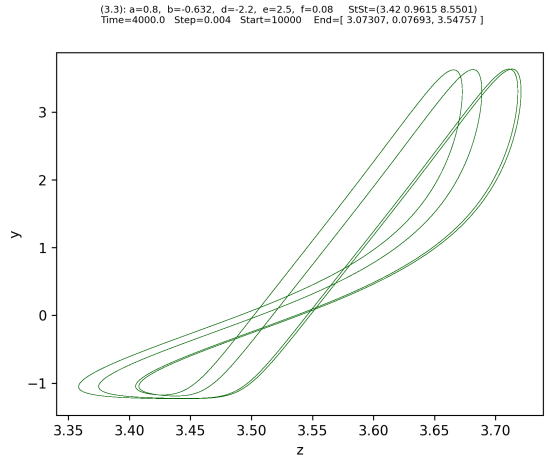
b	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
-0.650	Ein einfacher Grenzzyklus.	
-0.636	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
-0.632	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
-0.6305	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
-0.6302	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.009
-0.630	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.018
-0.629	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.037
-0.627	Chaos.	0.065
-0.623	Ein 18-facher Grenzzyklus.	
-0.600	Ein 14-facher Grenzzyklus.	
0.000	Ein siebenfacher Grenzzyklus.	
0.300	Ein leicht verdrehter Grenzzyklus.	

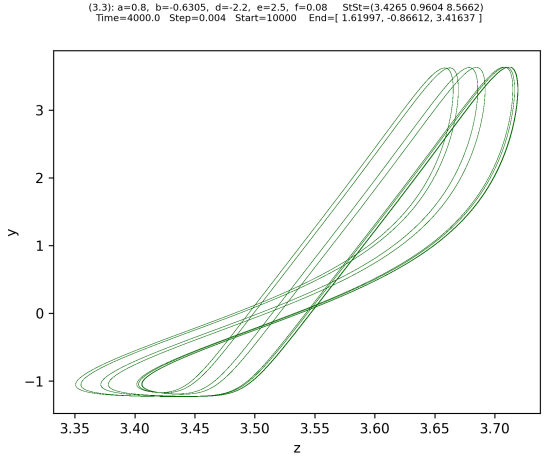
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 202** für
$a = 0.8,\ d = -2.2,\ e = 2.5,\ f = 0.08$ und wachsende Werte von b.

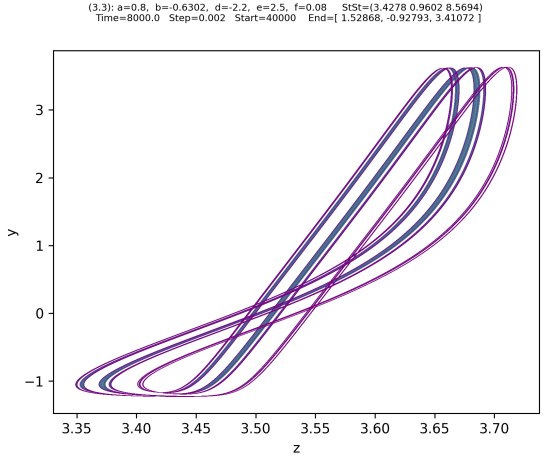
Es beginnt mit einem einfachen Grenzzyklus, der eine Feigenbaum-Route ins Chaos durchläuft. Danach treten abnehmend hoch-gefaltete Grenzzyklen auf, die sich schrittweise entfalten. Es werden nur repräsentative Situationen gezeigt.

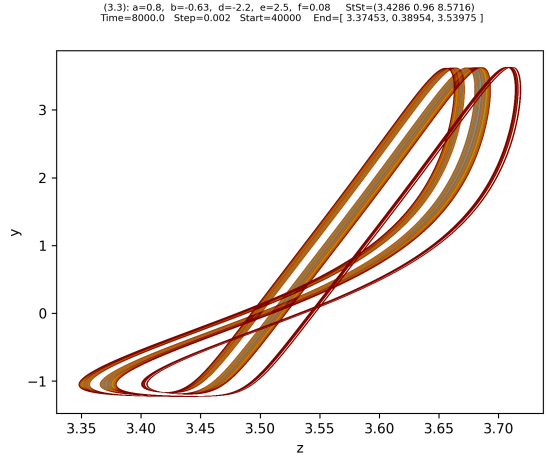






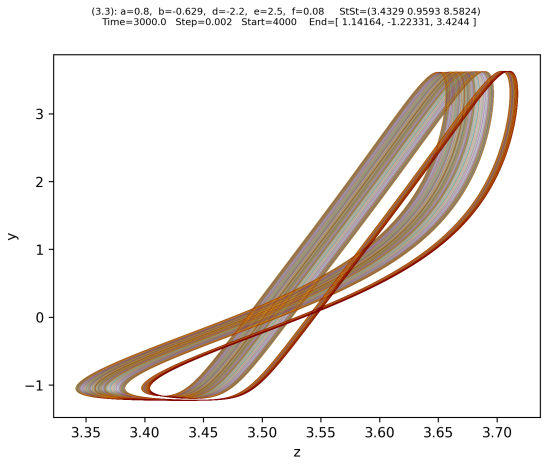


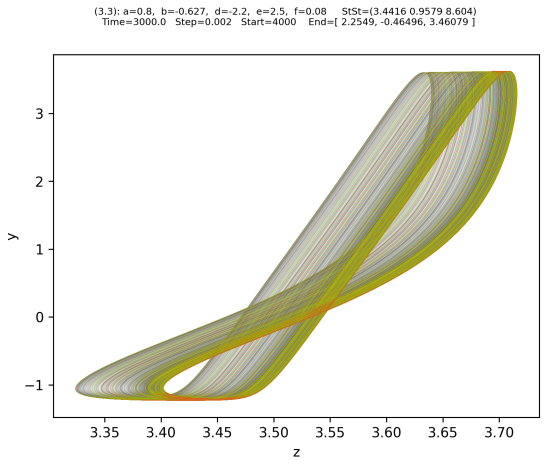


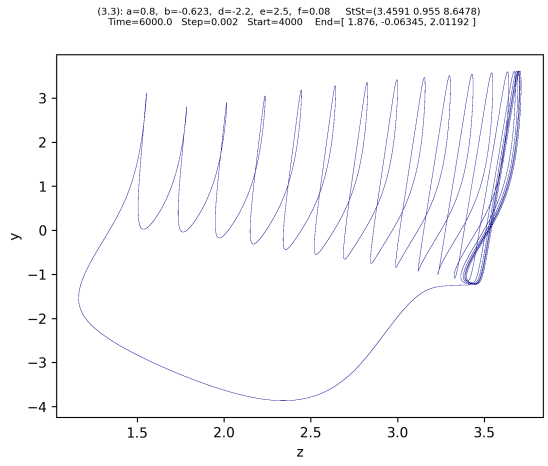


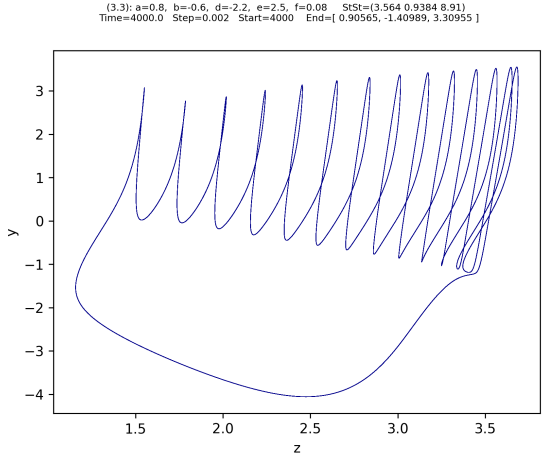
Legende: z-y-Plots zu **Beispiel 202** für $a = 0.8$, $d = -2.2$, $e = 2.5$, $f = 0.08$ und wachsende Werte von b (die oberen sechs Zeilen der Tabelle).

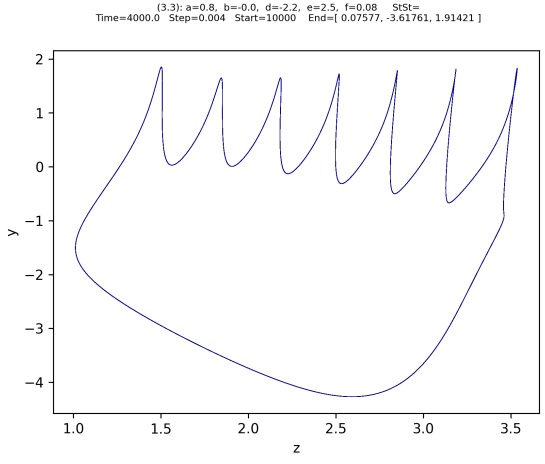
Ein einfacher Grenzzyklus (Bild 1) beginnt eine Feigenbaum-Route ins Chaos. Gezeigt werden drei Faltungsverdopplungen (Bilder 2 bis 4) und zwei Chaos-Bänder, 8-fach und 4-fach (Bilder 5 und 6).

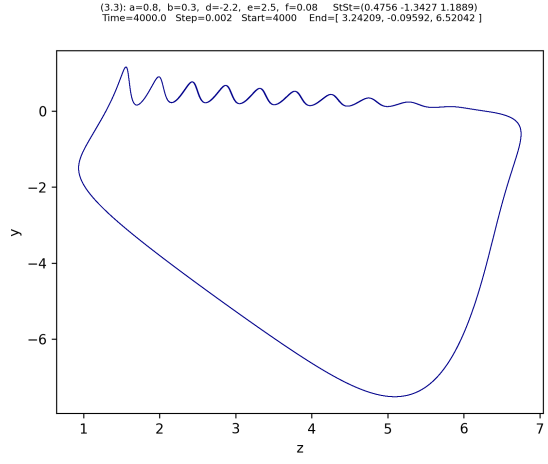












Legende: z-y-Plots zu **Beispiel 202** für $a = 0.8$, $d = -2.2$, $e = 2.5$, $f = 0.08$ und wachsende Werte von b (die unteren sechs Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route wird abgeschlossen durch 2-fache Chaos-Bänder (Bild 1) und das Chaos (Bild 2). Eine homoklinischen Schlinge eines sattel-artigen Grenzzyklus tritt auf. Gefaltete Grenzzyklen entstehen und entfalten sich schrittweise (Bilder 4 bis 6).

Beispiel 203 benutzt das einfachste autokatalytische System mit einem linearen Depot am Produkt:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 1 - bx - xy \\ \frac{dy}{dt} &= a(xy + d - y) + ex - z \\ \frac{dz}{dt} &= f(ex - z)\end{aligned}$$

Neu ist, dass wir für die Parameter b und d auch negative Werte zulassen. Dadurch verliert das Beispiel nicht unbedingt seinen Wert als Reaktionsmodell. Das System hat maximal zwei stationäre Zustände, die aber keine Rolle spielen.

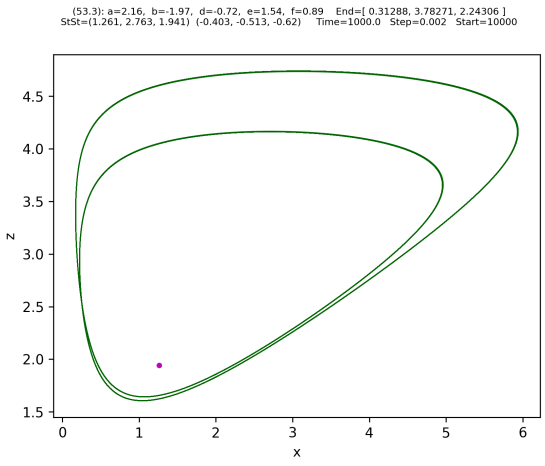
Wir finden eine Feigenbaum-Route ins Chaos und auf der anderen Seite des Chaos-Intervalls eine Explosion in eine Chaos-Ruine. Und dazwischen einige Fenster im Chaos mit Grenzzyklen und Chaos-Bändern.

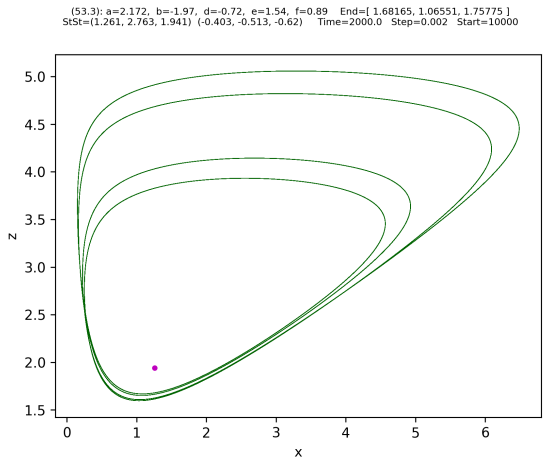
Die Lyapunov-Exponenten sind Durchschnitt und gut berechenbar.

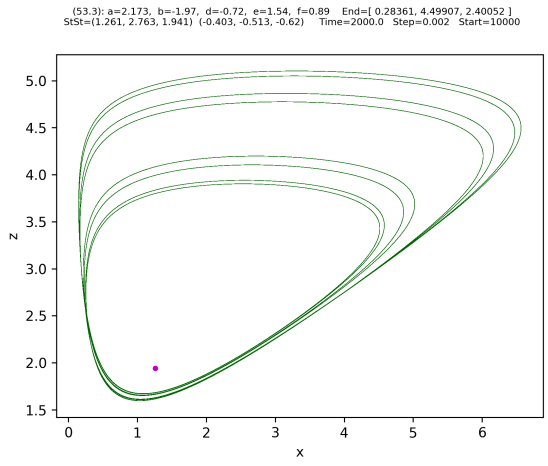
b	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
2.150	Ein einfacher Grenzzyklus (ohne Bild).	
2.160	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
2.172	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
2.173	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
2.1731	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
2.17326	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.017
2.17327	Ein 24-facher Grenzzyklus.	
2.1735	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.033
2.174	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.057
2.1749	Ein sechsfacher Grenzzyklus.	
2.1751	Ein 6-faches Chaos-Band.	0.031
2.179	Chaos.	0.037
2.1794	Eine Chaos-Ruine.	

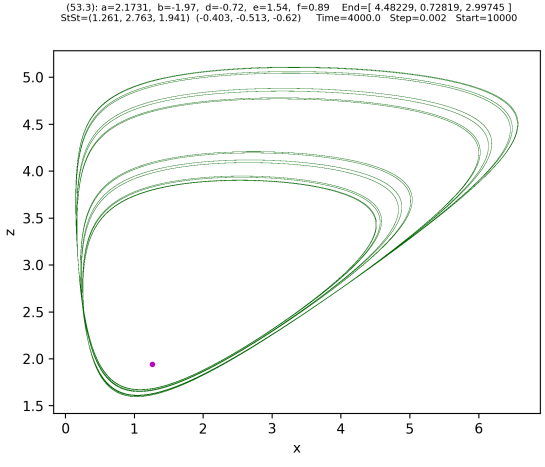
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 203** für
$b = -1.97$, $d = -0.72$, $e = 1.54$, $f = 0.98$ und wachsende Werte von a.

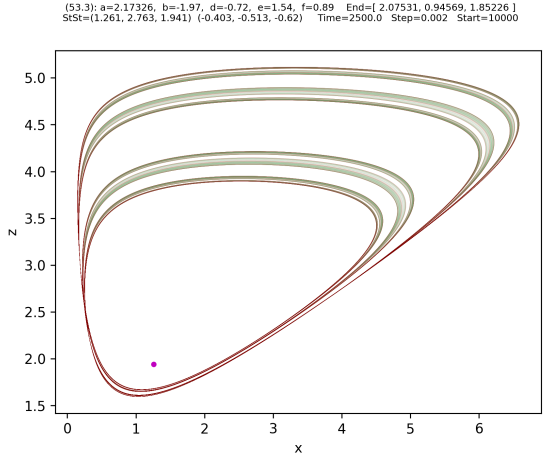
Es beginnt mit einem einfachen Grenzzyklus, der eine Feigenbaum-Route ins Chaos durchläuft. Dazwischen werden einige repräsentative Fenster einer Periode-6-Route gezeigt. Am Ende explodiert das Chaos.

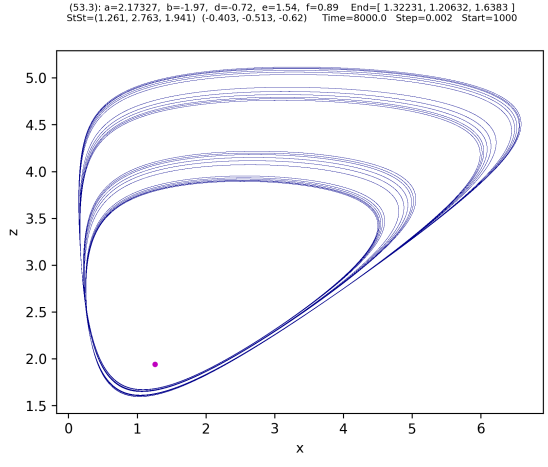






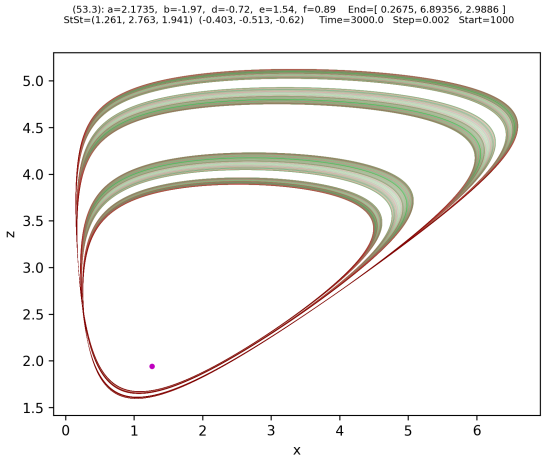


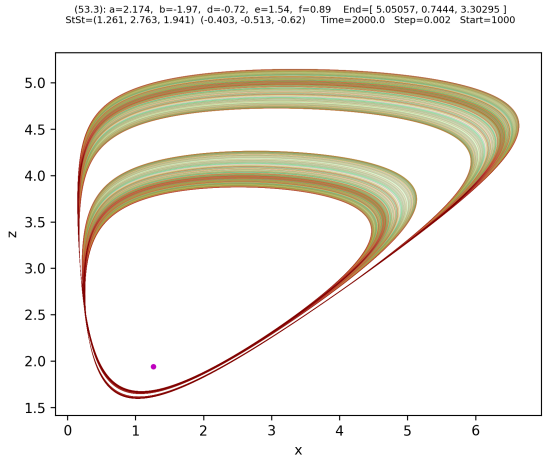


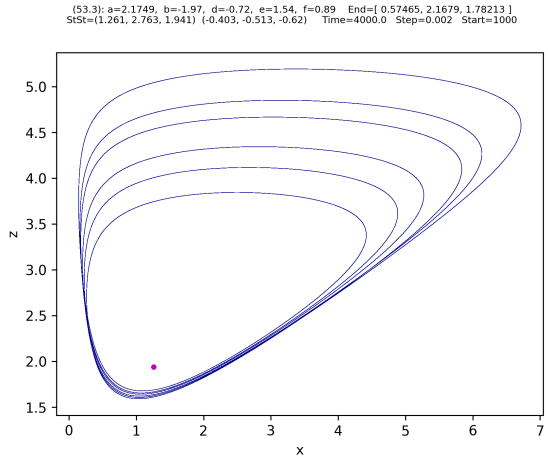


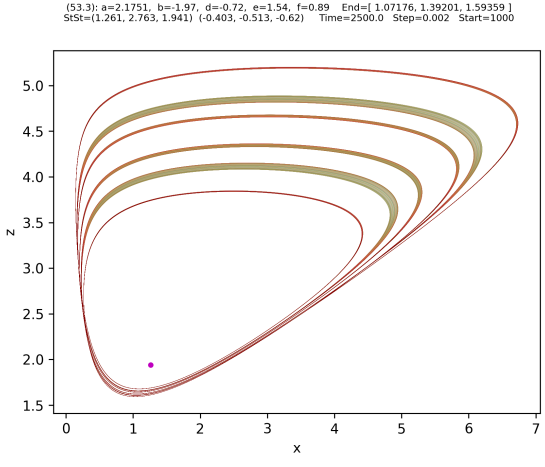
Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 203** für $b = -1.97$, $d = -0.72$, $e = 1.54$, $f = 0.89$ und wachsende Werte von a (die oberen sechs Zeilen der Tabelle).

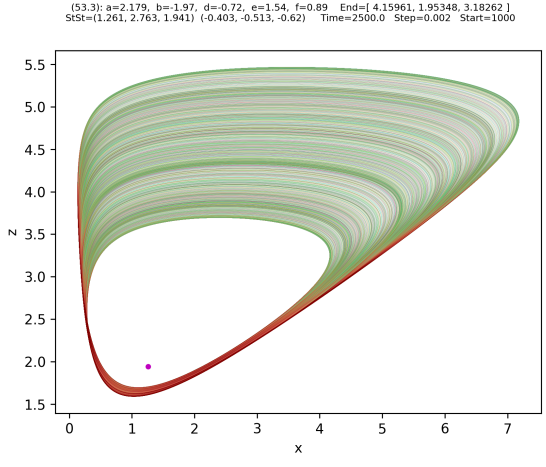
Ein einfacher Grenzzyklus (ohne Bild) beginnt eine Feigenbaum-Route ins Chaos. Gezeigt werden vier Faltungsverdopplungen (Bilder 1 bis 4). Danach ein 8-faches Chaos-Band (Bild 5) und ein Fenster im Chaos mit einem 24-fachen Grenzzyklus (Bild 6).

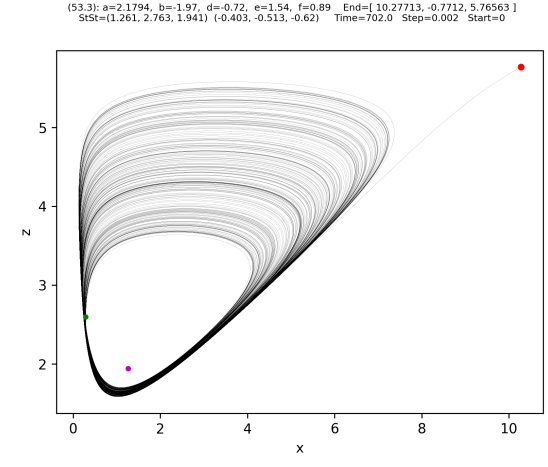












Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 203** für $b = -1.97$, $d = -0.72$, $e = 1.54$, $f = 0.89$ und wachsende Werte von a (die unteren sechs Zeilen der Tabelle).

Die Route wird fortgesetzt durch 4-fache und 2-fache Chaos-Bänder (Bilder 1 und 2). Es folgen Fenster mit einem sechsfachen Grenzzyklus (Bild 3) und einem 6-fachen Chaos-Band (Bild 4). Dann das Chaos (Bild 5) und eine Chaos-Ruine (Bild 6).

Beispiel 204 benutzt das autokatalytische System aus den Beispielen 92, 93, 147 und 200, jetzt mit einem kubischen Depot-Term:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 1 - bx - xy - ex + z^3 \\ \frac{dy}{dt} &= a\,(xy + d - y) \\ \frac{dz}{dt} &= f\,(ex - z^3)\end{aligned}$$

Neu ist wieder, dass wir für die Parameter b und d negative Werte zulassen. Dadurch verliert das Beispiel nicht seinen Wert als ein Reaktionsmodell.
Das System hat maximal zwei stationäre Zustände, die aber keine Rolle spielen: Sei $p := -1 - d + b$.

$$y_{1,2} = -p/2 \pm \sqrt{p^2/4 + bd}, \quad x_{1,2} = 1/(b + y_{1,2}), \quad z_{1,2} = \sqrt[3]{ex_{1,2}}$$

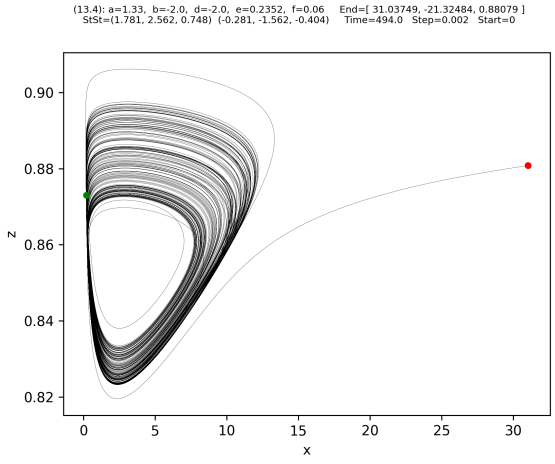
Wir finden eine Ruine, die ins Chaos führt und eine Feigenbaum-Route rückwärts heraus. Und dazwischen Fenster im Chaos mit Grenzzyklen.

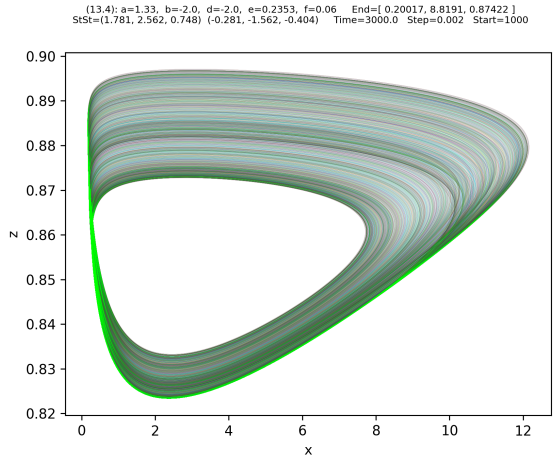
Die Lyapunov-Exponenten sind relativ groß und gut berechenbar.

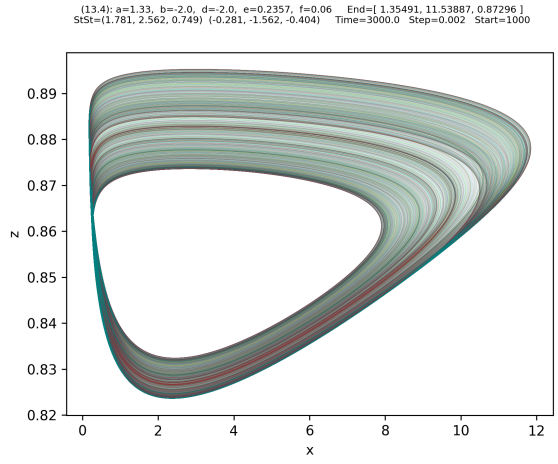
e	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
0.2352	Eine Chaos-Ruine.	
0.2353	Chaos.	0.121
0.2357	Chaos.	0.087
0.2359	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.068
0.236105	Ein 12-facher Grenzzyklus.	
0.23615	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.024
0.23617	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.014
0.2362	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
0.2363	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
0.2365	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
0.2400	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
0.2450	Ein einfacher Grenzzyklus.	

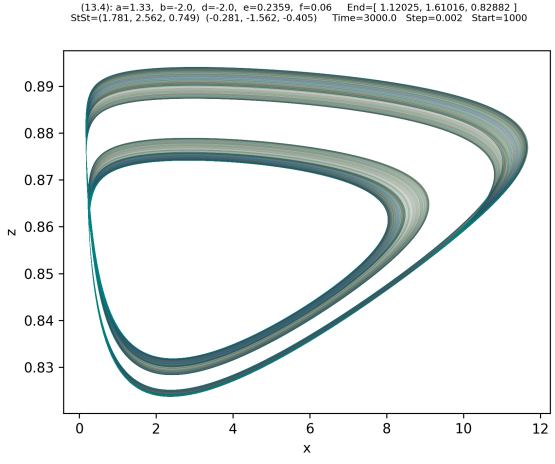
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 204** für
$a = 1.33$, $b = -2.0$, $d = -2.0$, $f = 0.06$ und wachsende Werte von e.

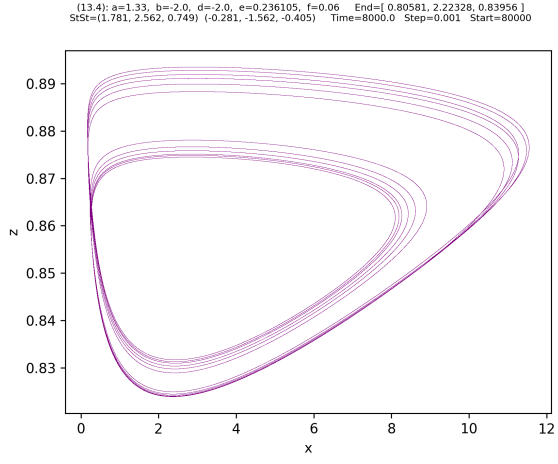
Am Anfang implodiert eine Ruine ins Chaos. Das Chaos vollführt eine Feigenbaum-Route rückwärts. Dazwischen existiert ein Fenster mit einem Periode-12-Grenzzyklus. Das alles in einem Hunderstel des Parameters e.

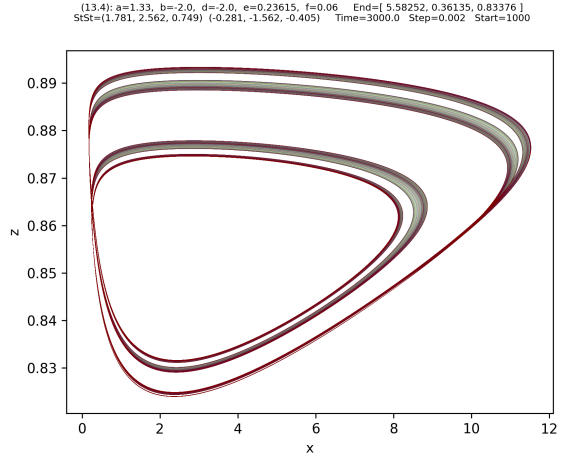






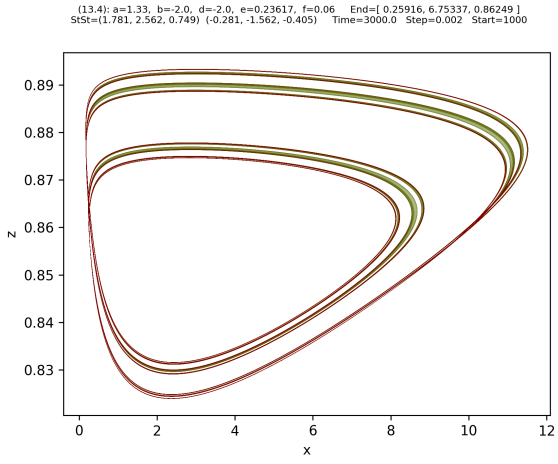


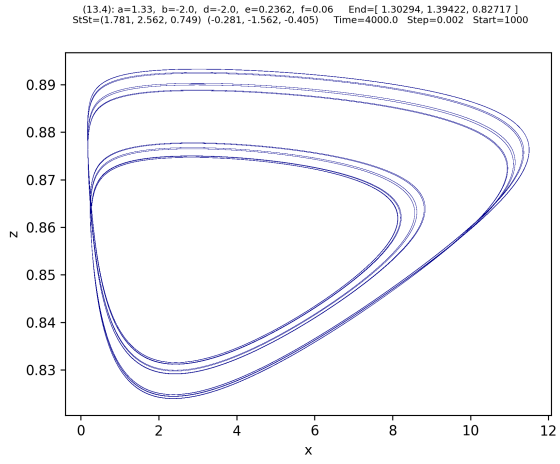


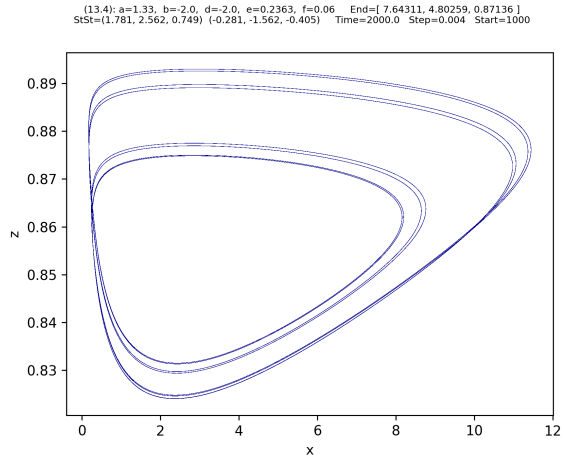


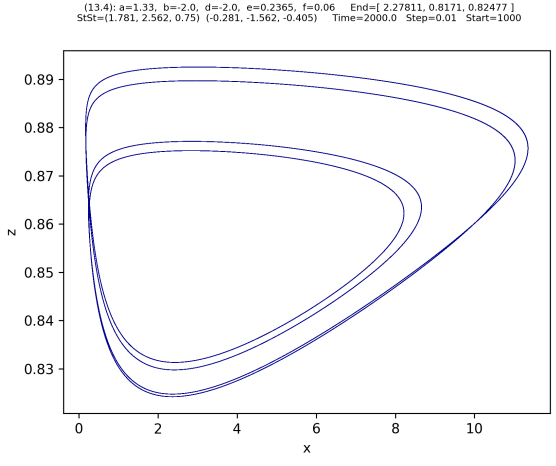
Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 204** für $a = 1.33$, $b = -2.0$, $d = -2.0$, $f = 0.06$ und wachsende Werte von e (die oberen sechs Zeilen der Tabelle).

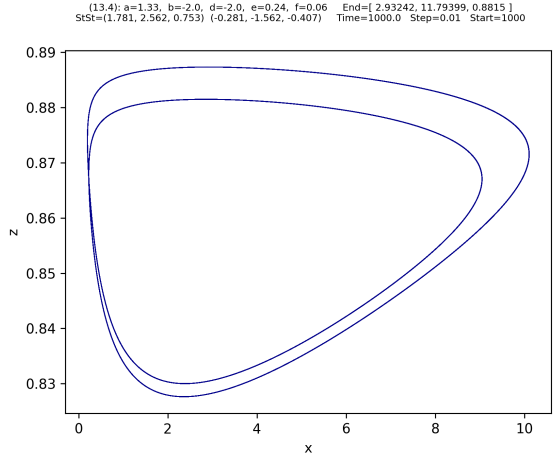
Eine Chaos-Ruine (Bild 1) kontrahiert zu stabilem Chaos (Bilder 2 und 3). Das Chaos beginnt eine Feigenbaum-Route rückwärts. Gezeigt werden ein 2-faches (Bild 4) und ein 4-faches Chaos-Band (Bild 6) und dazwischen ein Periode-12-Grenzzyklus (Bild 5).

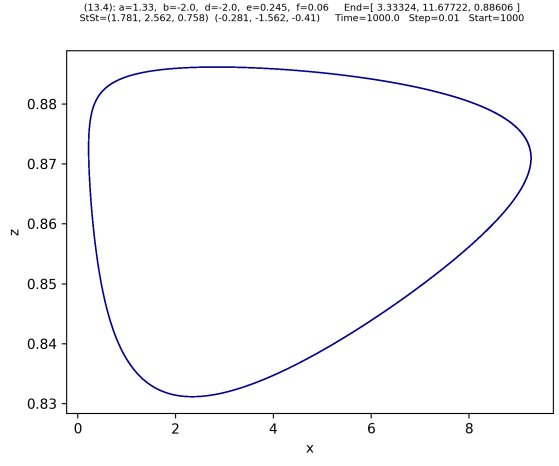












Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 204** für $a = 1.33$, $b = -2.0$, $d = -2.0$, $f = 0.06$ und wachsende Werte von e (die unteren sechs Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route wird fortgesetzt durch 8-fache Chaos-Bänder (Bild 1).
Es folgen Fenster mit 16-fachen (Bild 2), achtfachen (Bild 3), vierfachen (Bild 4), zweifachen (Bild 5) und einfachen Grenzzyklen (Bild 6).

Beispiel 205 setzt die Untersuchung des Brusselators, zuletzt in den Beispielen 167 und 170, fort. Das Pendel-Polynom ist jetzt quadratisch in y:

$$\frac{dx}{dt} = 1 - (b+1)x + ax^2y - ex - y^2 + z$$
$$\frac{dy}{dt} = bx - ax^2y + d$$
$$\frac{dz}{dt} = f \cdot (ex + y^2 - z)$$

Der stationäre Zustand ist wieder explizit angebbar:

$$x = d + 1 \qquad y = (bd + b + d)/(a(d+1)^2) \qquad z = e(d+1) + y^2$$

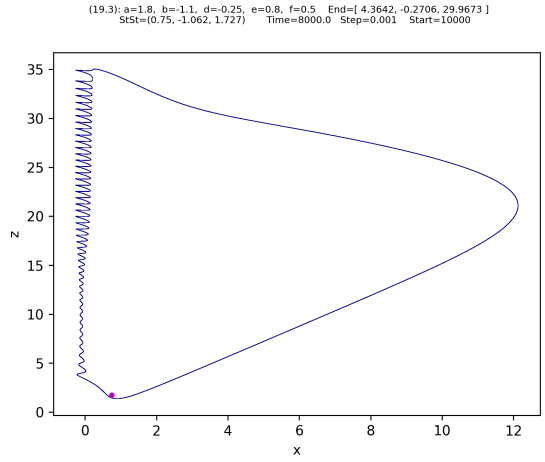
Das betrachtete Parameter-Intervall zeigt offenbar die Route ins Chaos, die an einer homoklinischen Grenzzyklus-Schlinge entstehen kann (Kapitel 3, Route 8).

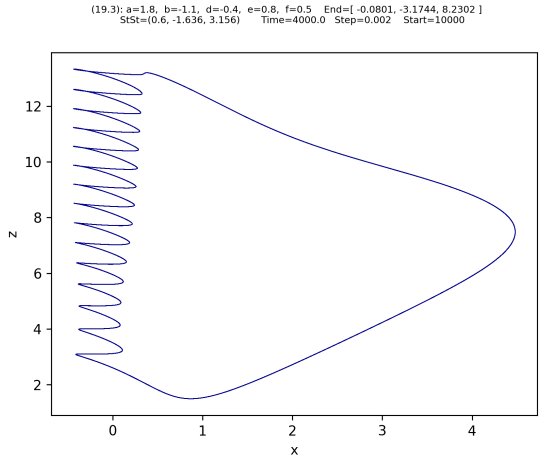
Numerisch ist das teilweise anspruchsvoll. Das gilt auch für die Bestimmung der Lyapunov-Exponenten. Insgesamt sind sie aber ziemlich groß.

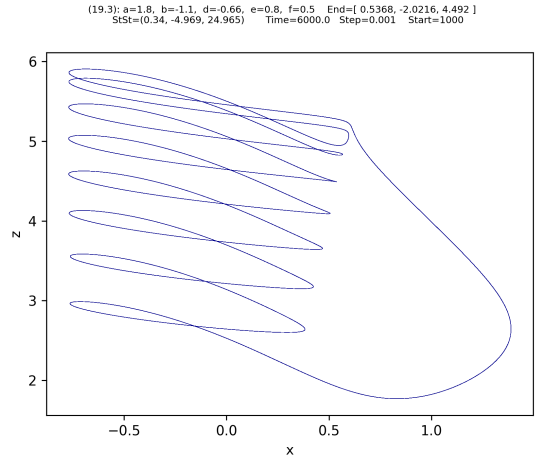
d	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
-0.250	Ein stark gefalteter Grenzzyklus.	
-0.400	Ein 15-fach gefalteter Grenzzyklus.	
-0.660	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
-0.679	Chaos.	0.112
-0.680	Chaos.	0.111
-0.681	Ein 6-faches Chaos-Band.	0.007
-0.682	Chaos.	0.074
-0.684	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.037
-0.6843	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.020
-0.6845	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
-0.6848	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
-0.688	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
-0.710	Ein einfacher Grenzzyklus (ohne Bild).	

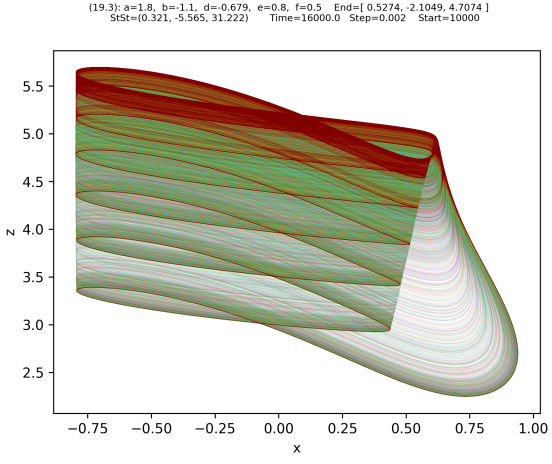
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 205** für $a = 1.8,\ b = -1.1,\ e = 0.8,\ f = 0.5$ und wachsende Werte von d.

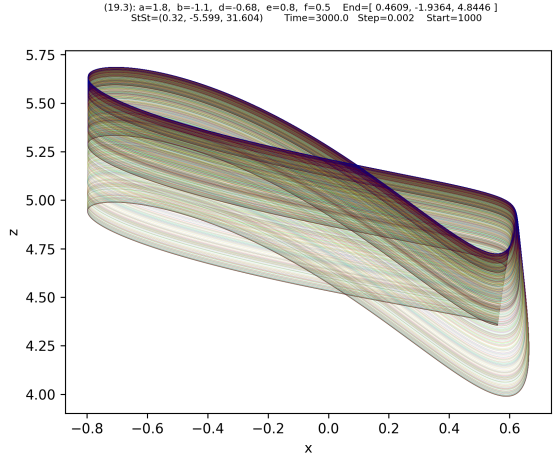
Extrem gefaltete Grenzzyklen nähern sich einer homoklinischen Grenzzyklus-Schlinge. Daraus entsteht Chaos. Ein Fenster mit einem 6-fachen Chaos-Band tritt auf und eine komplette Feigenbaum-Route rückwärts findet statt.

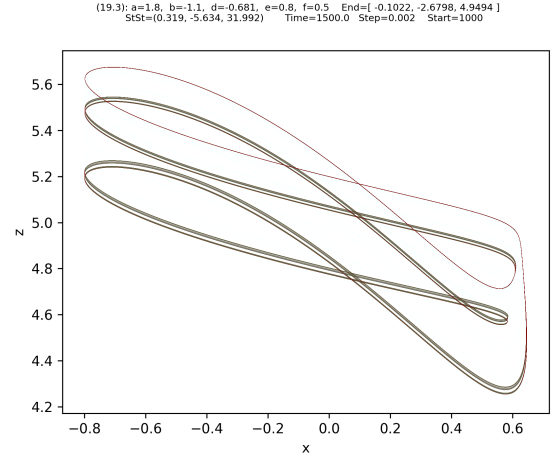






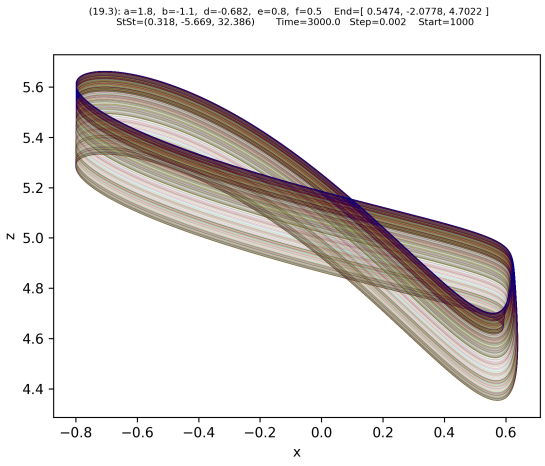


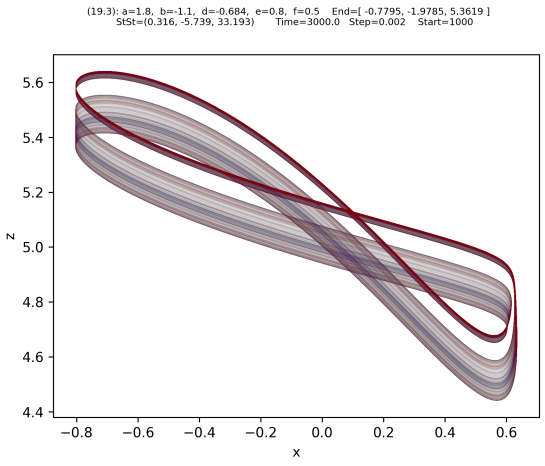


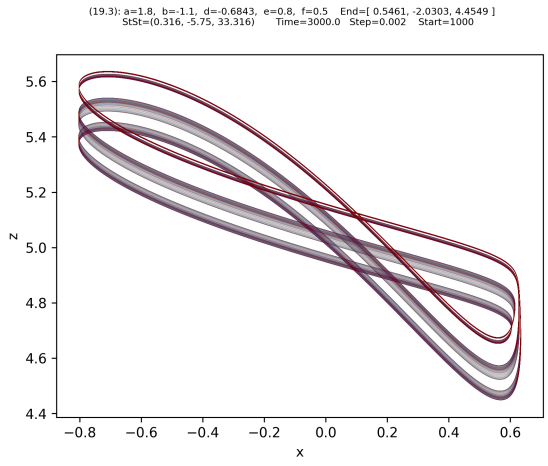


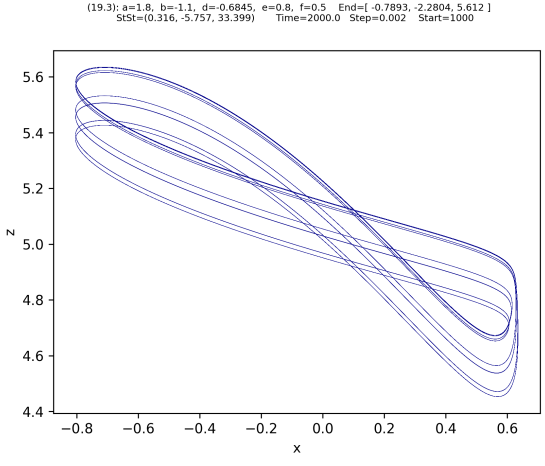
Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 205** für $a = 1.8$, $b = -1.1$, $e = 0.8$, $f = 0.5$ und wachsende Werte von d (die oberen sechs Zeilen der Tabelle).

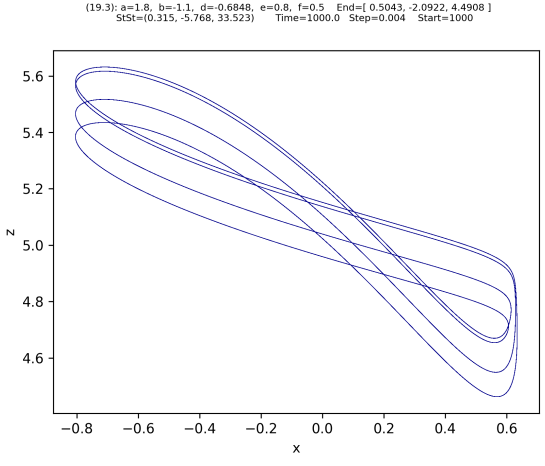
Extrem verdrehte Grenzzyklen entfalten sich schrittweise bis zu einem achtfachen Grenzzyklus (Bilder 1 bis 3). Schlagartig entsteht Chaos (Bilder 4 und 5) und beginnt eine Feigenbaum-Route rückwärts. Davor aber ein Periode-6-Chaos-Band (Bild 6).

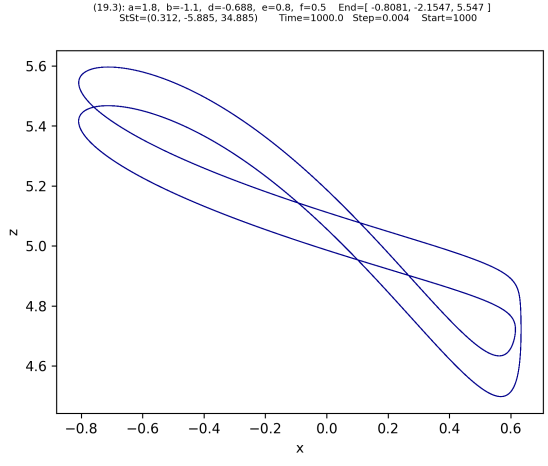












Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 205** für $a = 1.8$, $b = -1.1$, $e = 0.8$, $f = 0.5$ und wachsende Werte von d (die unteren sechs Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route rückwärts geht vom Chaos (Bild 1) zu 2-fachen und 4-fachen Chaos-Bändern (Bilder 2 und 3). Es folgen Fenster mit achtfachen (Bild 4), vierfachen (Bild 5), zweifachen (Bild 6) und einfachen Grenzzyklen (ohne Bild).

Beispiel 206 benutzt das autokatalytische System aus den Beispielen 92, 93, 147, 200 und 204, jetzt mit dem originalen Depot-Term des Chaossystems:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 1 - bx - xy - exy + z \\ \frac{dy}{dt} &= a\,(xy + d - y) \\ \frac{dz}{dt} &= f\,(exy - z)\end{aligned}$$

Neu ist wieder, dass wir für die Parameter b und d negative Werte zulassen. Auch hier verliert das Beispiel nicht seinen Wert als ein Reaktionsmodell.
Das System hat maximal zwei stationäre Zustände, die aber keine Rolle spielen:
Sei $p := -1 - d + b$.

$$y_{1,2} = -p/2 \pm \sqrt{p^2/4 + bd}, \quad x_{1,2} = 1/(b + y_{1,2}), \quad z_{1,2} = \sqrt{ex_{1,2}y_{1,2}}$$

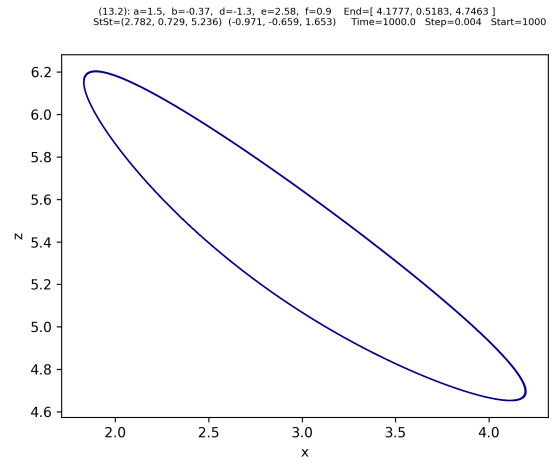
Wir finden eine Feigenbaum-Route ins Chaos und dessen Explosion in eine Chaos-Ruine. Stationäre Koexistenzen wurden im Intervall nicht beobachtet.

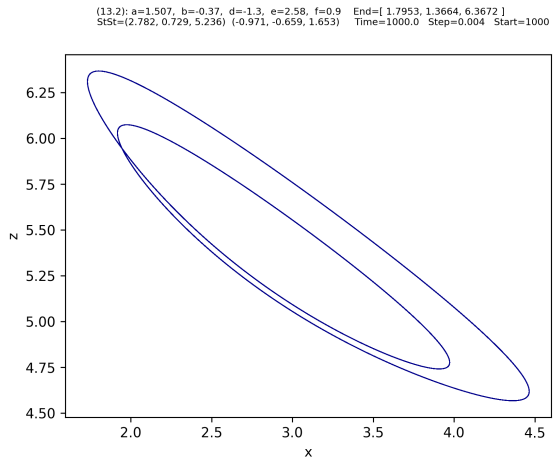
Die Lyapunov-Exponenten sind relativ groß und numerisch gut berechenbar.

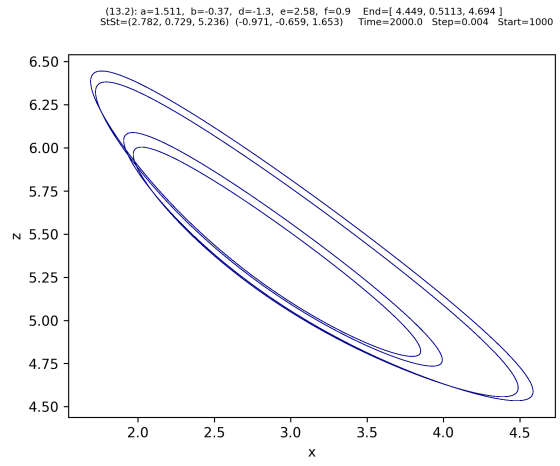
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
1.5000	Ein einfacher Grenzzyklus.	
1.5070	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
1.5110	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
1.5117	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
1.5118	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
1.51185	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.009
1.51191	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.020
1.5130	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.065
1.5145	Chaos.	0.103
1.5146	Chaos.	0.108
1.51465	Eine Chaos-Ruine.	
1.5200	Eine zerfallende Chaos-Ruine.	

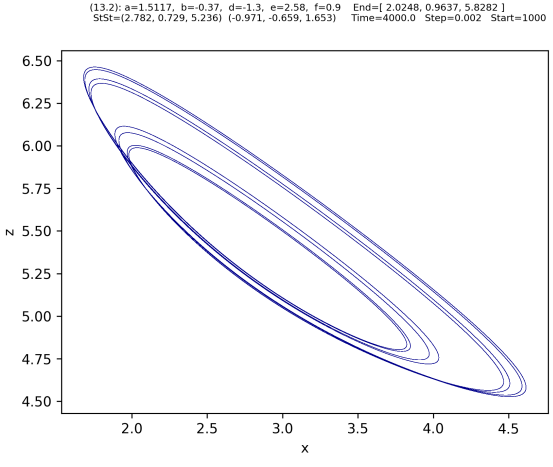
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 206** für
$b = -0.37$, $d = -1.3$, $e = 2.58$, $f = 0.9$ und wachsende Werte von a.

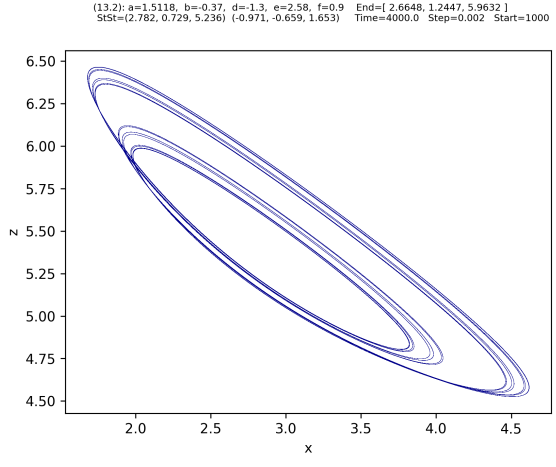
Am Anfang führt eine Feigenbaum-Route einen einfachen Grenzzyklus ins Chaos. Das Chaos implodiert in eine Chaos-Ruine. Alle Trajektorien streben dann davon. Diese Ruine schwächt sich immer weiter ab.

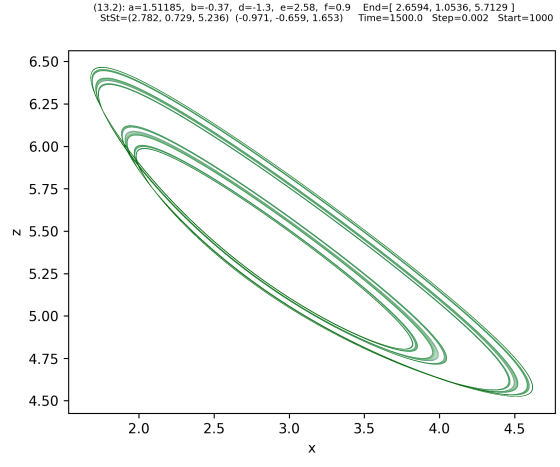






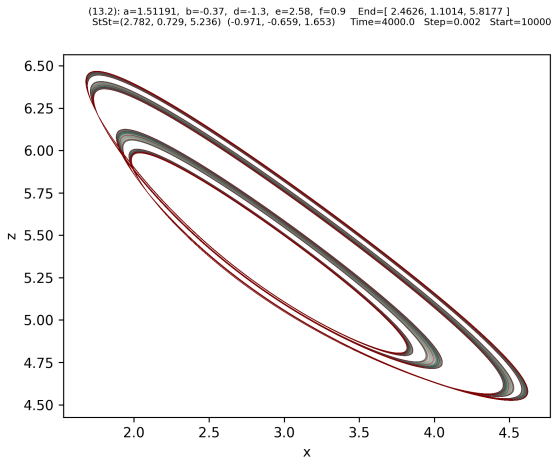


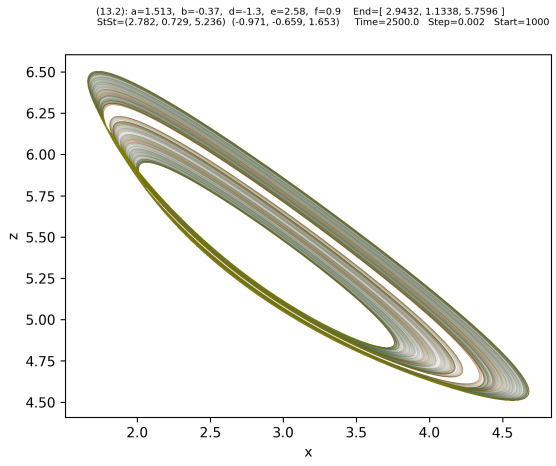


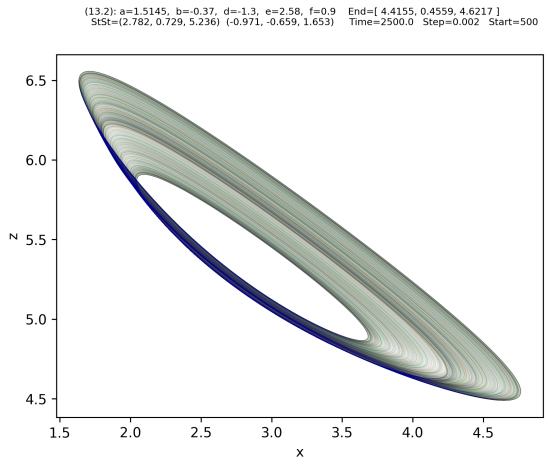


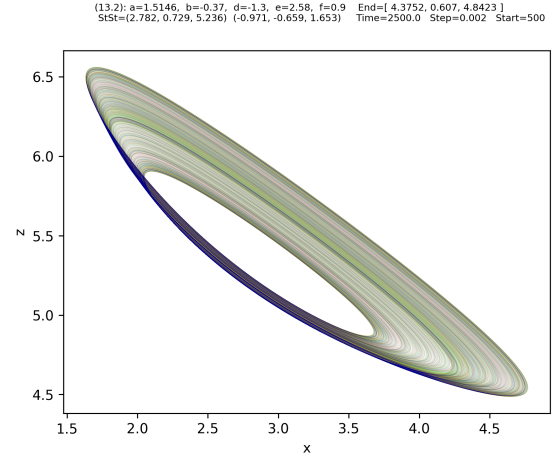
Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 206** für $b = -0.37$, $d = -1.3$, $e = 2.58$, $f = 0.9$ und wachsende Werte von a (die oberen sechs Zeilen der Tabelle).

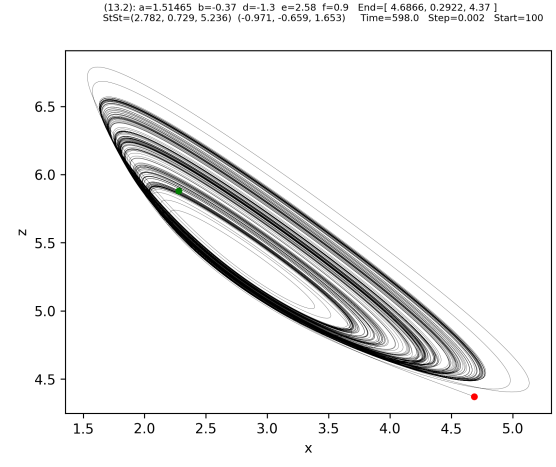
Ein einfacher Grenzzyklus (Bild 1) beginnt eine Feigenbaum-Route. Gezeigt werden ein zweifacher (Bild 2), ein vierfacher (Bild 3), ein achtfacher (Bild 4) und ein 16-facher Grenzzyklus (Bild 5). Dann folgt ein 8-faches Chaos-Band (Bild 6).

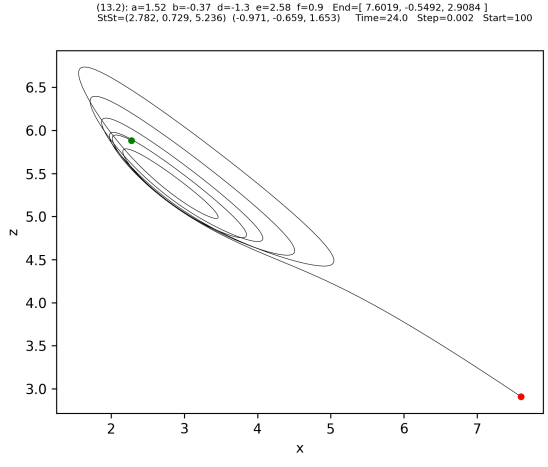












Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 206** für $b = -0.37$, $d = -1.3$, $e = 2.58$, $f = 0.9$ und wachsende Werte von a (die unteren sechs Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route wird fortgesetzt durch ein 4-faches (Bild 1) und ein 2-faches Chaos-Band (Bild 2). Dann das Chaos (Bilder 3 und 4). Es folgen zwei Bilder mit Ruinen, erst eine starke, dann eine schwache Chaos-Ruine (Bilder 5 und 6).

Beispiel 207 benutzt das Basissystem mit einem addierten kubischen Pendel:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 1 - bx - xy^2 \\ \frac{dy}{dt} &= a(xy^2 + d - y) + ex - z^3 \\ \frac{dz}{dt} &= f(ex - z^3)\end{aligned}$$

Besonders ist, dass wir für den Parameter d und die Variable y negative Werte zulassen. Dadurch verliert das Beispiel aber seinen Wert als Reaktionsmodell. Das System hat bis zu drei stationäre Zustände, die aber keine Rolle spielen.

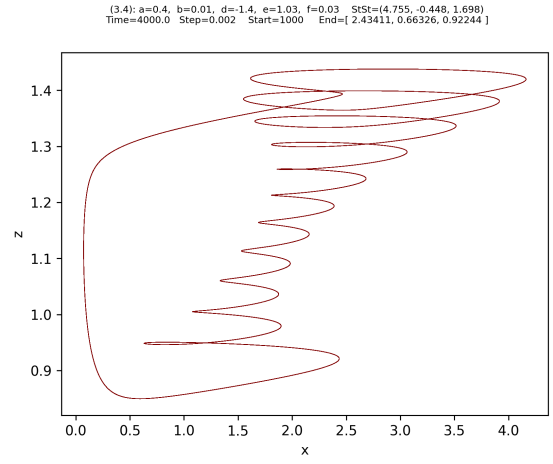
Wir finden eine spezielle Route ins Chaos, eine schrittweise Reduzierung einer extremen Faltung bis zur Periode 3. Da entsteht schlagartig Chaos (Route 3a in Kapitel 3). Das Chaos erleidet eine Feigenbaum-Route rückwärts.

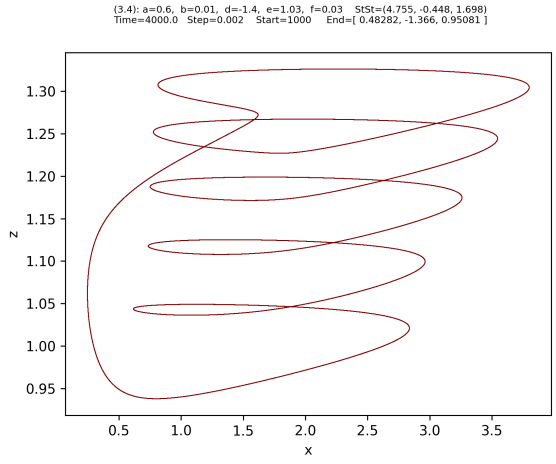
Im betrachteten Intervall gibt es Fenster mit Grenzyklen, aber keine stationären Koexistenzen.
Die Lyapunov-Exponenten sind deutlich positiv und gut berechenbar.

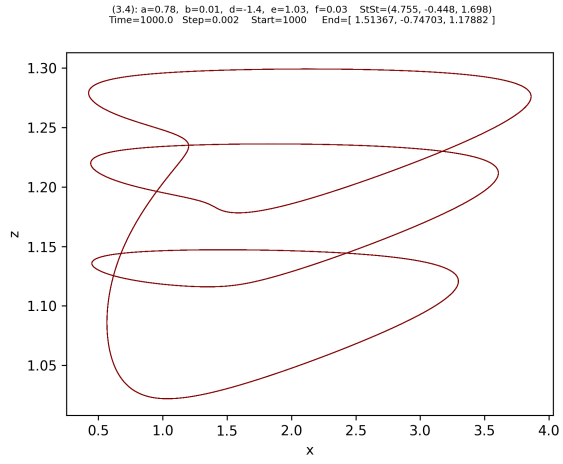
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
0.400	Ein 11-facher Grenzzyklus.	
0.600	Ein fünffacher Grenzzyklus.	
0.780	Ein dreifacher Grenzzyklus.	
0.832	Chaos.	0.028
0.839	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.016
0.8415	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.011
0.843	Ein 28-facher Grenzzyklus.	
0.8442	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.004
0.845	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
0.847	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
0.850	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
0.880	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
1.020	Ein einfacher Grenzzyklus (ohne Bild).	

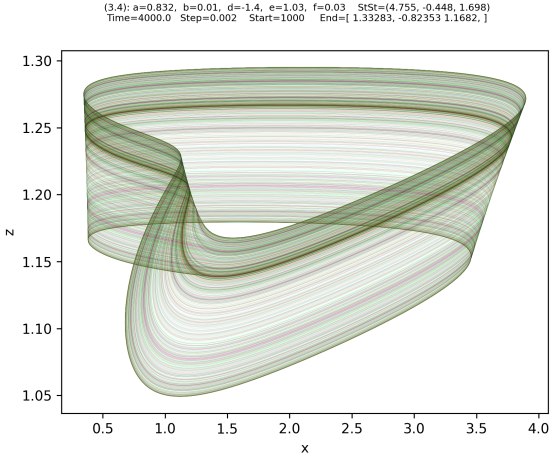
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 207** für
$b = 0.01$, $d = -1.4$, $e = 1.03$, $f = 0.03$ und wachsende Werte von a.

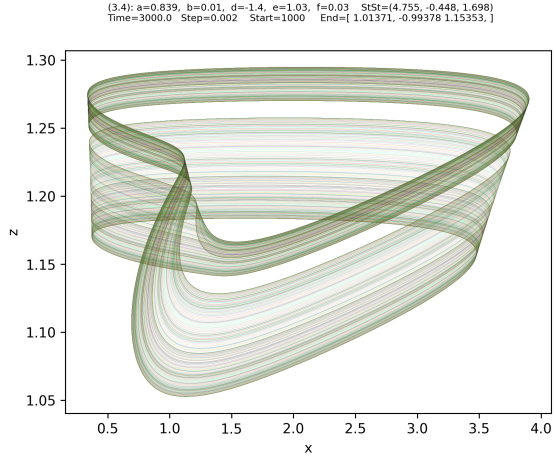
Es beginnt mit extrem verdrehten Grenzzyklen, die sich schrittweise entfalten. Drei Etappen sind repräsentativ in der Tabelle enthalten. An der Faltung 3 entsteht Chaos, das eine Feigenbaum-Route rückwärts absolviert.

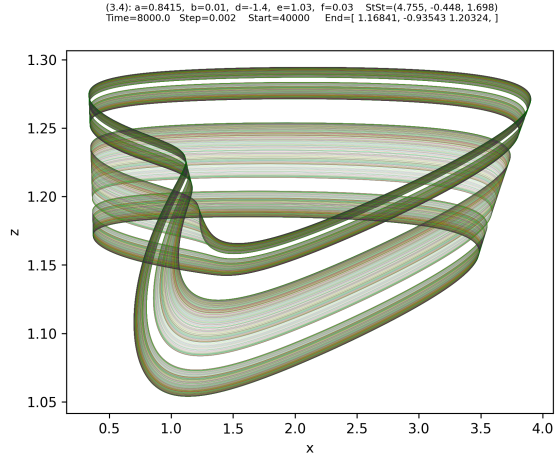






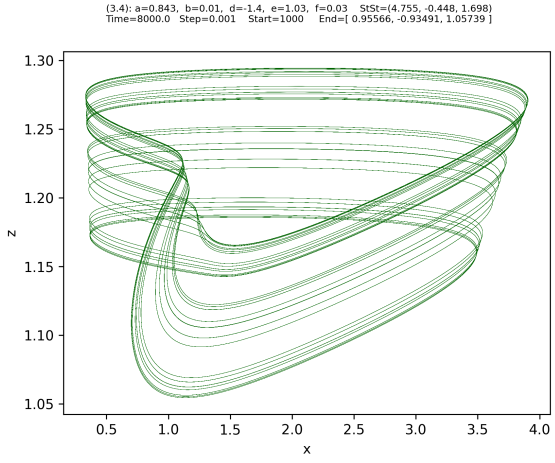


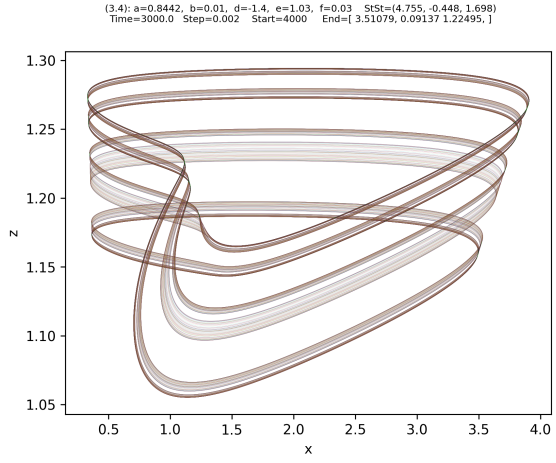


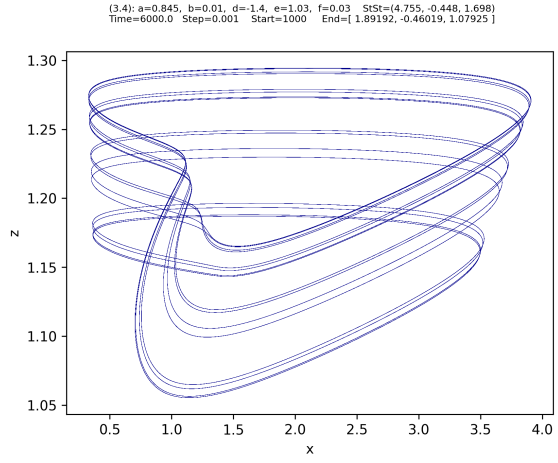


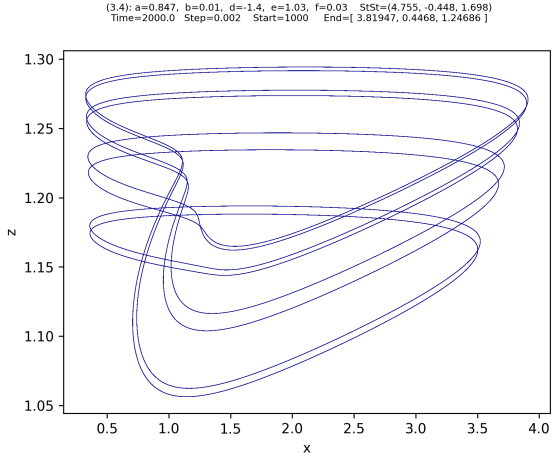
Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 207** für $b = 0.01$, $d = -1.4$, $e = 1.03$, $f = 0.03$ und wachsende Werte von a (die oberen sechs Zeilen der Tabelle).

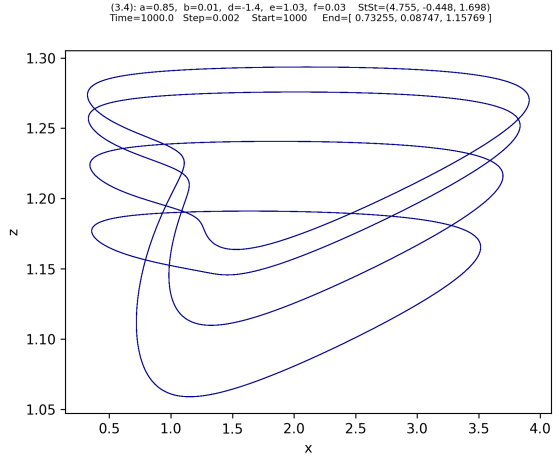
Extrem verdrehte Grenzzyklen entfalten sich schrittweise. Gezeigt werden drei Etappen (Bilder 1 bis 3). Dann entstehen Chaos (Bild 4) und als Beginn einer Feigenbaum-Route rückwärts zwei Chaos-Bänder, 2-fach und 4-fach (Bilder 5 und 6).

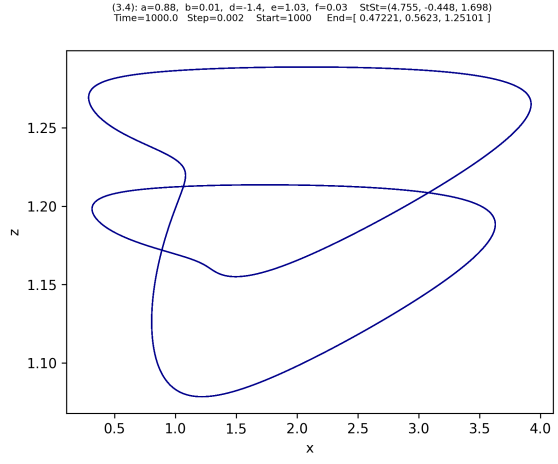












Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 207** für $b = 0.01$, $d = -1.4$, $e = 1.03$, $f = 0.03$ und wachsende Werte von a (die unteren sechs Zeilen der Tabelle).

Ein 28-facher Grenzzyklus (Bild 1) unterbricht kurz die Feigenbaum-Route rückwärts. Es folgen ein 8-faches Chaos-Band (Bild 2), ein 16-facher, ein achtfacher, ein vierfacher und ein zweifacher Grenzzyklus (Bilder 3 bis 6), der einfache ist weggelassen.

Beispiel 208 betrachtet das Basissystem mit einem quadratischen Depot-Term am Produkt:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 1 - bx - xy^2\\ \frac{dy}{dt} &= a\,(xy^2 + d - y) + ex^2 - z^2\\ \frac{dz}{dt} &= f\,(ex^2 - z^2)\end{aligned}$$

Wir lassen für den Parameter d und die Variable y auch negative Werte zu.
Dadurch verliert das Beispiel allerdings seinen Sinn als Reaktionsmodell.
Das System hat maximal drei stationäre Zustände, die aber keine Rolle spielen.

Wir finden seltene Routen ins Chaos auf beiden Seiten des Chaos-Intervalls, verschachtelte Feigenbaum-Routen und einen sattel-artigen Grenzzyklus.
Das spricht für Route 6 in Kapitel 3 (Shilnikovs Grenzzyklus-Verschmelzung).

Die Lyapunov-Exponenten sind klein. Das Chaos ist schwach und verdreht.
Der numerische Part ist schwierig, wir haben Verdrehungen und Koexistenzen.

a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
1.600	Ein 10-facher Grenzzyklus.	
1.860	Ein vielfacher Grenzzyklus.	
1.862	Ein einmal gefalteter vielfach verdrehter Grenzzyklus.	
1.864	Ein vielfach verdrehter Grenzzyklus.	
1.8641	Ein einmal gefalteter vielfach verdrehter Grenzzyklus.	
1.8642	Ein zweimal gefalteter vielfach verdrehter Grenzzyklus.	
1.8644	Ein verdrehtes 2-faches Chaos-Band.	0.001
1.8645	Ein verdrehtes Chaos-Band.	0.001
1.865	Ein einmal gefalteter vielfach verdrehter Grenzzyklus.	
1.86501	Ein zweimal gefalteter vielfach verdrehter Grenzzyklus.	
1.86502	Ein schmales verdrehtes Chaos-Band.	0.001
1.86505	Ein breites verdrehtes Chaos-Band.	0.002

Ausgewählte stationäre Trajektorien aus **Beispiel 208** für
$b = 0.27$, $d = -0.4$, $e = 0.55$, $f = 0.07$ und wachsende Werte von a.

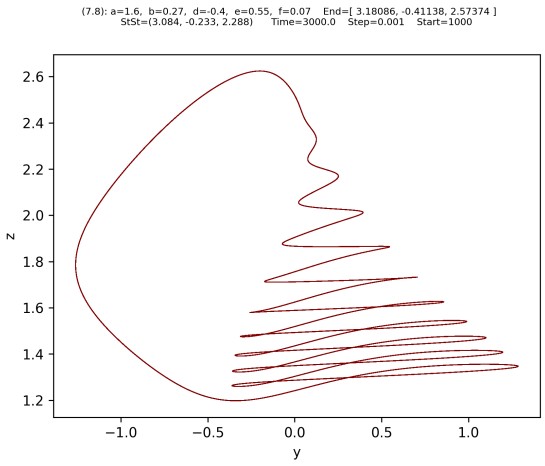
Es beginnt mit einem verdrehten Grenzzyklus, der sich einem (unsichtbaren) Sattel-artigen Grenzzyklus annähert. Dabei realisiert er mehrere Ansätze zu einer Feigenbaum-Route, was zu zusätzlichen Faltungen und letztlich zu verdrehten Chaos-Bändern führt.

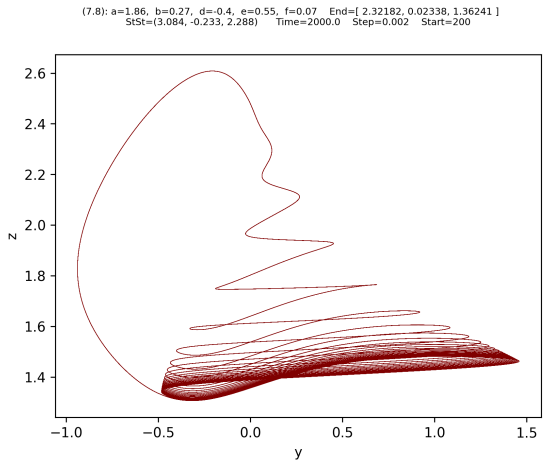
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
1.8651	Ein 2-faches Chaos-Band und ein 4-facher Grenzzyklus.	0.002
1.8652	Ein 1-faches Chaos-Band und ein 2-facher Grenzzyklus.	0.002
1.8655	Kompaktes Chaos.	0.005
1.866	Kompaktes Chaos.	0.007
1.8666	Chaos und ein einfacher Grenzzyklus.	0.005
1.8671	Ein einfacher Grenzzyklus.	

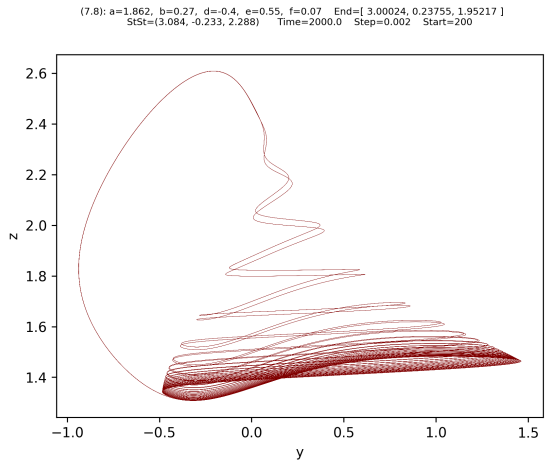
Ausgewählte stationäre Trajektorien aus **Beispiel 208** für
$b = 0.27$, $d = -0.4$, $e = 0.55$, $f = 0.07$ und wachsende Werte von a.

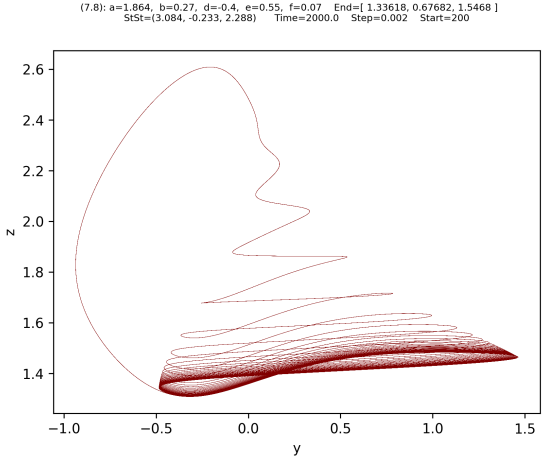
Zwei Chaos-Bänder haben fallend gefaltete Grenzzyklen in Koexistenz.
Ihre Bänder verkleben an ihren Rändern miteinander zu kompaktem Chaos.
Dann erscheint ein einfacher Grenzzyklus zu einer neuen Koexistenz.
Er liegt nahe und parallel neben dem Verdreh-Zentrum des Chaos.
Das Chaos verschwindet schlagartig, der einfache Grenzzyklus verbleibt.

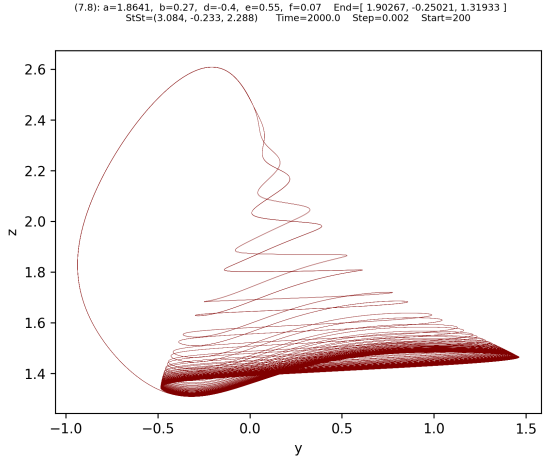
Die Kompression der Schleifen der Trajektorien gegeneinander bewirkt kleine Lyapunov-Exponenten. Die mehrfachen Anfänge von zum Teil gegenläufigen Feigenbaum-Routen erzeugen zusätzliche Unordnung. Kein Vorführ-Chaos. Und das auf ganzen zwei Tausendstel im Parameter-Intervall von a.

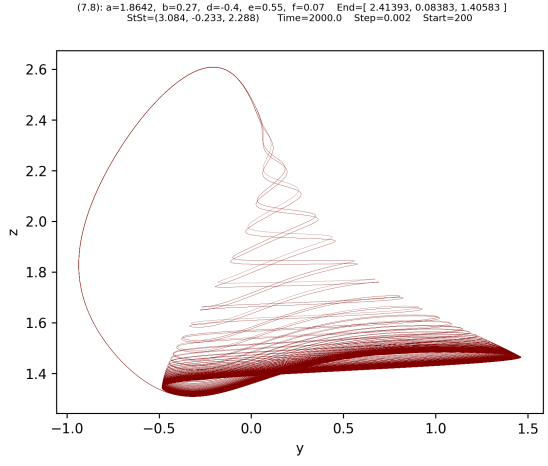






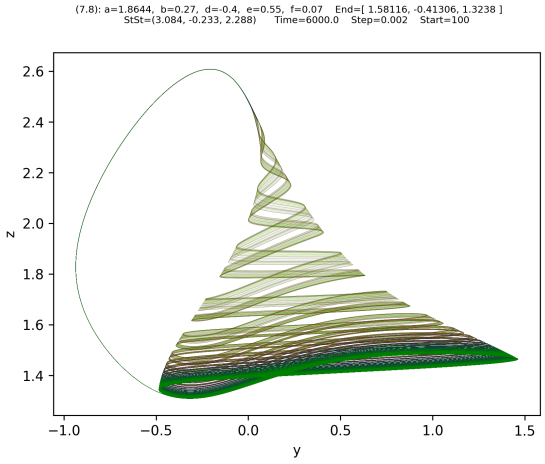


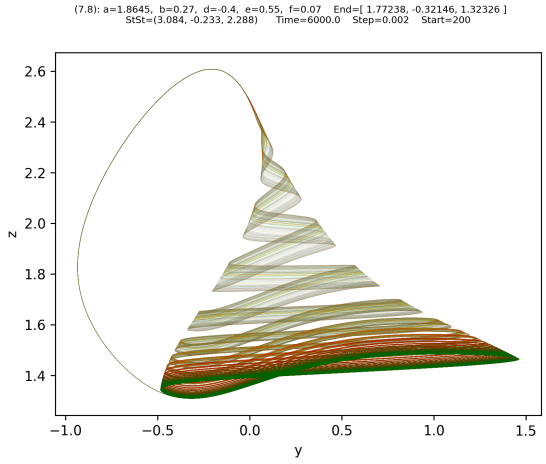


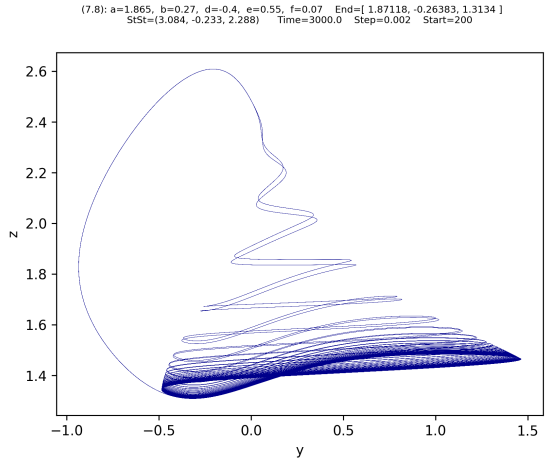


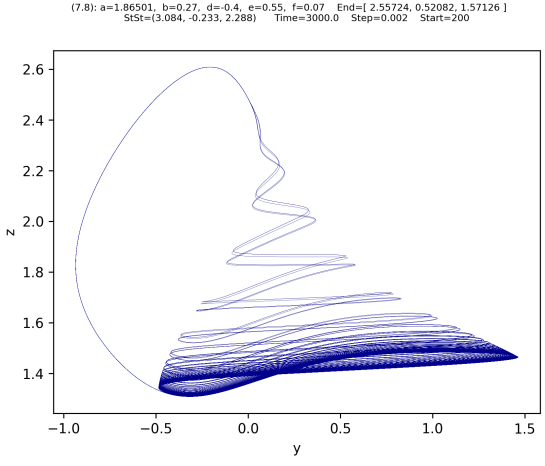
Legende: y-z-Plots zu **Beispiel 208** für $b = 0.27$, $d = -0.4$, $e = 0.55$, $f = 0.07$ und wachsende Werte von a (die oberen sechs Zeilen der ersten Tabelle).

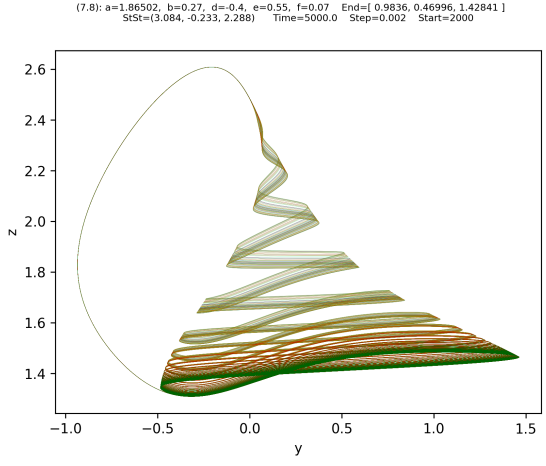
Ein verdrehter Grenzzyklus (Bild 1) verdichtet seine Schleifen (Bild 2) und erleidet Perioden-Verdopplungen (Bilder 3, 5 und 6). Gezeigt werden zweifache (Bilder 3 und 5) und ein vierfacher Grenzzyklus (Bild 6). Es treten aber auch Rückschritte auf (Bild 4).

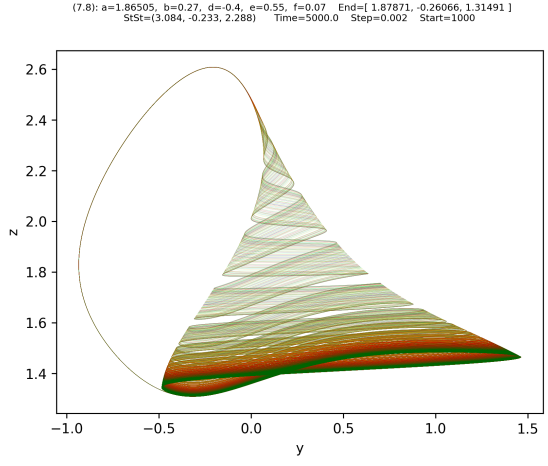






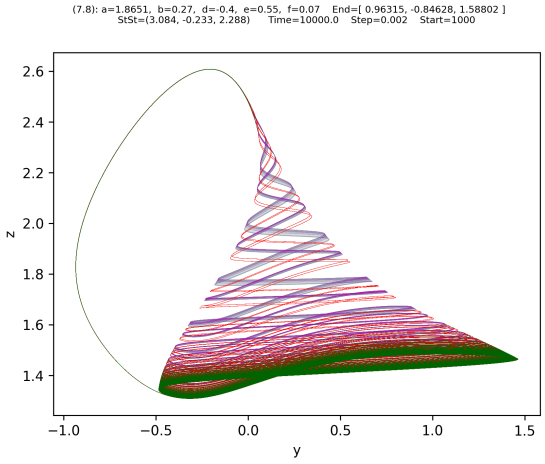


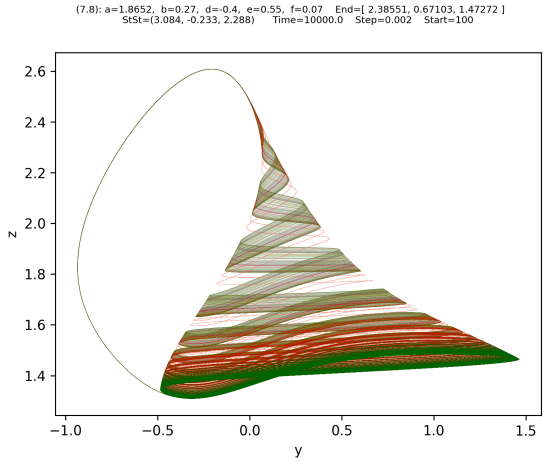


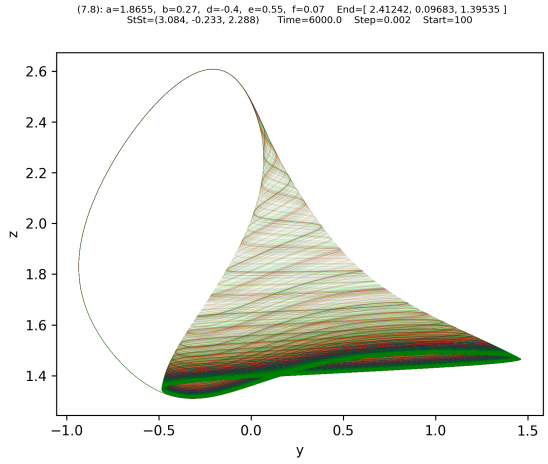


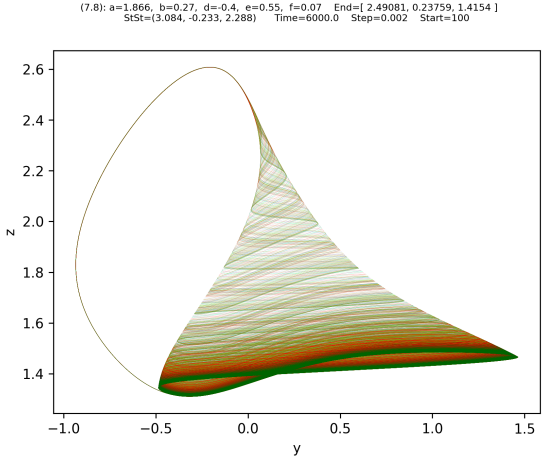
Legende: y-z-Plots zu **Beispiel 208** für $b = 0.27$, $d = -0.4$, $e = 0.55$, $f = 0.07$ und wachsende Werte von a (die unteren sechs Zeilen der Tabelle).

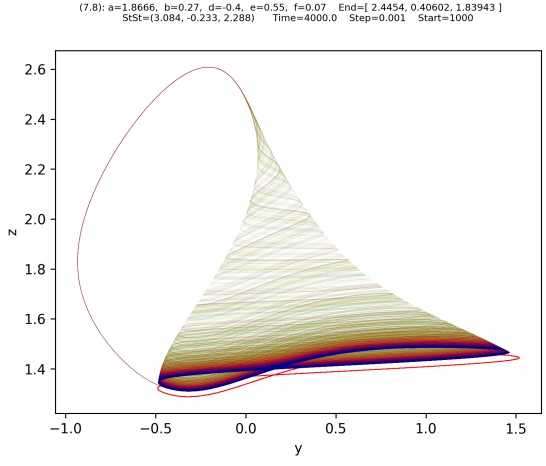
Der Grenzzyklus entwickelt sich zu Chaos-Bändern, zweifach (Bild 1) und einfach (Bild 2). Es folgt ein neuer Feigenbaum-Anlauf, der zu Chaos-Bändern führt, schmal (Bild 5) und breit (Bild 6). Die Herausbildung von kompaktem Chaos zeichnet sich ab.

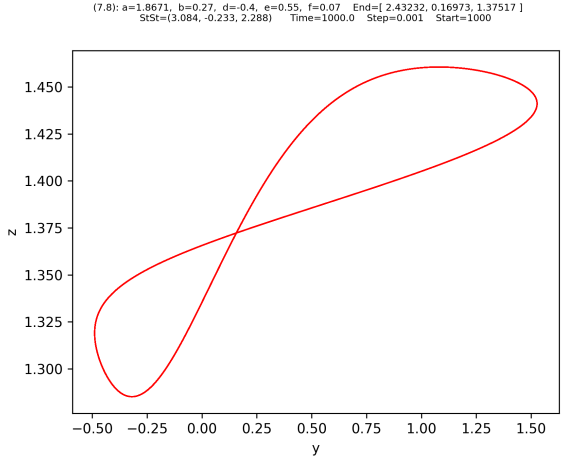












Legende: y-z-Plots zu **Beispiel 208** für $b = 0.27$, $d = -0.4$, $e = 0.55$, $f = 0.07$ und wachsende Werte von a (die Zeilen der zweiten Tabelle).

Zwei Fenster mit gefalteten Grenzzyklen unterbrechen die Route. Dann verkleben die Bänder zu kompaktem Chaos (Bilder 3 und 4). Ein einfacher Grenzzyklus erscheint dazu (Bild 5, rot). Das Chaos verschwindet und der Grenzzyklus bleibt alleine übrig (Bild 6).

Bemerkungen zu Beispiel 208 und überhaupt.

1. Die optische Plot-Analyse hilft nicht immer. Der dünne Schlauch der Trajektorien während der ”homoklinischen” großen Schleife ist visuell nicht verwertbar. Auch nicht bei höherer Auflösung.
2. Die vielen Verdrehungen der beteilgten Grenzzyklen sind als Faltung nicht sinnvoll verwendbar. Es sind zu viele und sie sind unterschiedlich deutlich.
3. Die methodisch bedingten Fehler aller numerischen Simulationen begünstigen das Überspringen des Phasenpunktes auf benachbarte Trajektorien. Dadurch wird alles falsch. Aber nicht sinnlos, wenn man das in der Bewertung berücksichtigt.

Was hilft:

1. Die Numerik maximal ausreizen. Kleinere Schrittweiten bei der Simulation probieren. Oder eine andere Integrationsmethode.
2. Beachtung des bekannten Wissens über Routen ins Chaos. Ähnlichkeiten sind ein Indiz. Sie erzeugen mehr Wahrscheinlichkeit, richtig zu liegen.
3. Mit der verbleibenden Unsicherheit leben. Chaos ist kein Pony-Hof. Eine Unsicherheit zuzugeben ist nicht immer publizierbar, aber ehrlich. Und für die Leser eine nützliche Information.

Beispiel 209 benutzt unser Basissystem, jetzt mit dem originalen Depot-Term des Chaossystems am Substrat x und am Produkt y:

$$\frac{dx}{dt} = 1 - bx - xy^2 - (exy - z)$$
$$\frac{dy}{dt} = a(xy^2 + d - y) - (exy - z)$$
$$\frac{dz}{dt} = f(exy - z)$$

Neu ist, dass wir für den Parameter d und die Variablen y und z negative Werte zulassen. Natürlich verliert das Beispiel dadurch seinen Sinn als ein Reaktionsmodell. Uns geht es hier nur ums Chaos.

Das System hat maximal 3 stationäre Zustände, die aber keine Rolle spielen. Im betrachteten Intervall ist es nur einer, ein Sattel-Fokus.

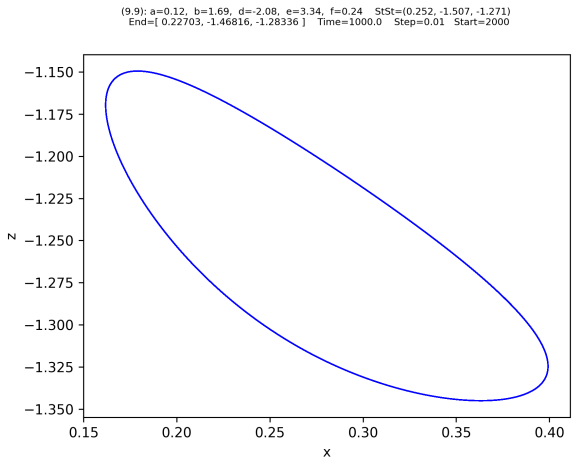
Wir finden eine ordentliche Feigenbaum-Route ins Chaos und eine Periode-3-Route heraus. Stationäre Koexistenzen wurden nicht beobachtet.

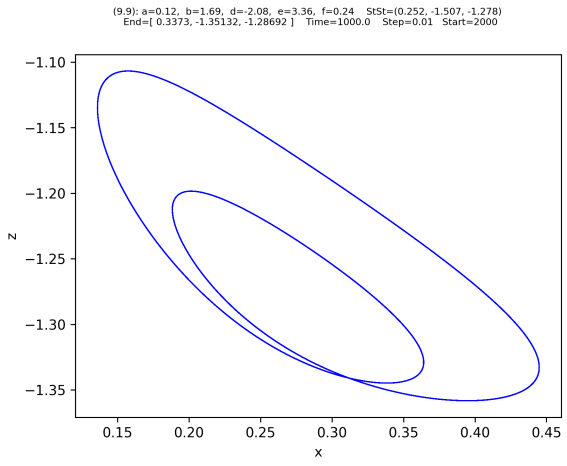
Die Lyapunov-Exponenten sind mittelgroß und numerisch gut berechenbar.

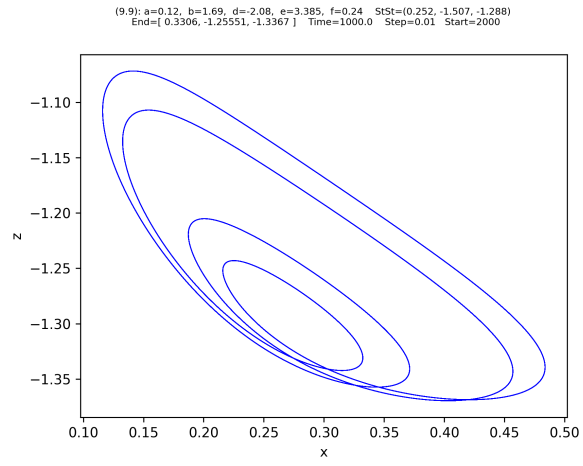
e	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
3.340	Ein einfacher Grenzzyklus.	
3.360	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
3.385	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
3.388	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
3.389	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
3.3895	Ein 32-facher Grenzzyklus.	
3.3897	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.004
3.390	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.007
3.397	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.026
3.410	Chaos.	0.036
3.422	Chaos.	0.041
3.425	Ein dreifacher Grenzzyklus.	

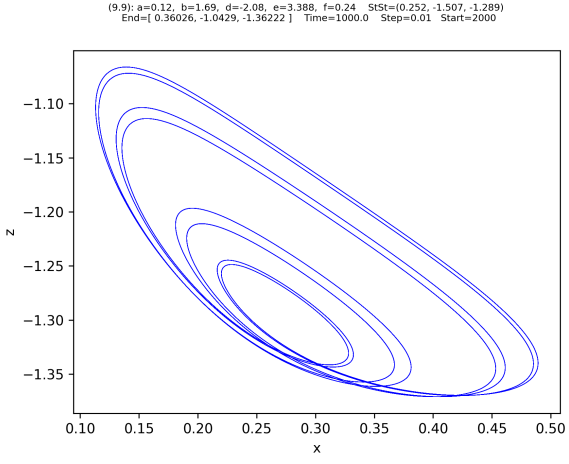
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 209** für
$a = 0.12$, $b = 1.69$, $d = -2.08$, $f = 0.24$ und wachsende Werte von e.

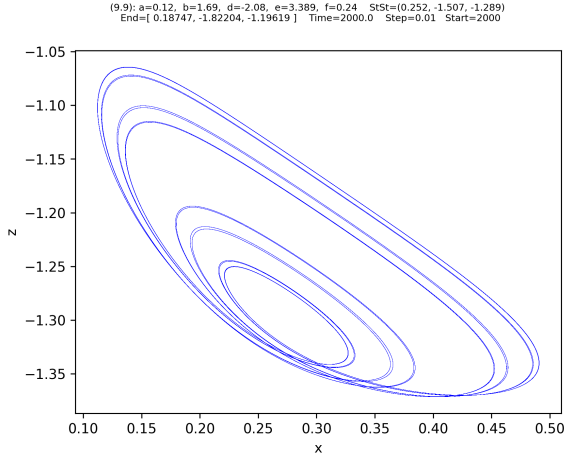
Am Anfang führt eine Feigenbaum-Route einen einfachen Grenzzyklus ins Chaos. Das Chaos verschwindet in einer Bifurkation schlagartig und hinterlässt einen dreifachen Grenzzyklus (Route 3a rückwärts).
Beispiel 209 ist das vielleicht einfachste dieser Sammlung, ein Lehr-Beispiel.

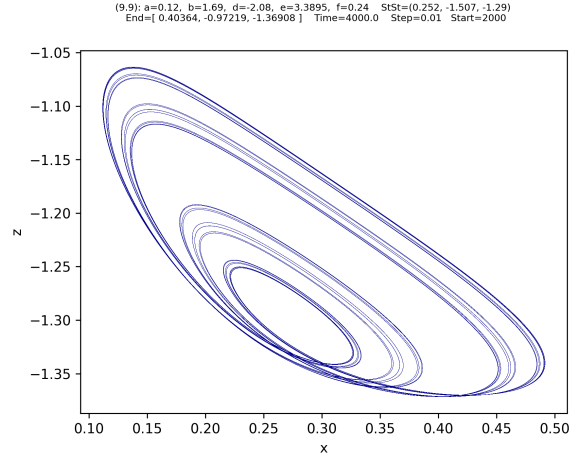






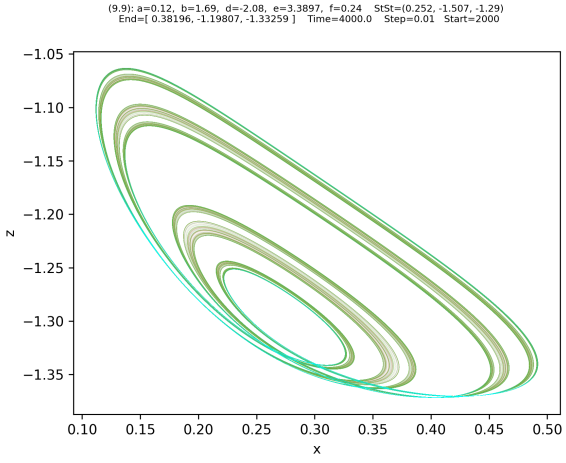


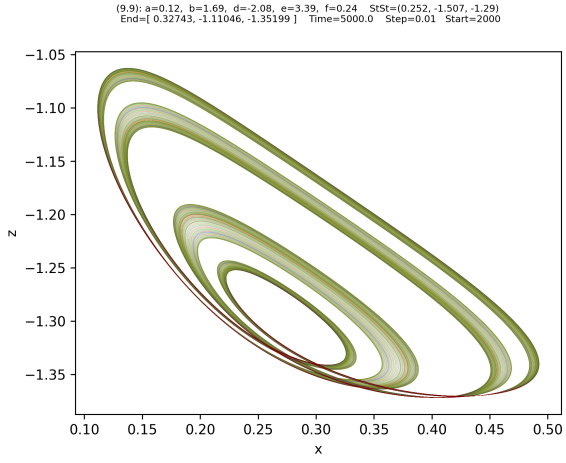


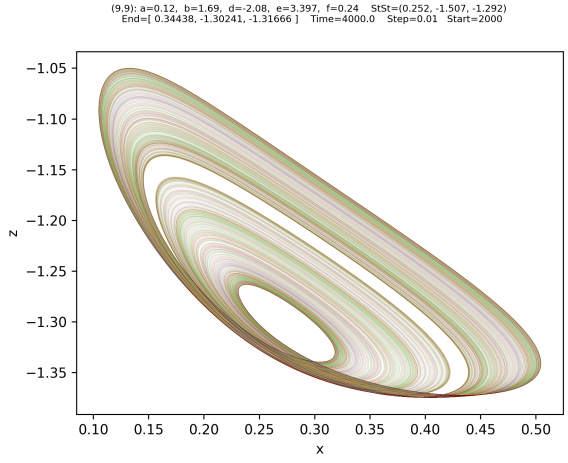


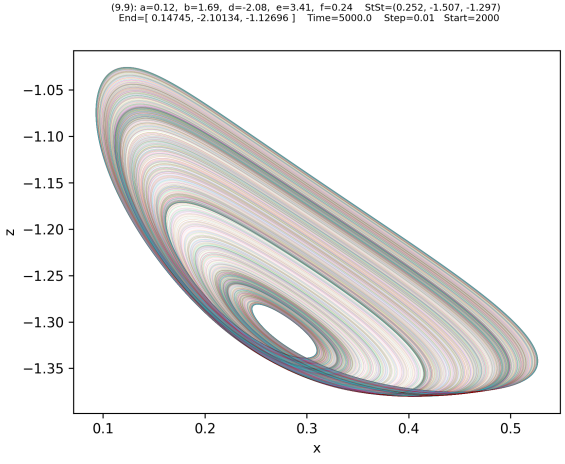
Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 209** für $a = 0.12$, $b = 1.69$, $d = -2.08$, $f = 0.24$ und wachsende Werte von e (die oberen sechs Zeilen der ersten Tabelle).

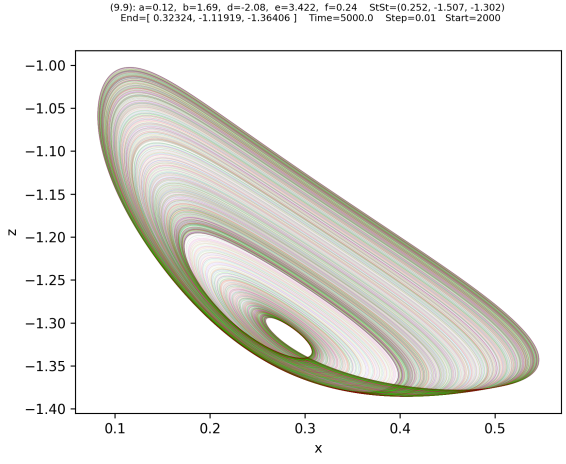
Ein einfacher Grenzzyklus (Bild 1) erleidet 5 Verdopplungs-Bifurkationen einer Feigenbaum-Route (Bilder 2 bis 6). Die Etappen sind deutlich unterscheidbar.
Ein gutes Beispiel für diese Route. Das ist aber nur die erste Hälfte der Route.

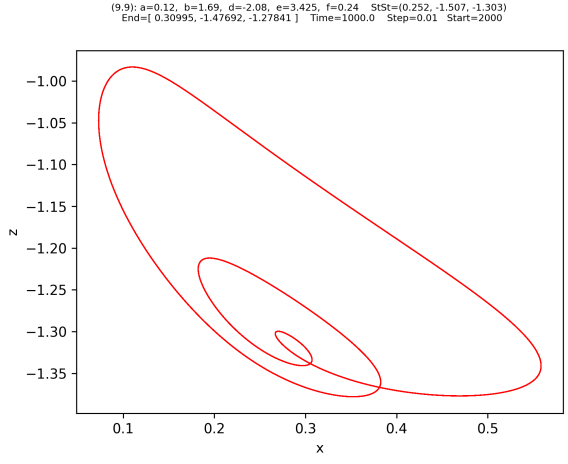












Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 209** für $a = 0.12$, $b = 1.69$, $d = -2.08$, $f = 0.24$ und wachsende Werte von e (die unteren sechs Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route durchläuft ihre absteigende Chaos-Band-Hälfte. Wir sehen ein 8-faches (Bild 1), ein 4-faches (Bild 2) und ein 2-faches Chaos-Band (Bild 3). Es folgen zwei Chaos-Bilder (Bilder 4 und 5) und der verbleibende Periode-3-Grenzzyklus (Bild 6).

Beispiel 210 benutzt unser Basissystem, jetzt mit einem quadratischen Depot-Term am Produkt y:

$$\frac{dx}{dt} = 1 - bx - xy^2$$
$$\frac{dy}{dt} = a(xy^2 + d - y) - (ey - z^2)$$
$$\frac{dz}{dt} = f(ey - z^2)$$

Wir lassen für die Parameter b und d negative Werte zu. Nicht aber für die Variablen. Das Beispiel ist dadurch ein (bio-)chemisches Reaktionsmodell.

Das System hat bis zu 3 positive stationäre Zustände, im Intervall nur einen.

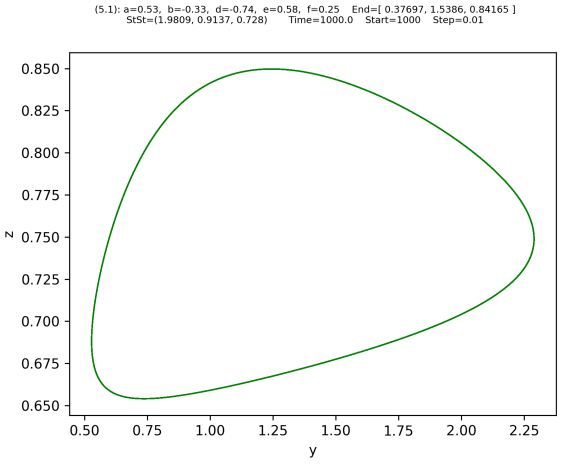
Wir finden eine Feigenbaum-Route ins Chaos und eine Explosion heraus.
Eine Chaos-Ruine sorgt dann noch eine Weile für Verdrehungen, mehr nicht.
Ein Fenster in der Route macht das Beispiel an einer Stelle etwas schwierig.
Eine verschlungene Koexistenz von Chaos-Band und Grenzzyklus ist untypisch.

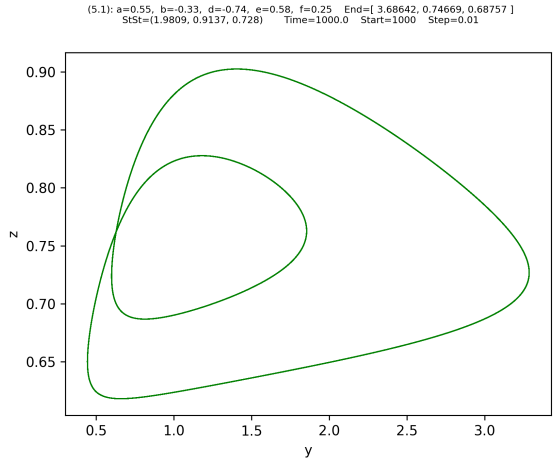
Die Lyapunov-Exponenten sind ansonsten mittelgroß und in Ordnung.

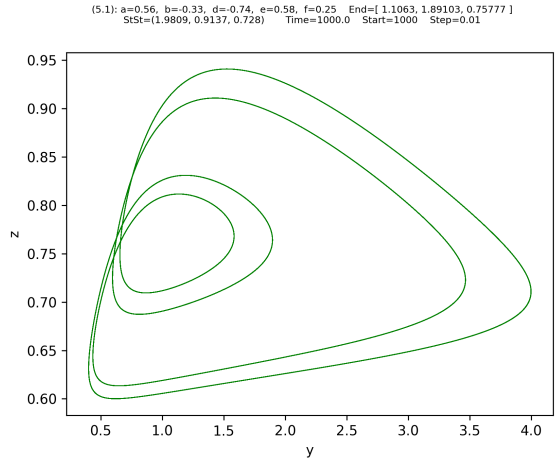
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
0.530	Ein einfacher Grenzzyklus.	
0.550	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
0.560	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
0.5615	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
0.5617	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
0.56185	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.006
0.562	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.012
0.5625	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.022
0.563	Ein 10-faches Chaos-Band und ein Grenzzyklus.	0.009 , 0.0
0.5631	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.027
0.5685	Chaos.	0.061
0.5687	Eine Chaos-Ruine.	

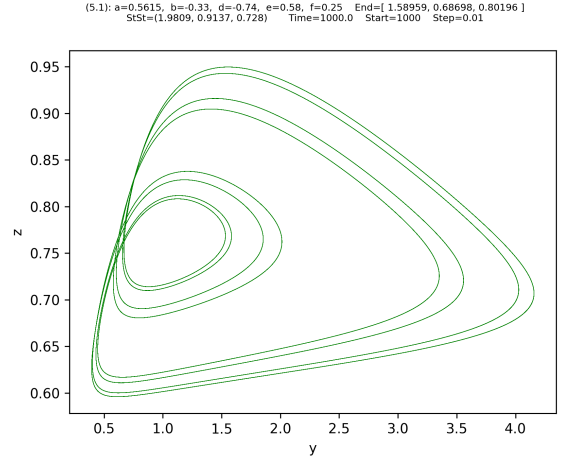
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 210** für
$b = -0.33$, $d = -0.74$, $e = 0.58$, $f = 0.25$ und wachsende Werte von a.

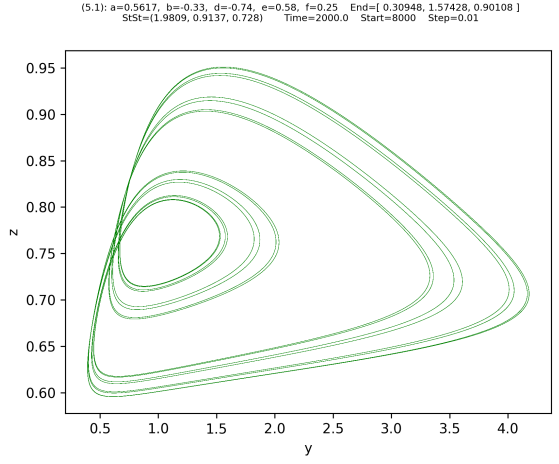
Eine Feigenbaum-Route bringt einen einfachen Grenzzyklus ins Chaos.
In einem Fenster treten ein 10-faches Chaos-Band und ein sehr gefalteter Grenzzyklus beieinander auf. Diese Befund der Lyapunov-Exponenten ist nicht ganz sicher. Dann das Chaos, das aber gleich zu einer Ruine explodiert.

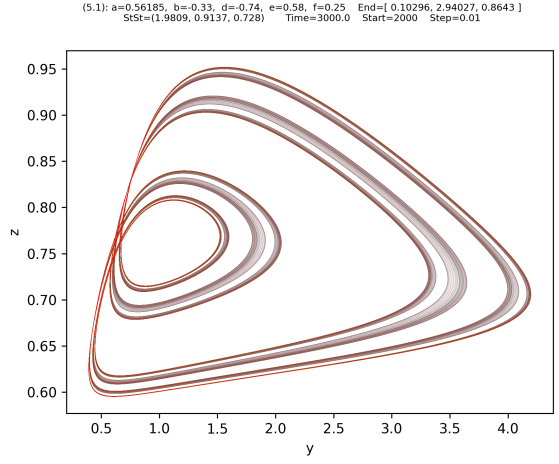






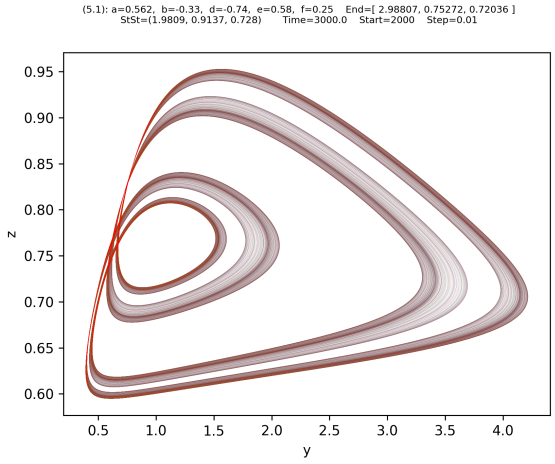


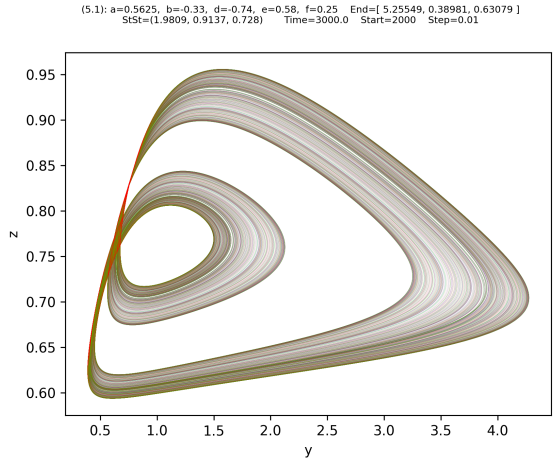


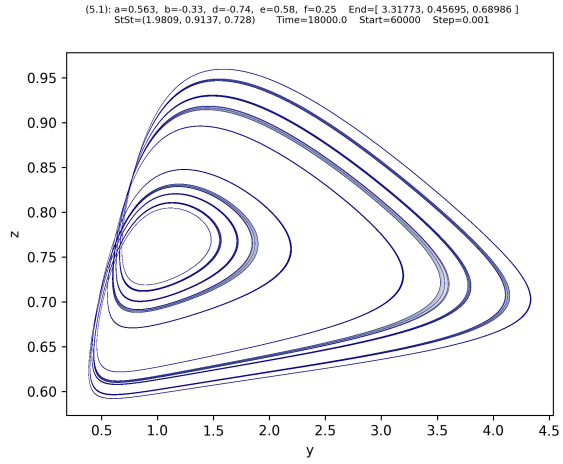


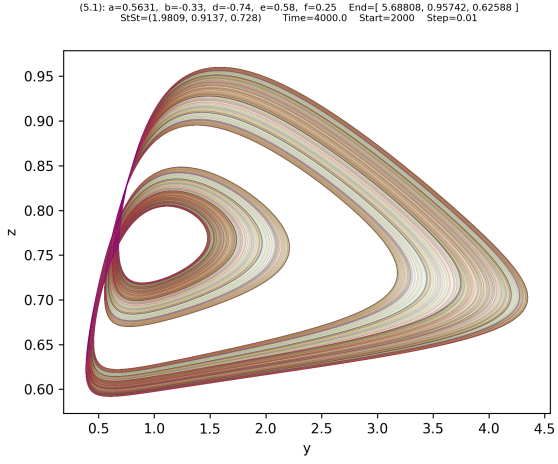
Legende: y-z-Plots zu **Beispiel 210** für $b = -0.33$, $d = -0.74$, $e = 0.58$, $f = 0.25$ und wachsende Werte von a (die oberen sechs Zeilen der ersten Tabelle).

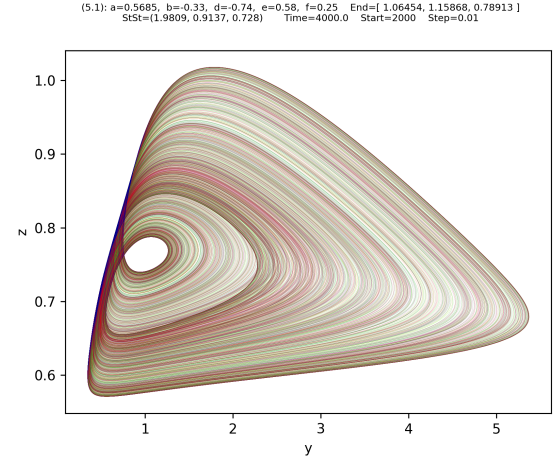
Ein einfacher Grenzzyklus (Bild 1) erleidet 4 Verdopplungs-Bifurkationen einer Feigenbaum-Route (Bilder 2 bis 5). Dann beginnt der Teil der Chaos-Bänder. Gezeigt wird ein 8-faches Chaos-Band (Bild 6).

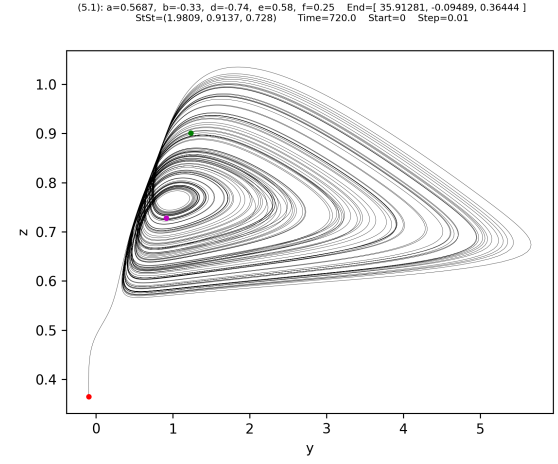












Legende: y-z-Plots zu **Beispiel 210** für $b = -0.33$, $d = -0.74$, $e = 0.58$, $f = 0.25$ und wachsende Werte von a (die unteren sechs Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route durchläuft die absteigende Routen-Hälfte. Wir sehen ein 4-faches (Bild 1) und zwei 2-fache (Bilder 2 und 4) Chaos-Bänder. Dazwischen ist ein Fenster mit 10-fachen Chaos-Bändern (Bild 4). Dann wird das Chaos kompakt und zur Ruine.

Beispiel 211 benutzt das bereits mehrfach untersuchte Basissystem vom Grad 2, jetzt mit Addition des Depot-Terms des Chaossystems:

$$\frac{dx}{dt} = 1 - bx - xy + (exy - z)$$
$$\frac{dy}{dt} = a(xy + d - y)$$
$$\frac{dz}{dt} = f(exy - z)$$

Wir lassen für die Parameter b und d auch negative Werte zu, nicht für die Variablen. Das Beispiel wäre dadurch immer noch ein Reaktionsmodell, aber die Addition des Depot-Polynoms widerspricht einem sinnvollen Reaktionsystem. Wir haben also kein Modell für irgend etwas, außer der Suche nach Chaos.

Das System zwei stationäre Zustände, im zugelassenen Intervall einen.

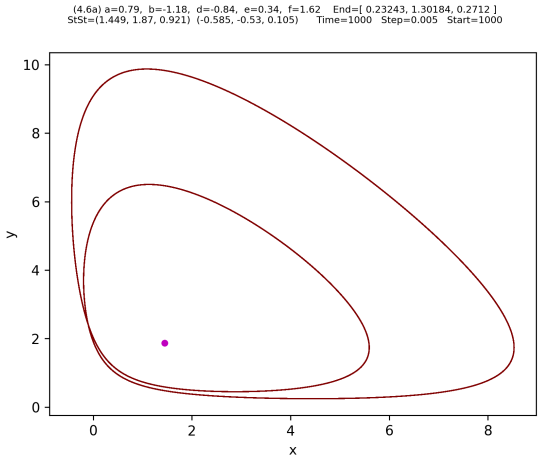
Wir finden eine Feigenbaum-Route ins Chaos und eine Explosion heraus. Fenster in der Route machen das Beispiel teilweise etwas schwierig.
Ein Periode-4-Fenster ist in dieser Sammlung eine Besonderheit.

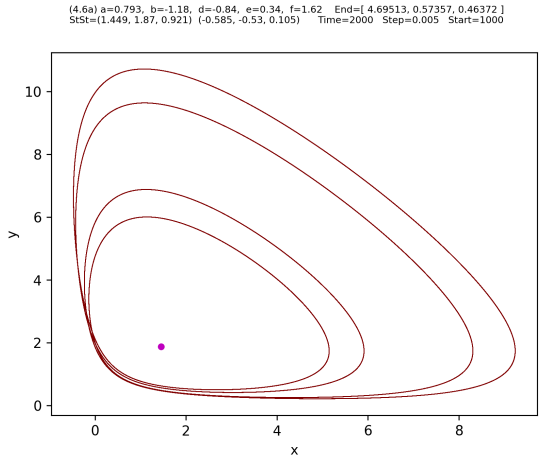
Die Lyapunov-Exponenten sind mittelgroß.

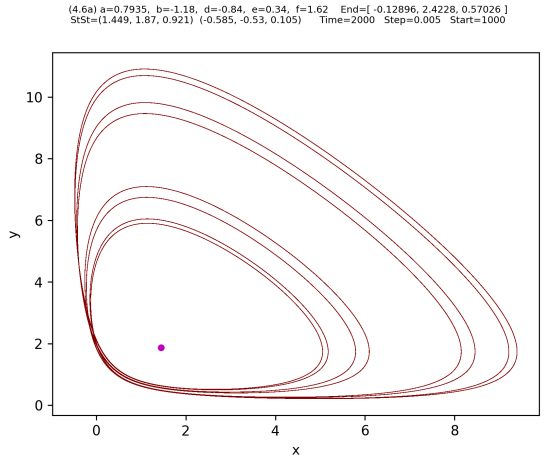
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
0.770	Ein einfacher Grenzzyklus (ohne Bild).	
0.790	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
0.793	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
0.7935	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
0.7936	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
0.7937	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.010
0.7938	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.020
0.7939	Ein 12-facher Grenzzyklus.	
0.7942	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.039
0.796	Chaos.	0.072
0.798	Chaos.	0.084
0.799	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
0.79908	Chaos kurz vor der Explosion.	0.093

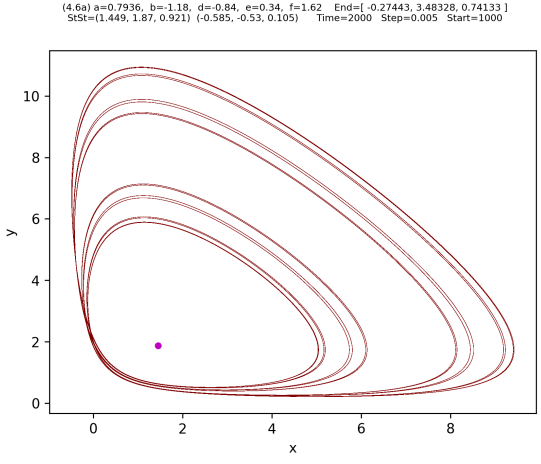
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 211** für
$b = -1.18$, $d = -0.84$, $e = 0.34$, $f = 1.62$ und wachsende Werte von a.

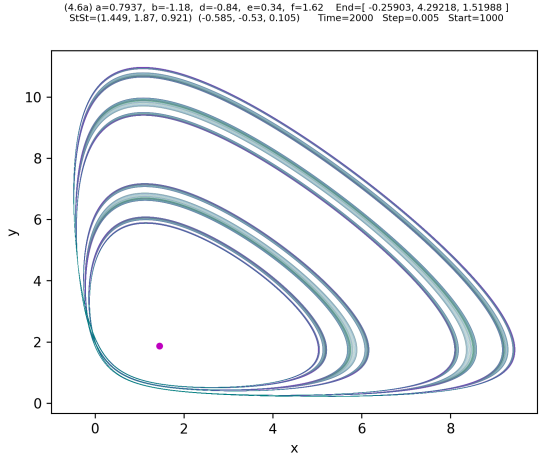
Eine Feigenbaum-Route bringt einen einfachen Grenzzyklus ins Chaos. In den Chaos-Bändern tritt ein Fenster mit einem 12-fachen Grenzzyklus auf, kurz vor der Explosion gibt es ein weiteres Fenster mit nur vierfacher Faltung.

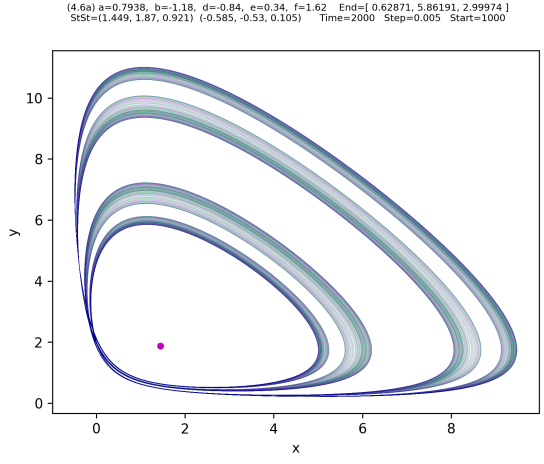






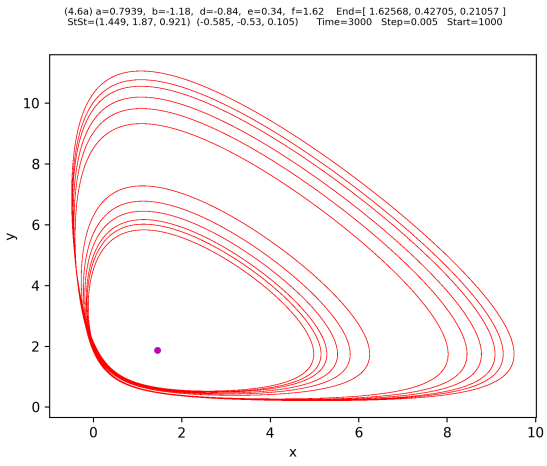


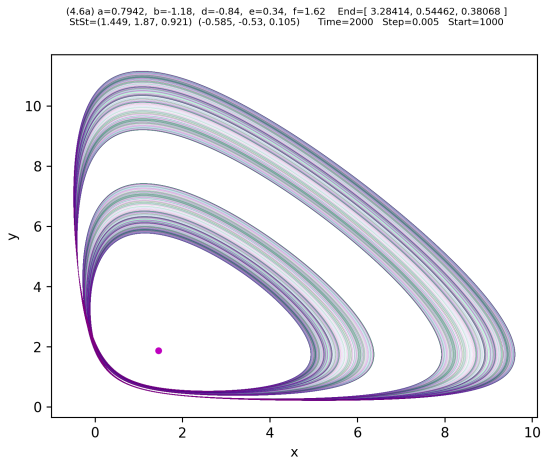


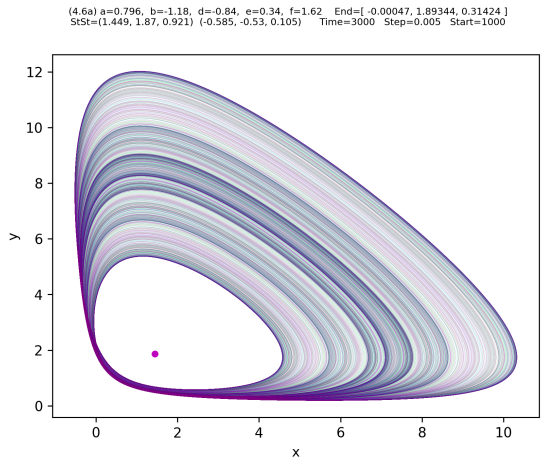


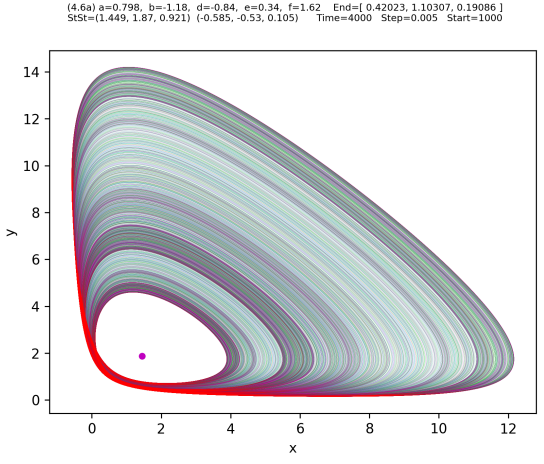
Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 211** für $b = -1.18$, $d = -0.84$, $e = 0.34$, $f = 1.64$ und wachsende Werte von a (die oberen sechs Zeilen der ersten Tabelle).

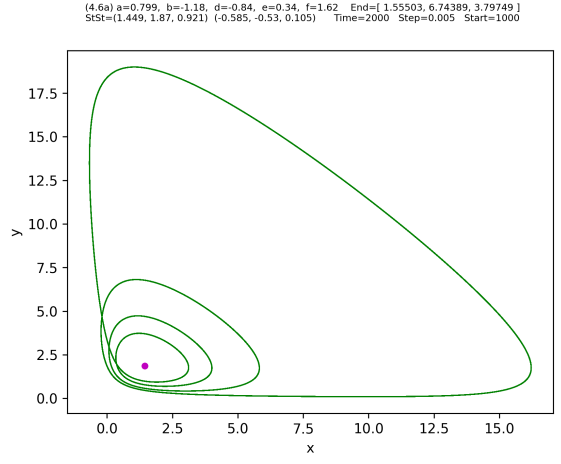
Ein einfacher Grenzzyklus (ohne Bild) erleidet 4 Verdopplungs-Bifurkationen einer Feigenbaum-Route (Bilder 1 bis 4). Dann beginnt der Teil der Chaos-Bänder. Gezeigt werden ein 8-faches (Bild 5) und ein 4-faches Chaos-Band (Bild 6).

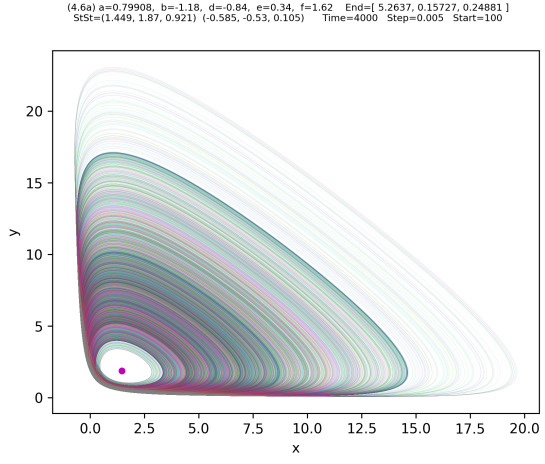












Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 211** für $b = -1.18$, $d = -0.84$, $e = 0.34$, $f = 1.64$ und wachsende Werte von a (die unteren sechs Zeilen der Tabelle).

Ein Fenster mit 12-fachen Grenzzyklen tritt auf (Bild 1). Die Feigenbaum-Route wird abgeschlossen durch 2-fache Chaos-Bänder (Bild 2) und Chaos (Bilder 3 und 4). Es folgen ein Fenster mit vierfachen Grenzzyklen (Bild 5) und das letzte Chaos (Bild 6).

Beispiel 212 verbindet unser Basissystem mit einem neuen Depot-Term:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 1 - bx - xy^2 + (e - yz)\\ \frac{dy}{dt} &= a\,(xy^2 + d - y)\\ \frac{dz}{dt} &= f\,(e - yz)\end{aligned}$$

Wir lassen für die Parameter b und d auch negative Werte zu, für die Variablen nicht. Das Beispiel kann ein Reaktionsmodell sein, aber die Addition des Depot-Polynoms macht die Sache etwas speziell. Wir kennen jedenfalls keine passende Anwendung, außer die Suche nach Chaos.

Das System hat die stationären Zustände des Basissystems, im zugelassenen Intervall einen, der numerisch berechnet wird.

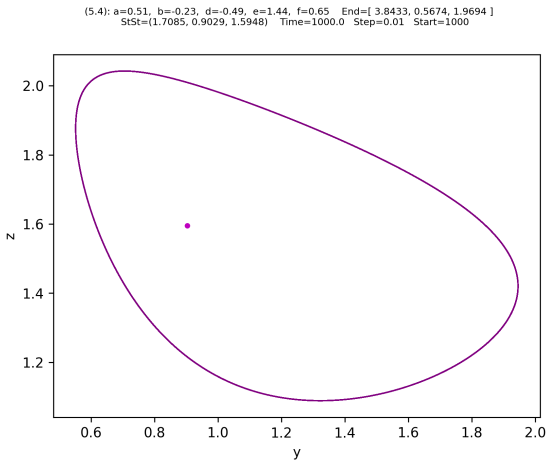
Wir finden eine Feigenbaum-Route ins Chaos und eine Explosion heraus. Fenster mit Grenzzyklen im Chaos wurden nicht gefunden.

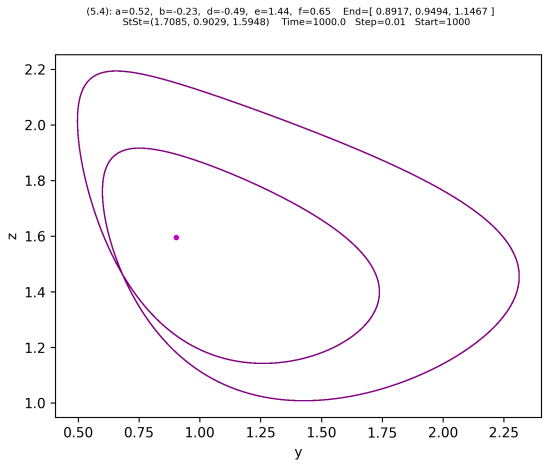
Die Lyapunov-Exponenten sind ordentlich. Es ist ein schlichtes Beispiel.

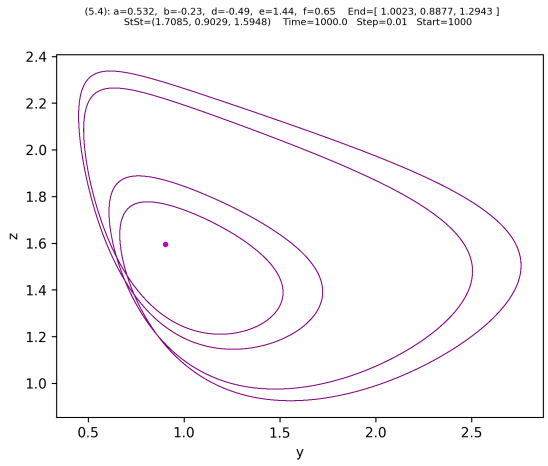
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
0.510	Ein einfacher Grenzzyklus.	
0.520	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
0.532	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
0.5332	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
0.5334	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
0.5335	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.008
0.5338	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.018
0.535	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.032
0.537	Chaos.	0.054
0.538	Chaos.	0.057
0.5398	Chaos kurz vor der Explosion.	0.071
0.5399	Eine Chaos-Ruine.	

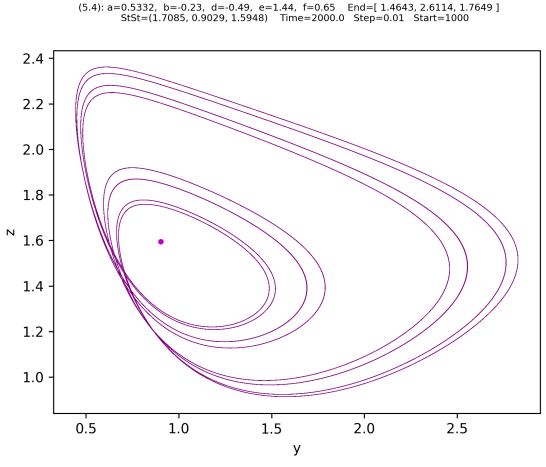
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 212** für
$b = -0.23$, $d = -0.49$, $e = 1.44$, $f = 0.65$ und wachsende Werte von a.

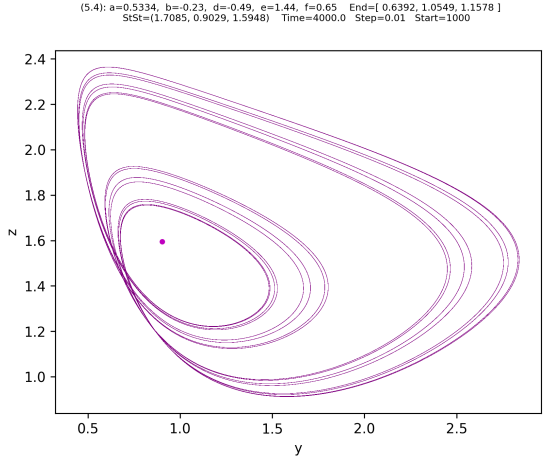
Eine Feigenbaum-Route führt einen einfachen Grenzzyklus ins Chaos.
Das Chaos explodiert und alle Trajektorien des ehemaligen Chaos-Gebietes streben nach einem befristeten Kreisen in der Chaos-Ruine davon.

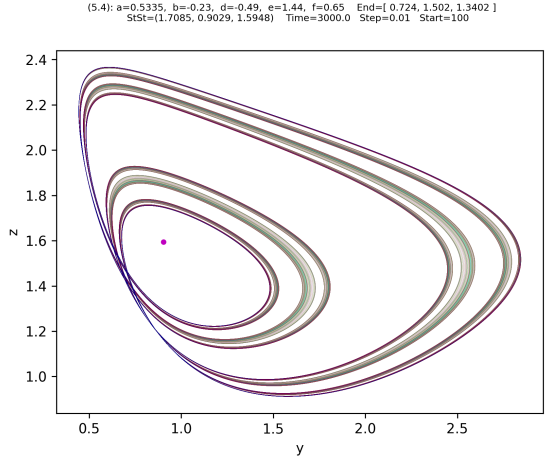






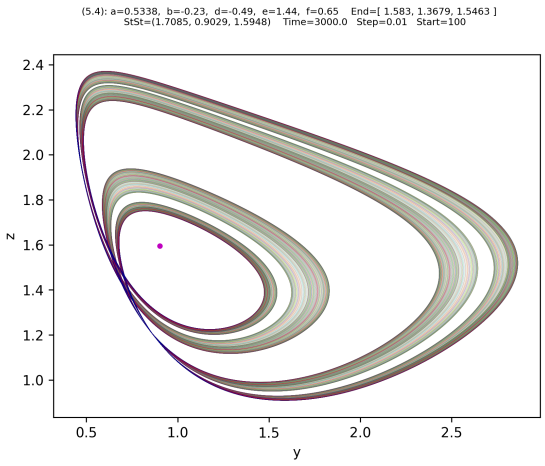


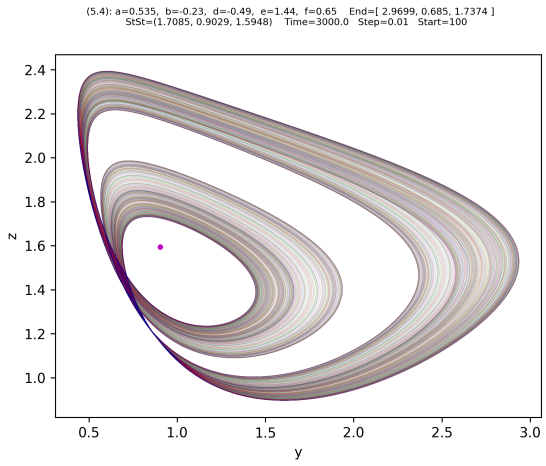


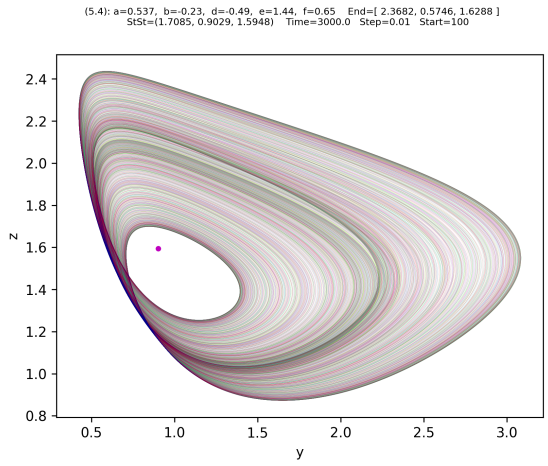


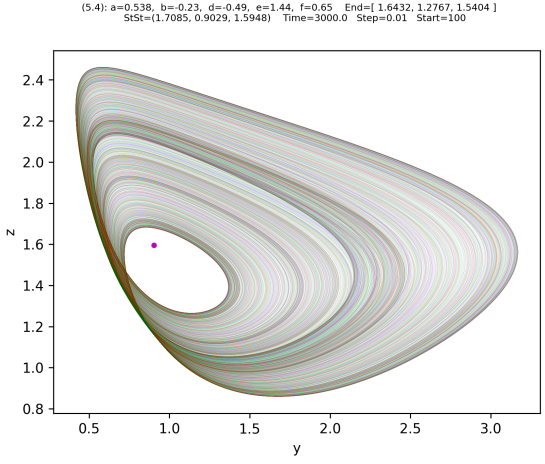
Legende: y-z-Plots zu **Beispiel 212** für $b = -0.23$, $d = -0.49$, $e = 1.44$, $f = 0.65$ und wachsende Werte von a (die oberen sechs Zeilen der ersten Tabelle).

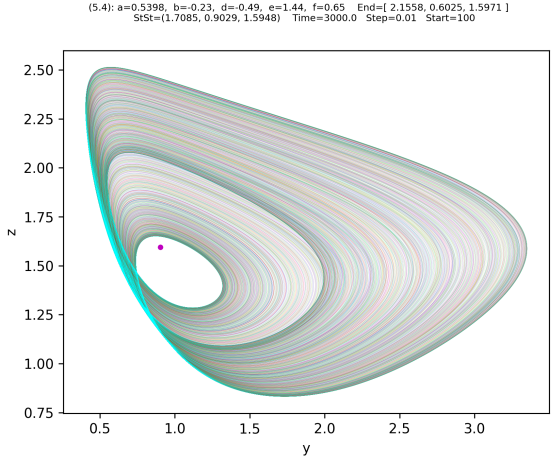
Ein einfacher Grenzzyklus (Bild 1) erleidet die ersten vier Verdopplungs-Bifurkationen einer Feigenbaum-Route (Bilder 2 bis 5). Dann beginnt der Teil der Chaos-Bänder. Gezeigt wird hier ein 8-faches Chaos-Band (Bild 6).

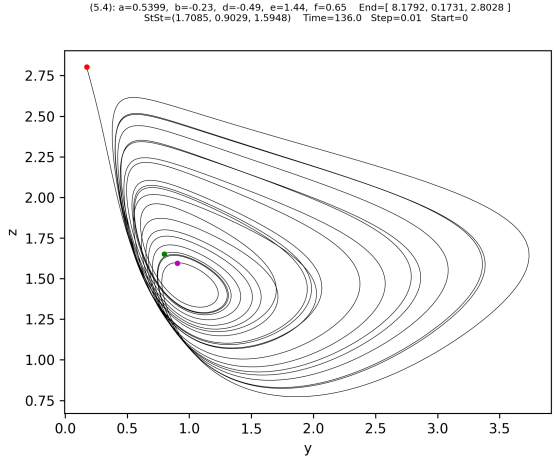












Legende: y-z-Plots zu **Beispiel 212** für $b = -0.23$, $d = -0.49$, $e = 1.44$, $f = 0.65$ und wachsende Werte von a (die unteren sechs Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route wird abgeschlossen durch 4-fache und 2-fache Chaos-Bänder (Bilder 1 und 2) und Chaos (Bilder 3 bis 5). Dann explodiert das Chaos und eine sich abschwächende Ruine bleibt noch eine Weile bestehen (Bild 6).

Beispiel 213 benutzt unser Basissystem, jetzt mit einem linearen Depot-Term am Produkt y ohne einen Einfluss des Substrates x:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 1 - bx - xy^2 \\ \frac{dy}{dt} &= a\,(xy^2 + d - y) - (ey - z) \\ \frac{dz}{dt} &= f\,(ey - z)\end{aligned}$$

Wir lassen für die Parameter b und d negative Werte zu. Nicht aber für die Variablen. Das Beispiel kann ein Modell für eine (bio-)chemische Reaktion sein.

Das System hat bis zu 3 positive stationäre Zustände, im Intervall nur einen.

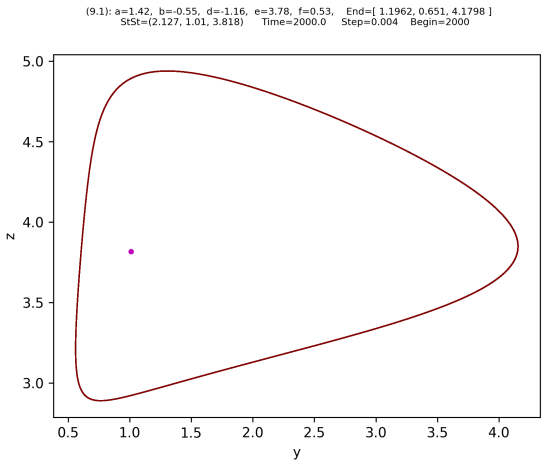
Wir finden eine Feigenbaum-Route ins Chaos und eine Shilnikov-Route heraus. Dabei spielt der existierende Sattel-Fokus eine wesentliche Rolle. Die dabei auftretenden starken Verdrehungen der Trajektorien machen die numerischen Berechnungen an diesen Stellen schwierig.

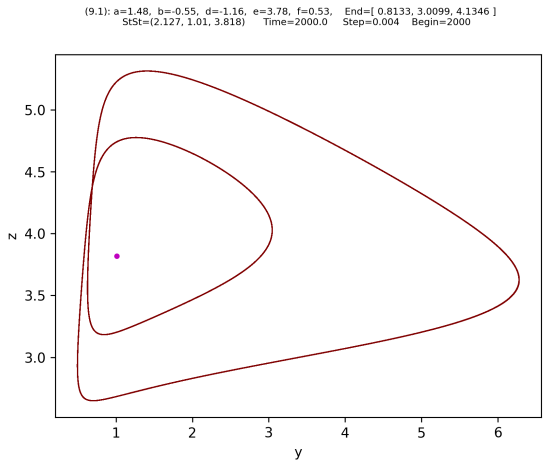
Die Lyapunov-Exponenten sind vergleichsweise grossß.

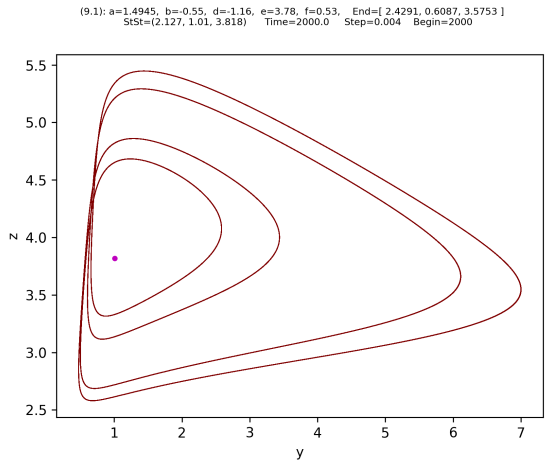
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
1.420	Ein einfacher Grenzzyklus.	
1.480	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
1.4945	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
1.497	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
1.498	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
1.4987	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.017
1.499	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.023
1.505	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.047
1.510	Chaos.	0.086
1.530	Chaos.	0.096
1.542	Chaos.	0.152
1.544	Ein verdrehter Grenzzyklus.	

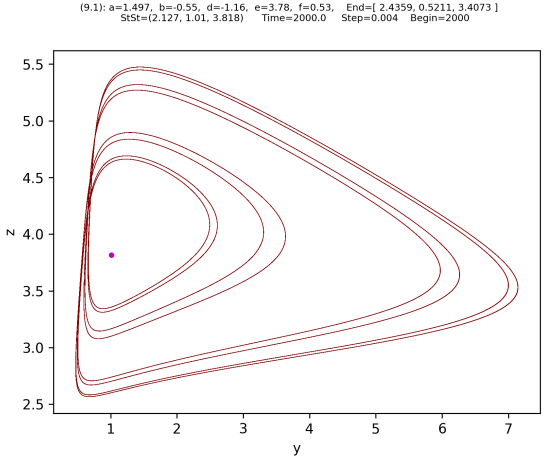
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 213** für
$b = -0.55$, $d = -1.16$, $e = 3.78$, $f = 0.53$ und wachsende Werte von a.

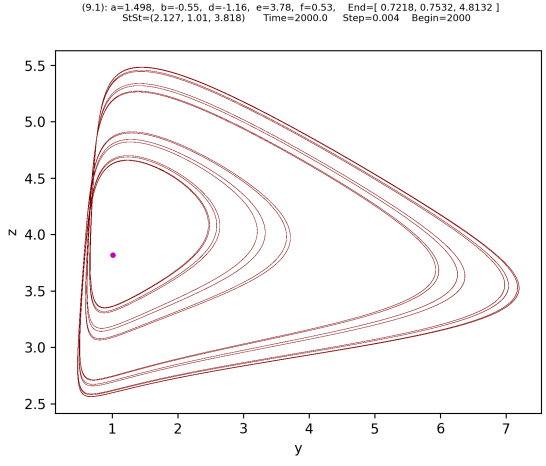
Eine Feigenbaum-Route treibt einen einfachen Grenzzyklus ins Chaos. Das Chaos vergeht in einer Bifurkation der Shilnikov-Route zu einem verdrehten Grenzzyklus. Die dabei auftretende Faltung ist keine Periode-3-Faltung.

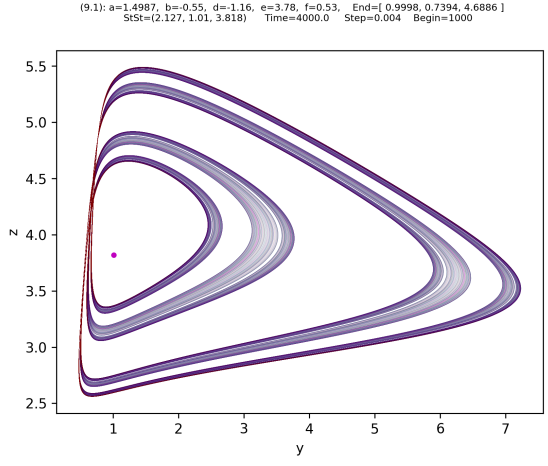






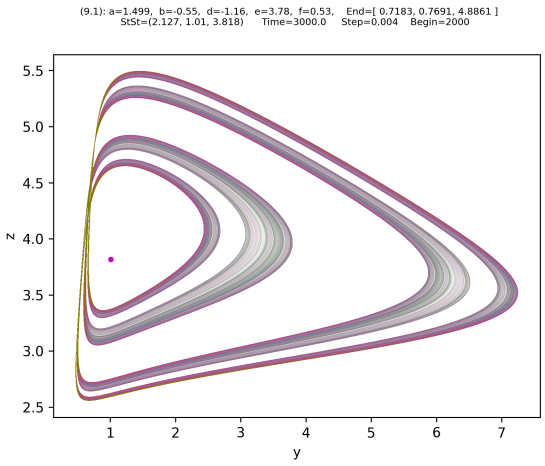


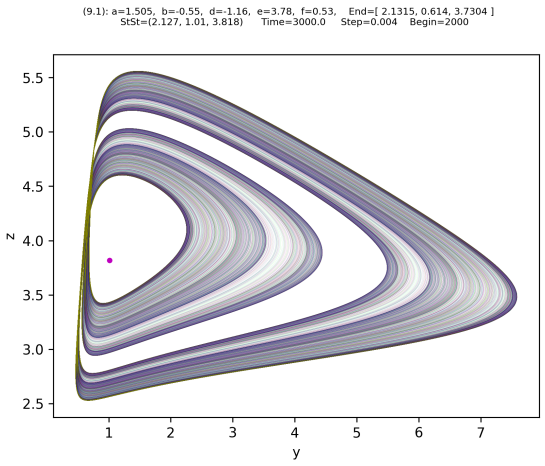


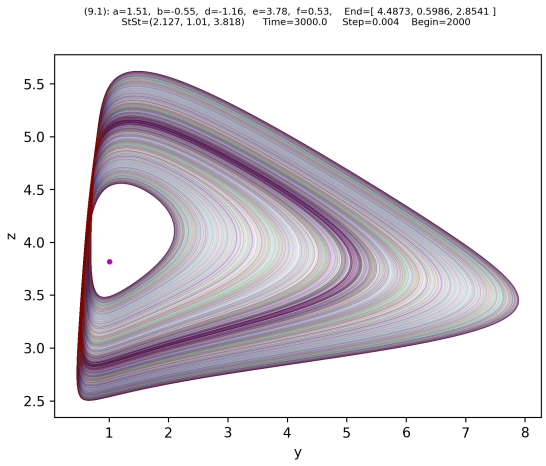


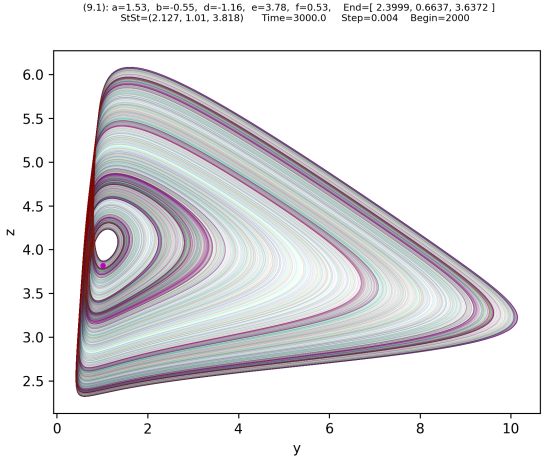
Legende: y-z-Plots zu **Beispiel 213** für $b = -0.55$, $d = -1.16$, $e = 3.78$, $f = 0.53$ und wachsende Werte von a (die oberen sechs Zeilen der ersten Tabelle).

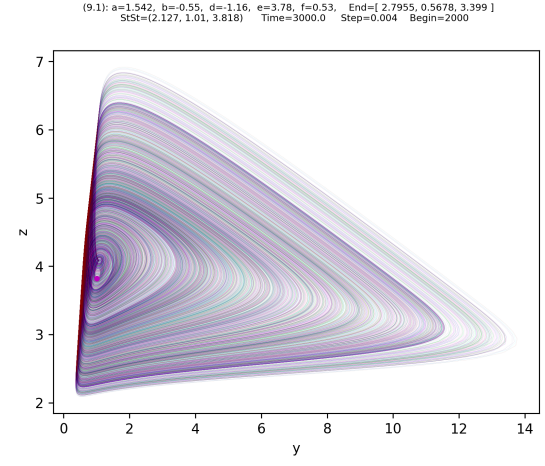
Ein einfacher Grenzzyklus (Bild 1) erleidet die ersten vier Verdopplungs-Bifurkationen einer Feigenbaum-Route (Bilder 2 bis 5). Dann beginnt der Teil der Chaos-Bänder. Gezeigt wird hier ein 8-faches Chaos-Band (Bild 6).

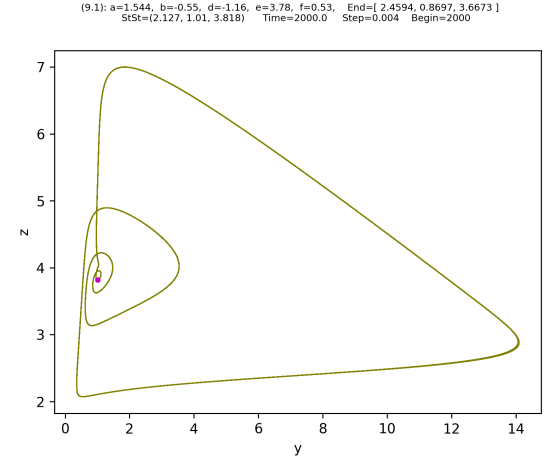












Legende: y-z-Plots zu **Beispiel 213** für $b = -0.55$, $d = -1.16$, $e = 3.78$, $f = 0.53$ und wachsende Werte von a (die unteren sechs Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route wird abgeschlossen durch 4-fache und 2-fache Chaos-Bänder (Bilder 1 und 2) und Chaos (Bilder 3 bis 5). Dann verschwindet das Chaos schlagartig und ein verdrehter Grenzzyklus am Sattel-Fokus verbleibt (Bild 6).

Beispiel 214 benutzt unser Basissystem, jetzt mit einem speziellen Pendel-Polynom:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 1 - bx - xy^2 - (ex - y - z^2)\\ \frac{dy}{dt} &= a\,(xy^2 + d - y)\\ \frac{dz}{dt} &= f\,(ex - y - z^2)\end{aligned}$$

Wir lassen für b und d auch negative Werte zu. Und auch für die Variable z. Damit kann das Beispiel kein Modell für eine chemische Reaktion mehr sein.

Das System hat bis zu 6 stationäre Zustände, im betrachteten Bereich nur einen.

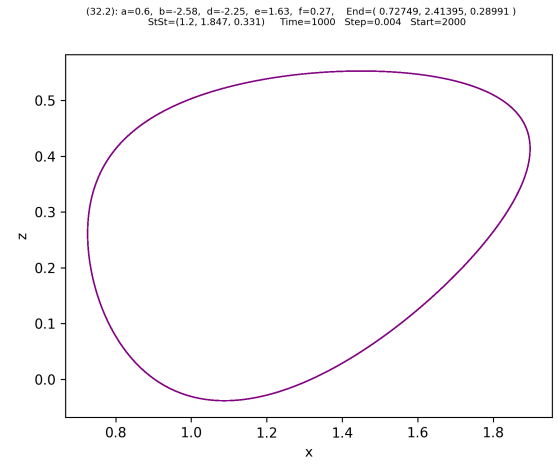
Wir finden eine Feigenbaum-Route ins Chaos und eine Explosion heraus. Dabei spielt der Sattel-Fokus im Auge des chaotischen Wirbels eine wichtige Rolle. Es ist seine homoklinische Separatrizenschleife, die das Chaos erzeugt. Gezeigt werden kann das hier nicht. Die Chaos-Ruine ist stark, aber trotzdem nur ein Übergangsereignis, keine stationäre Dynamik.

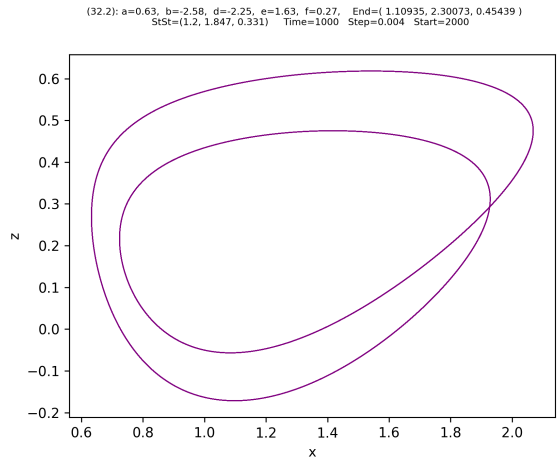
Die Lyapunov-Exponenten sind vergleichsweise groß und gut zu berechnen.

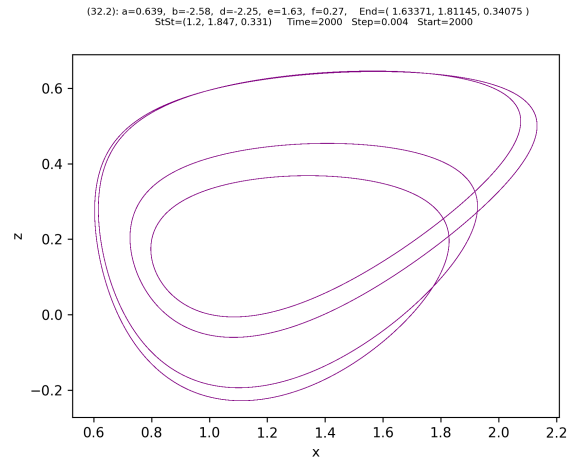
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
0.600	Ein einfacher Grenzzyklus.	
0.630	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
0.639	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
0.6402	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
0.6403	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
0.6404	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.006
0.6405	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.014
0.641	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.033
0.642	Ein sechsfacher Grenzzyklus.	
0.644	Chaos.	0.074
0.653	Chaos.	0.109
0.6554	Eine Chaos-Ruine.	

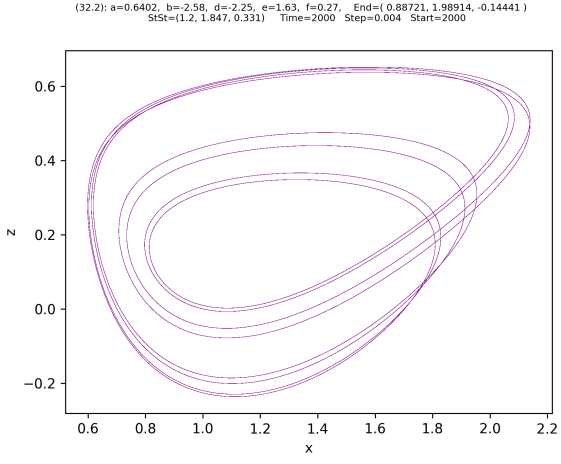
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 214** für
$b = -2.58$, $d = -2.25$, $e = 1.63$, $f = 0.27$ und wachsende Werte von a.

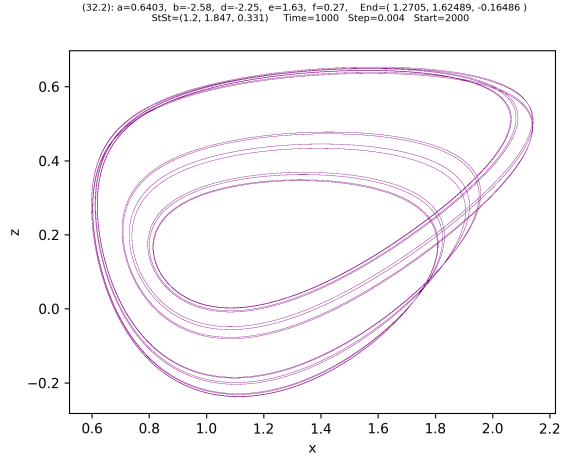
Eine Feigenbaum-Route bringt einen einfachen Grenzzyklus ins Chaos.
In der Route gibt es ein Fenster mit sechsfachen Grenzzyklen. Das Chaos vergeht schlagartig in einer Bifurkation am Sattel-Fokus ins Nichts.

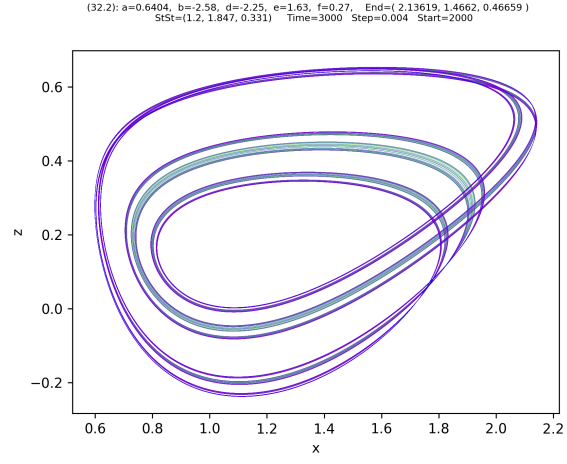






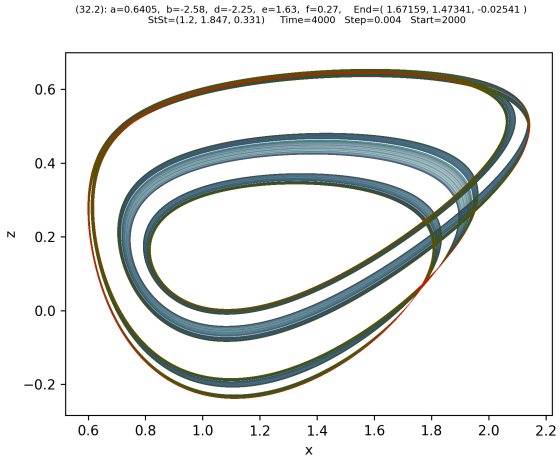


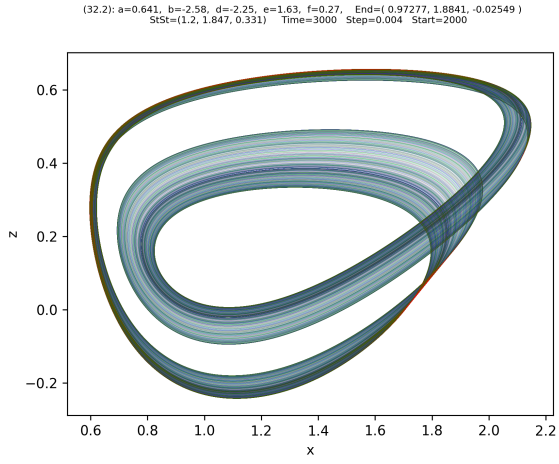


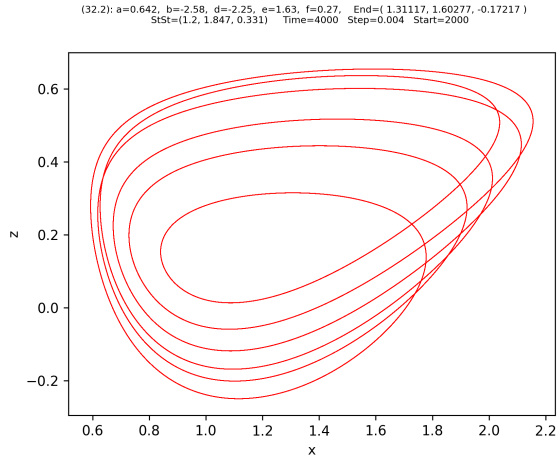


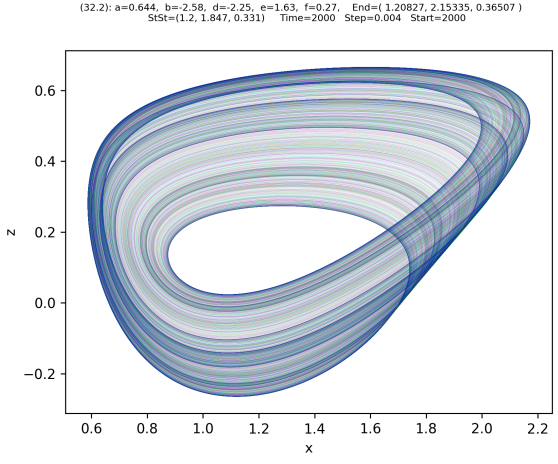
Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 214** für $b = -2.58$, $d = -2.25$, $e = 1.63$, $f = 0.27$ und wachsende Werte von a (die oberen sechs Zeilen der ersten Tabelle).

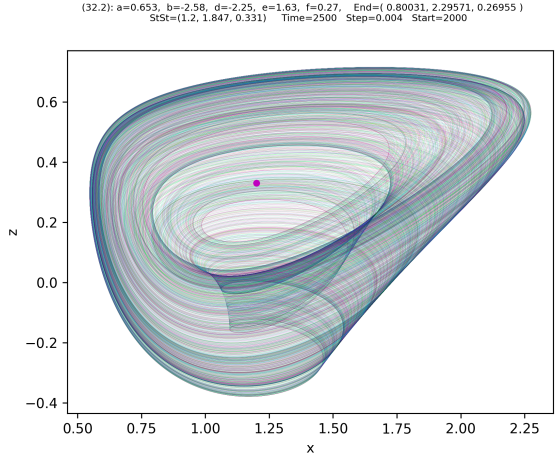
Ein einfacher Grenzzyklus (Bild 1) erleidet die ersten vier Verdopplungs-Bifurkationen einer Feigenbaum-Route (Bilder 2 bis 5). Dann beginnt der Teil der Chaos-Bänder. Gezeigt wird hier ein 8-faches Chaos-Band (Bild 6).

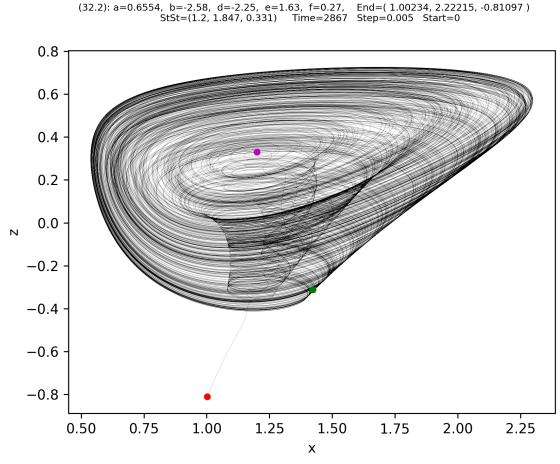












Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 214** für $b = -2.58$, $d = -2.25$, $e = 1.63$, $f = 0.27$ und wachsende Werte von a (die unteren sechs Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route wird abgeschlossen durch 4-fache und 2-fache Chaos-Bänder (Bilder 1 und 2) und Chaos (Bilder 4 und 5). Dazwischen ist ein Fenster mit sechsfachen Grenzzyklen. Dann verschwindet das Chaos schlagartig und Ruinen treten auf (Bild 6).

Beispiel 215 benutzt das zuletzt in Beispiel 211 untersuchte Basissystem vom Grad 2 mit Addition des einfachsten Pendel-Polynoms in der Gleichung für y:

$$\frac{dx}{dt} = 1 - bx - xy$$
$$\frac{dy}{dt} = a(xy + d - y) + (ex - z)$$
$$\frac{dz}{dt} = f(ex - z)$$

Wir lassen für die Parameter b und d auch negative Werte zu, auch für die Variable y. Das Beispiel ist dadurch kein Reaktionsmodell mehr (mit positiven Konzentrationen als Variablen). Auch die Addition des Depot-Polynoms widerspricht einem sinnvollen Reaktionsystem. Bei der Suche nach Chaos ist das aber egal.

Das System hat zwei stationäre Zustände, im betrachteten Bereich nur einen.

Wir finden eine Feigenbaum-Route ins Chaos und eine Explosion heraus.
Das Chaos-Teilintervall ist das kleinste aller hier versammelten Beispiele.
Die Numerik ist hier am Limit. Einige Ergebnisse stehen unter Vorbehalt.

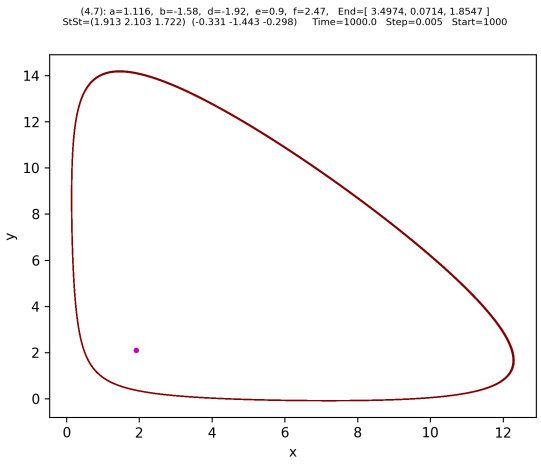
Die Lyapunov-Exponenten sind groß, ihre Berechnung ist numerisch sensibel.

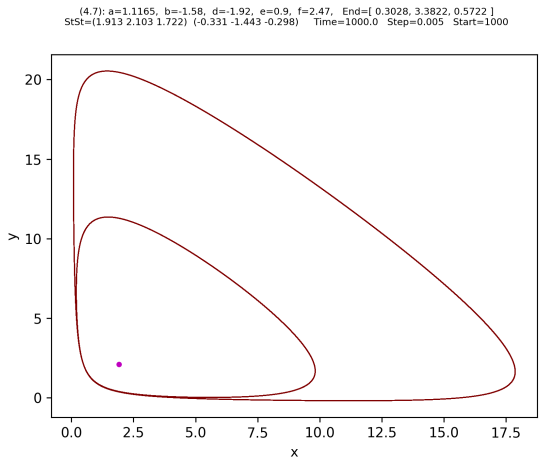
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
1.1160	Ein einfacher Grenzzyklus.	
1.1165	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
1.11658	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
1.116605	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
1.116606	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
1.116607	Ein 32-facher Grenzzyklus.	
1.116608	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.012
1.11661	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.025
1.11664	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.075
1.11665065	Chaos.	0.092
1.11665067	Chaos, kurz vor der Explosion.	0.091
1.11665069	Eine Chaos-Ruine.	

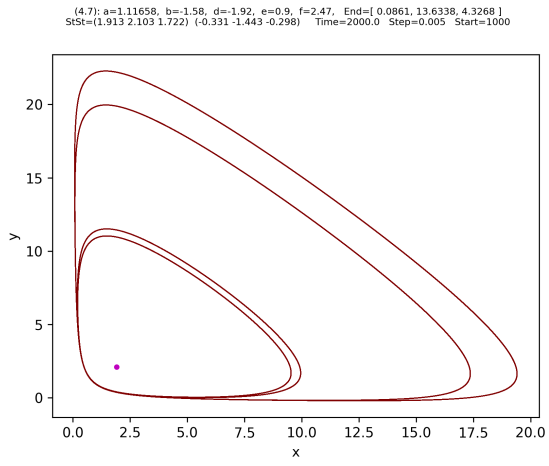
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 215** für
$b = -1.58$, $d = -1.92$, $e = 0.9$, $f = 2.47$ und wachsende Werte von a.

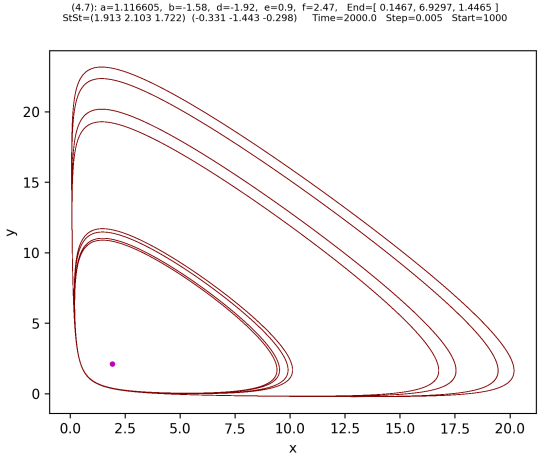
Eine Feigenbaum-Route bringt einen einfachen Grenzzyklus ins Chaos.
Das Chaos wächst an und explodiert schlagartig in einer Bifurkation.
Es verbleibt eine kräftige Chaos-Ruine. Alle Trajektorien laufen davon.

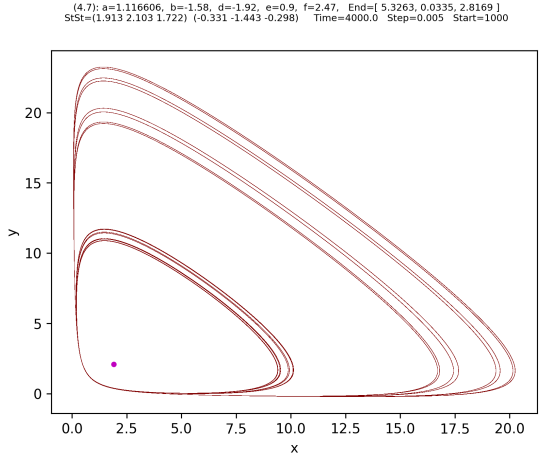
Die Route ist so extrem klein, dass das Chaos ganz schwer zu finden ist.
Ohne Vorkenntnisse wird es übersehen, ein ”hidden chaos”.

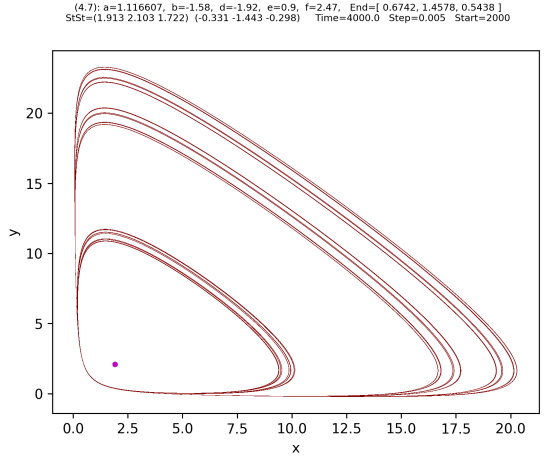






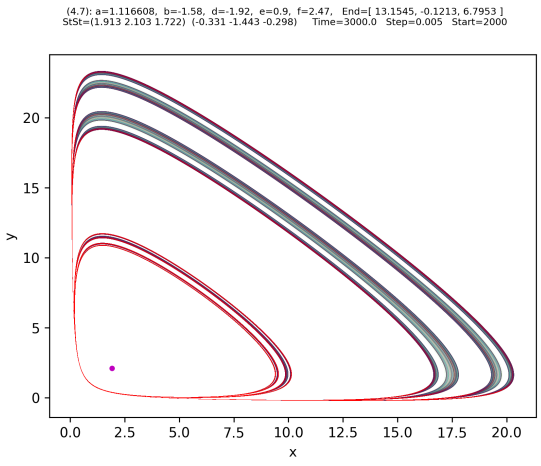


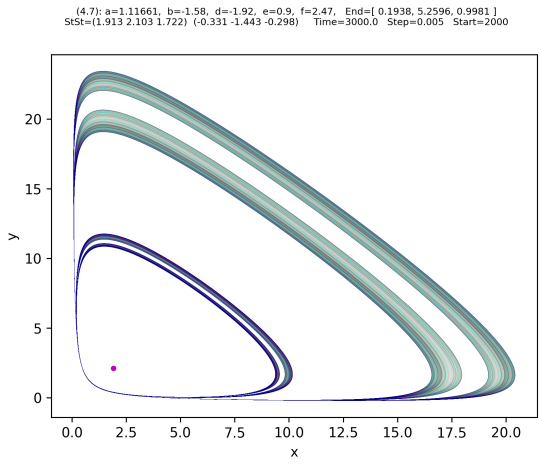


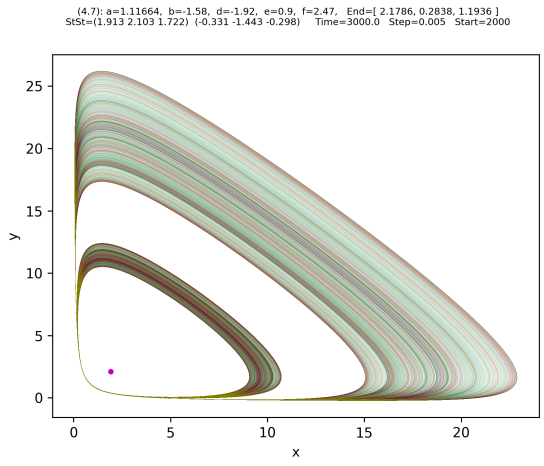


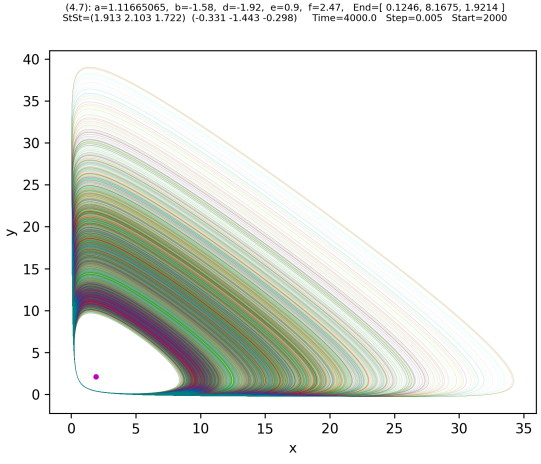
Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 215** für $b = -1.58$, $d = -1.92$, $e = 0.9$, $f = 2.47$ und wachsende Werte von a (die oberen sechs Zeilen der ersten Tabelle).

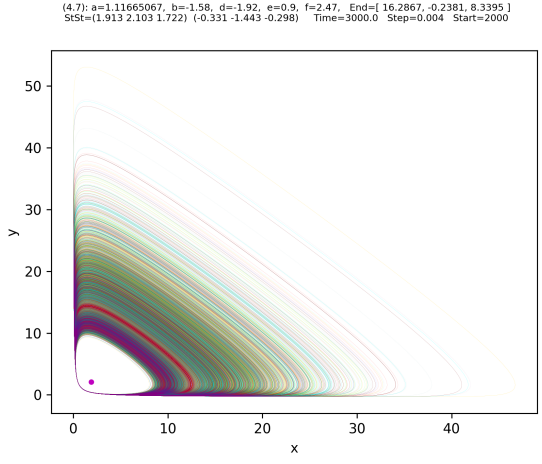
Ein einfacher Grenzzyklus (Bild 1) realisiert die ersten fünf Verdopplungs-Bifurkationen einer Feigenbaum-Route (Bilder 2 bis 6). Das geschieht im Parameter-Intervall ”auf engstem Raum”. Scheinbar explodiert der Grenzzyklus einfach. Falsch.

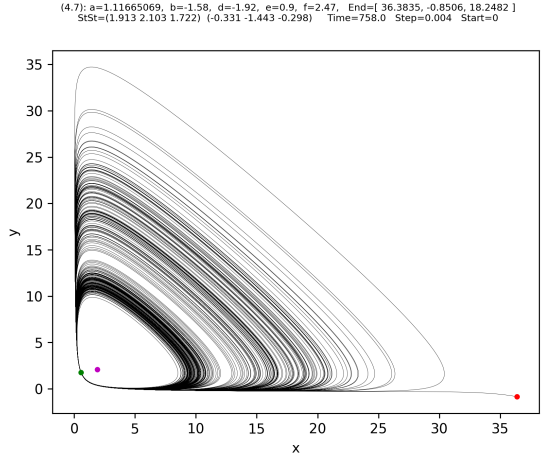












Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 215** für $b = -1.58$, $d = -1.92$, $e = 0.9$, $f = 2.47$ und wachsende Werte von a (die unteren sechs Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route wird abgeschlossen durch 8-fache, 4-fache und 2-fache Chaos-Bänder (Bilder 1 bis 3) und das Chaos (Bilder 4 und 5). Das Chaos wächst dabei deutlich an und explodiert schlagartig und eine Chaos-Ruine verbleibt (Bild 6).

Beispiel 216 benutzt das in den Beispielen 211 und 215 untersuchte Basissystem vom Grad 2 mit einem neuen Pendel-Polynoms in der Gleichung für y:

$$\frac{dx}{dt} = 1 - bx - xy$$
$$\frac{dy}{dt} = a(xy + d - y) - (exy - z^2)$$
$$\frac{dz}{dt} = f(exy - z^2)$$

Wir lassen jetzt für die Parameter b und d auch negative Werte zu. Das Beispiel bleibt trotzdem ein Reaktionsmodell, nur mit anderen zusätzlichen Zu- und Abflüssen von Substrat und Produkt.

Das System hat zwei stationäre Zustände, im betrachteten Bereich nur einen.

Wir finden eine Feigenbaum-Route ins Chaos und eine Explosion heraus. Das Chaos-Teilintervall ist klein wie im ähnlichen Beispiel 215.

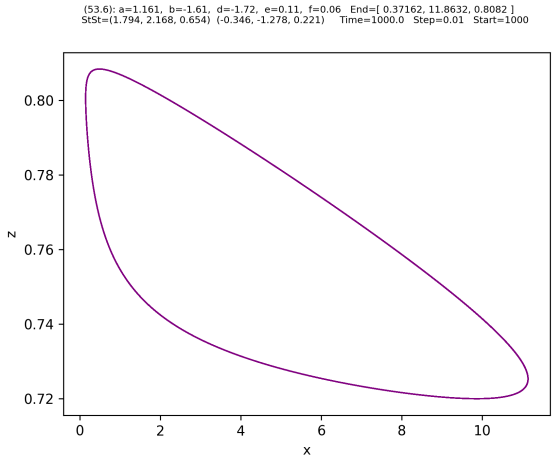
Die Lyapunov-Exponenten sind groß, ihre Berechnung ist gut machbar.

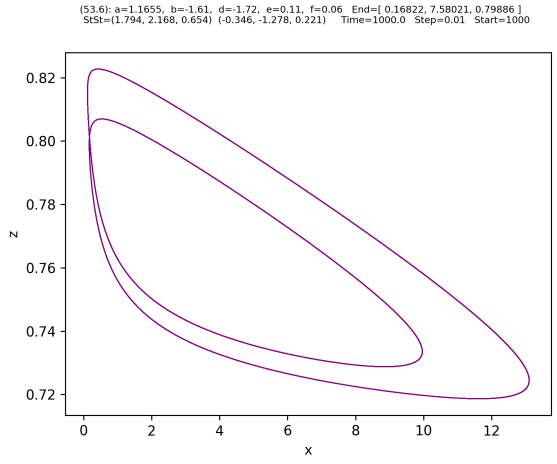
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
1.1610	Ein einfacher Grenzzyklus.	
1.1655	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
1.1661	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
1.16625	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
1.16627	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
1.16629	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.010
1.16630	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.021
1.16660	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.060
1.16680	Chaos.	0.083
1.1670	Chaos.	0.098
1.167032	Chaos, kurz vor der Explosion.	0.101
1.16704	Eine Chaos-Ruine.	

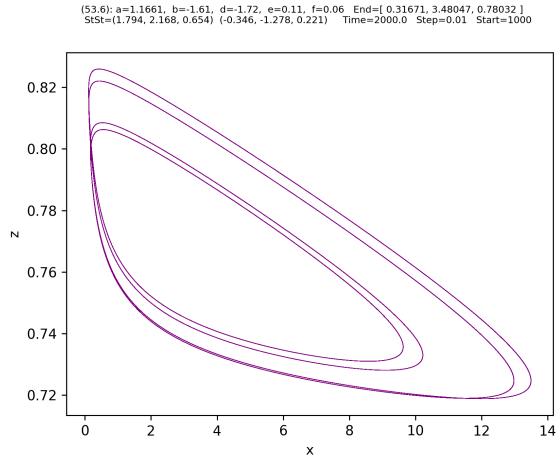
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 216** für
$b = -1.61$, $d = -1.72$, $e = 0.11$, $f = 0.06$ und wachsende Werte von a.

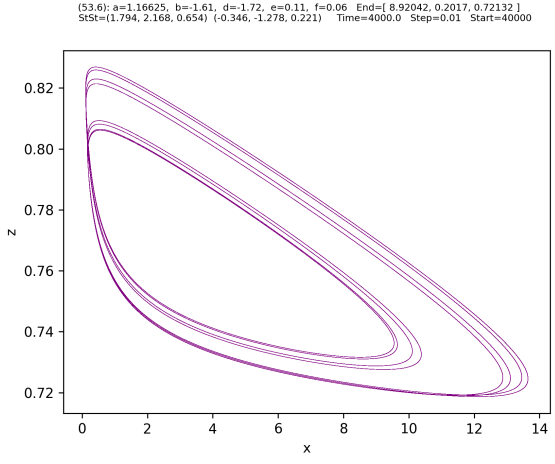
Eine Feigenbaum-Route führt einen einfachen Grenzzyklus ins Chaos.
Das Chaos explodiert schlagartig. Eine Chaos-Ruine existiert noch eine Weile.

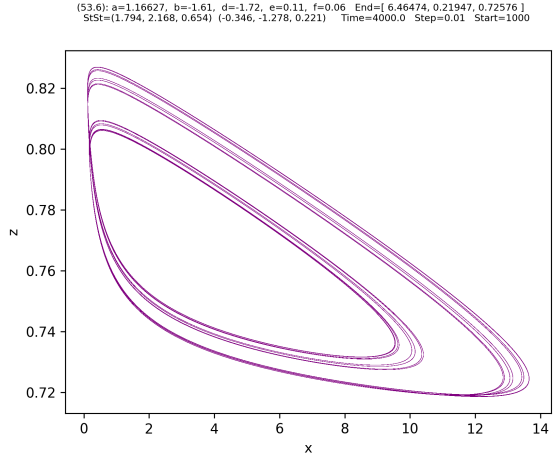
Das Chaos-Intervall ist so klein, dass das Chaos schwer zu finden ist.
Man kann es leicht übersehen, es ist ein weiteres ”hidden chaos”.

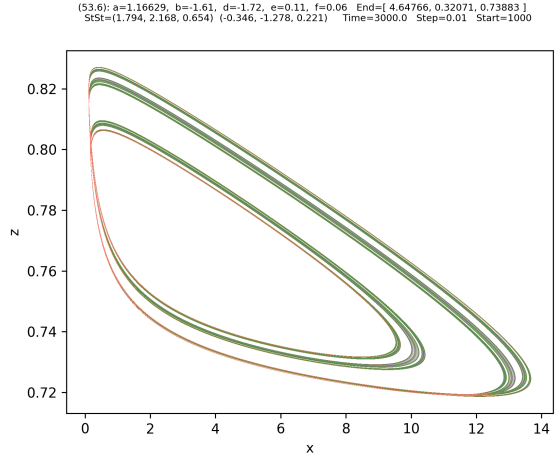






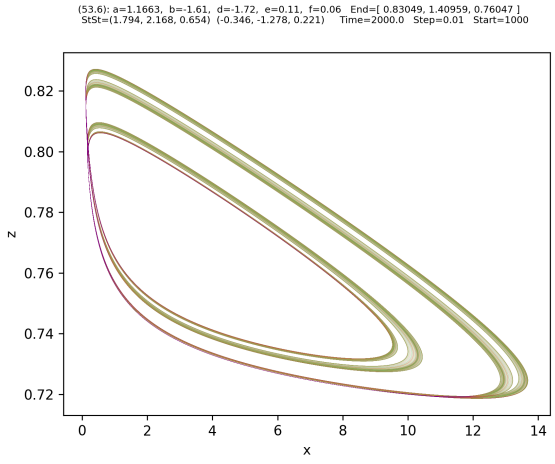


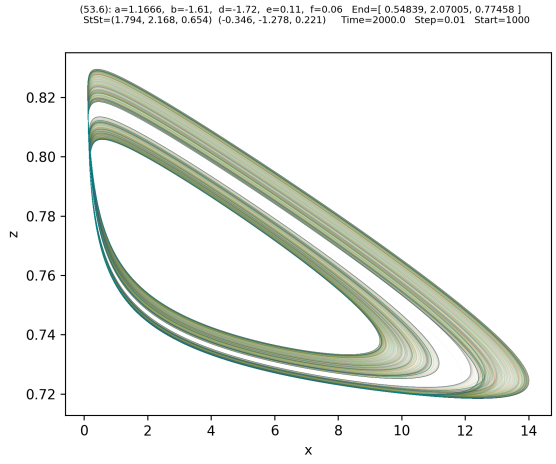


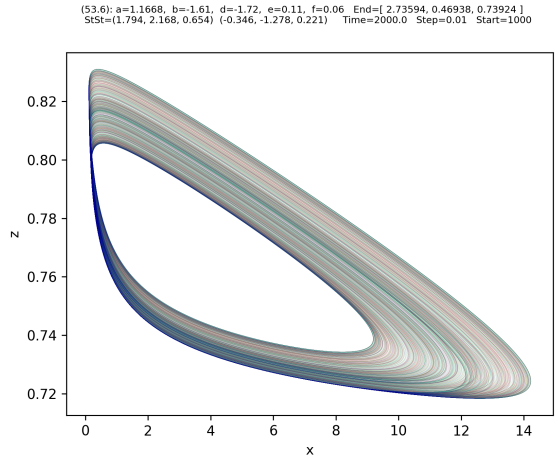


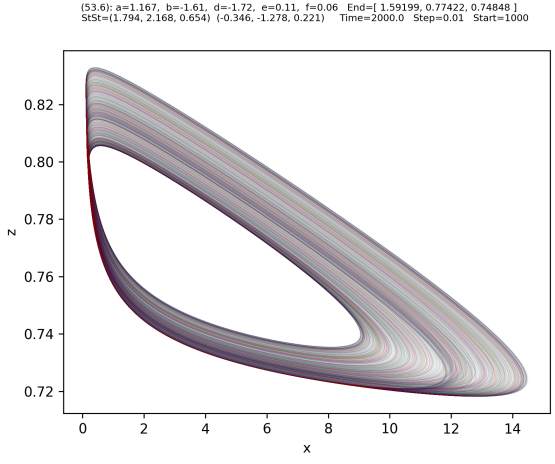
Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 216** für $b = -1.61$, $d = -1.72$, $e = 0.11$, $f = 0.06$ und wachsende Werte von a (die oberen sechs Zeilen der ersten Tabelle).

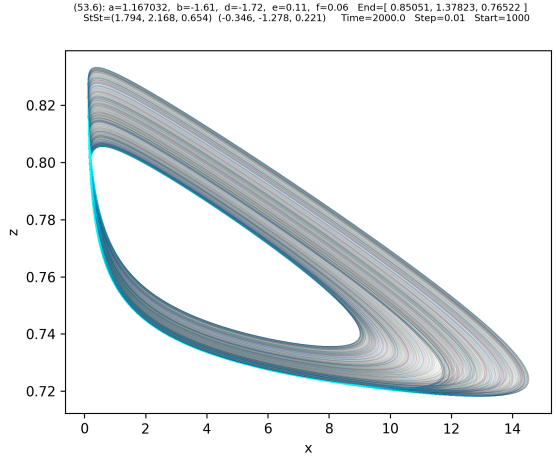
Ein einfacher Grenzzyklus (Bild 1) realisiert die ersten vier Verdopplungs-Bifurkationen einer Feigenbaum-Route (Bilder 2 bis 5). Dann beginnt der Teil der Route mit Chaos-Bändern. Gezeigt wird hier ein 8-faches Chaos-Band (Bild 6).

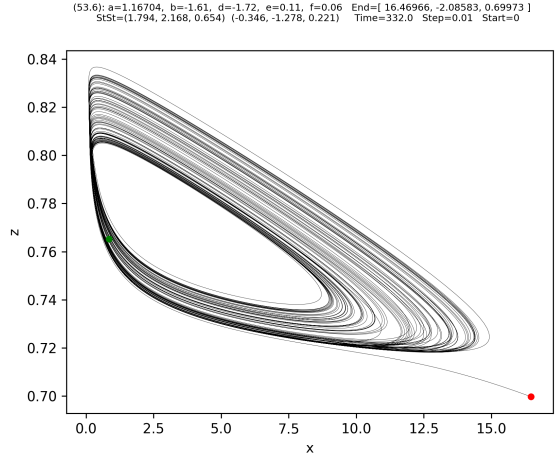












Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 216** für $b = -1.61$, $d = -1.72$, $e = 0.11$, $f = 0.06$ und wachsende Werte von a (die unteren sechs Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route wird abgeschlossen durch 4-fache und 2-fache Chaos-Bänder (Bilder 1 und 2) und das Chaos (Bilder 3 bis 5). Das Chaos explodiert schlagartig und Chaos-Ruinen verbleiben noch eine Weile im ehemaligen Chaos-Gebiet (Bild 6).

Beispiel 217 setzt die Untersuchung des verallgemeinerten Brusselators, zuletzt im Beispiel 186, fort:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 1 - (b+1)x + ax^2y + (e + x^3 + y - z)\\ \frac{dy}{dt} &= bx - ax^2y + d\\ \frac{dz}{dt} &= f \cdot (e + x^3 + y - z)\end{aligned}$$

Der stationäre Zustand ist dementsprechend wieder explizit angebbar:

$$x = d + 1 \qquad y = (bd + b + d)/(a(d+1)^2) \qquad z = e + x^3 + y$$

Wir lassen für den neuen Parameter d auch negative Werte zu. Das führt tatsächlich zu einem Chaos-Intervall. Das gefundene Chaos-Intervall ist klein und unvollständig. Eine Feigenbaum-Route rückwärts beginnt nämlich schon mit einem 2-fachen Chaos-Band und geht dann aber die Route bis zum Ende.

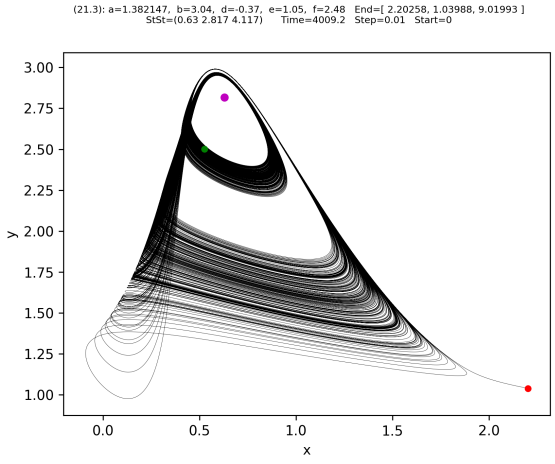
Beispiel 217 ist deshalb nicht schön. Aber es ist Chaos. Es kann sein, dass das System mit anderen Parametern bessere Attraktoren liefert. Aber das gilt für alle hier versammelten Beispiele. Die Lyapunov-Exponenten sind vertretbar.

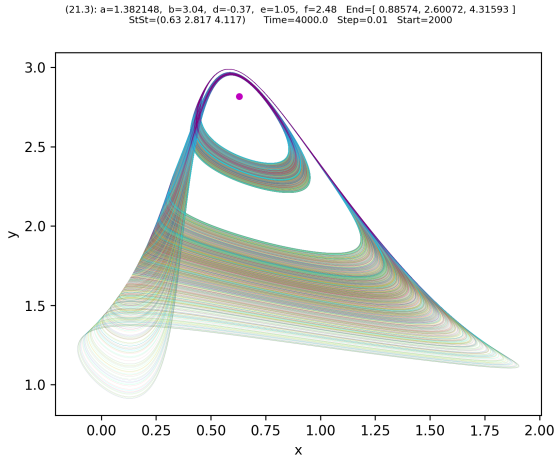
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
1.382147	Eine Chaos-Ruine.	
1.382148	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.030
1.3823	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.021
1.3824	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.012
1.3825	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.012
1.38354	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.006
1.3826	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
1.3827	Ein achtfacher Grenzzyklus	
1.3830	Ein vierfacher Grenzzyklus	
1.3860	Ein zweifacher Grenzzyklus	
1.4080	Ein zweifacher Grenzzyklus	
1.4100	Ein einfacher Grenzzyklus	

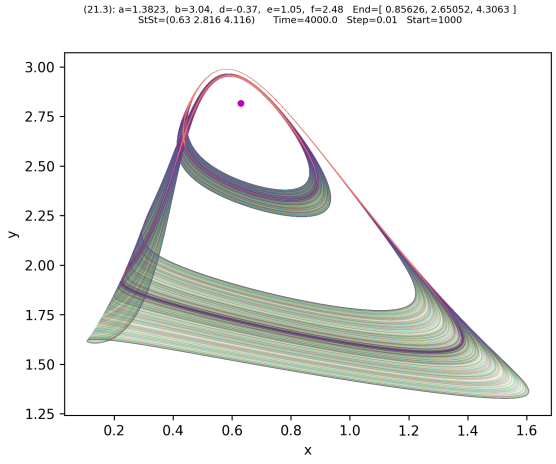
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 217** für
$b = 3.04$, $d = -0.37$, $e = 1.05$, $f = 2.48$ und wachsende Werte von a.

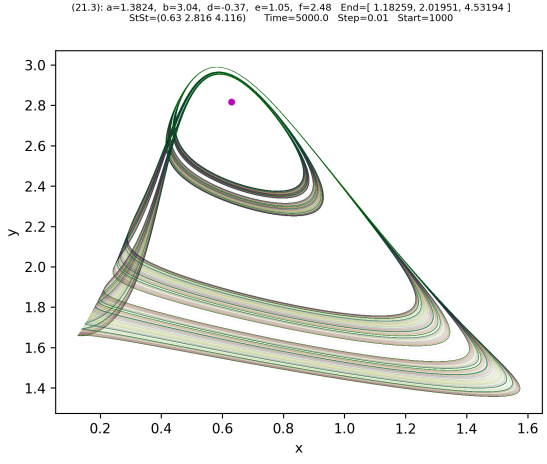
Eine Chaos-Ruine implodiert zu einem zweifachen Chaos-Band. Eine Feigenbaum-Route rückwärts führt das bis zu einem einfachen Grenzzyklus.

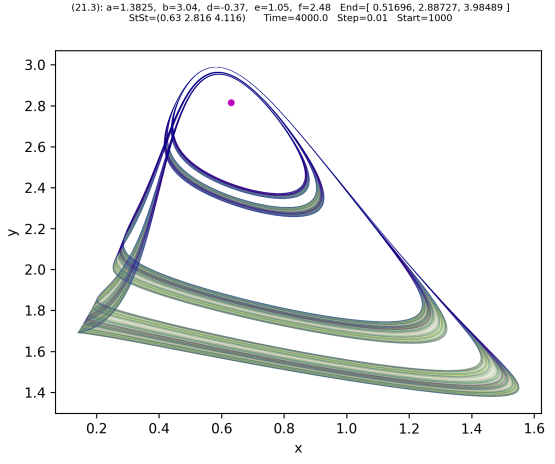
Das Chaos-Intervall ist so extrem klein, dass es schwer zu finden ist.
Man kann es leicht übersehen, es ist ein weiteres ”hidden chaos”.

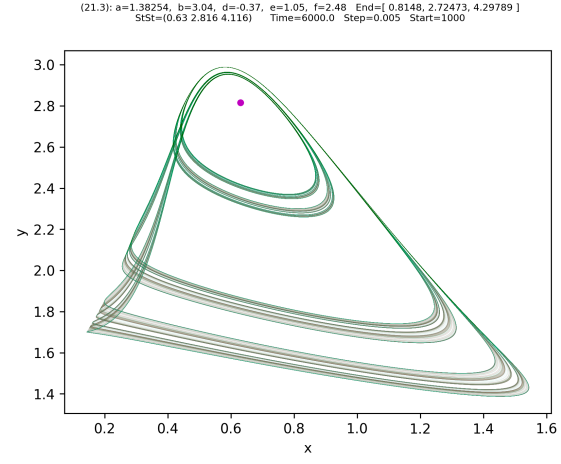






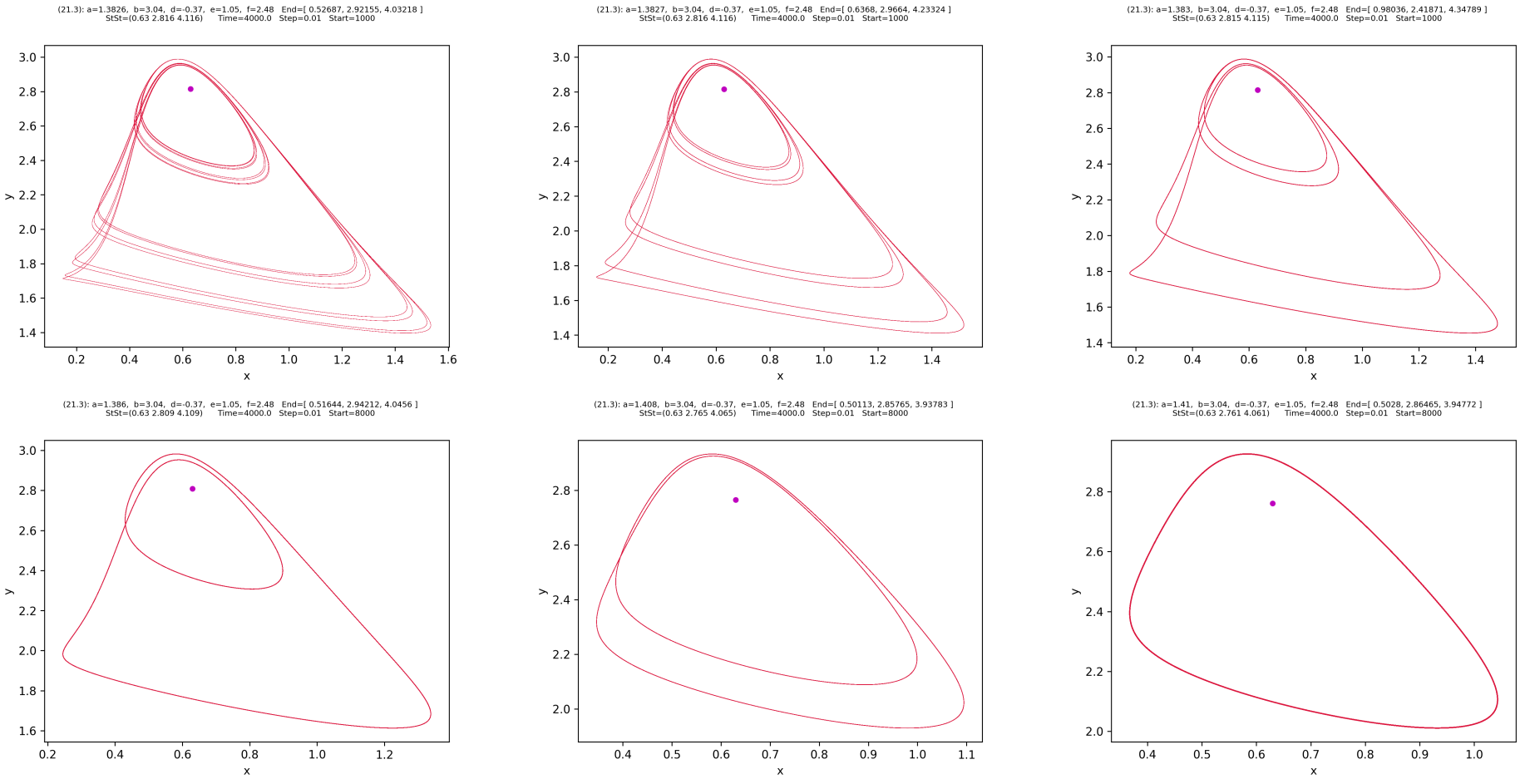






Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 217** für $b = 3.04$, $d = -0.37$, $e = 1.05$, $f = 2.48$ und wachsende Werte von a (die oberen sechs Zeilen der ersten Tabelle).

Eine Chaos-Ruine (Bild 1) wird schlagartig zu einem Chaos-Band (Bild 2). Das Band absolviert eine Feigenbaum-Route rückwärts. Gezeigt werden zwei 2-fache (Bilder 2 und 3) und zwei 4-fache Chaos-Bänder (Bilder 4 und 5) und ein 8-faches Chaos-Band (Bild 6).



Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 217** für $b = 3.04$, $d = -0.37$, $e = 1.05$, $f = 2.48$ und wachsende Werte von a (die unteren sechs Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route rückwärts wird fortgesetzt durch 16-fache, achtfache, vierfache und zwei zweifache Grenzzyklen (Bilder 1 bis 5). Dann geht die Route mit einem einfachen Grenzzyklus zu Ende (Bild 6).

Beispiel 218 benutzt unser Basissystem mit einem linearen Pendel-Polynom:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 1 - bx - xy^2 - (e + y - z)\\ \frac{dy}{dt} &= a\,(xy^2 + d - y)\\ \frac{dz}{dt} &= f\,(e + y - z)\end{aligned}$$

Wir lassen für die Parameter b und d auch negative Werte zu. Damit kann das Beispiel durchaus noch ein Modell für eine chemische Reaktion sein.

Das System hat die bekannten maximal drei stationäre Zustände, im betrachteten Parameter-Bereich einen. Er muss numerisch bestimmt werden.

Wir finden eine gute Feigenbaum-Route ins Chaos und eine Explosion heraus. Die Chaos-Ruine ist anfangs (rechts der Bifurkation) stark, die zeitweisen Verwirbelungen der Trajektorien sind teilweise heftig. Koexistenzen und andere Routen ins Chaos wurden im betrachteten Intervall nicht beobachtet.

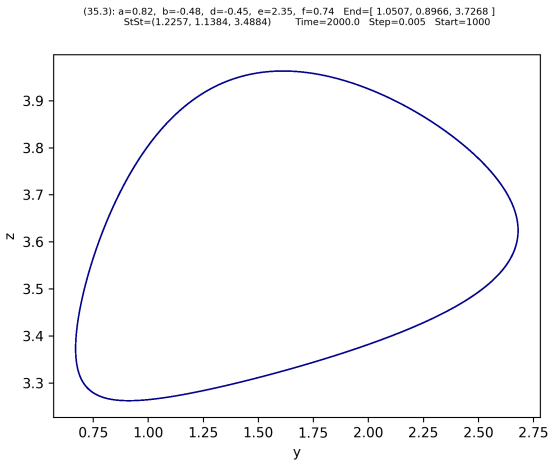
Die Lyapunov-Exponenten sind vergleichsweise groß und gut zu berechnen.

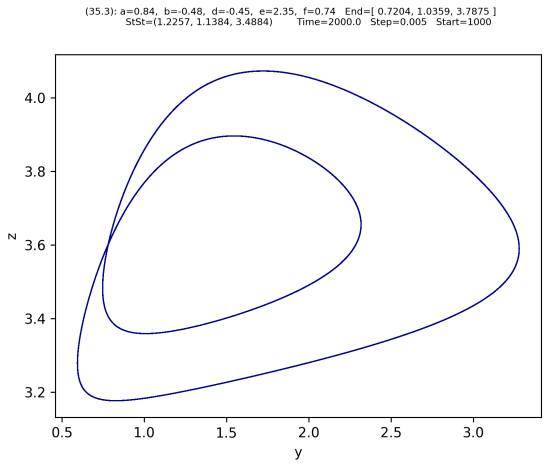
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
0.820	Ein einfacher Grenzzyklus.	
0.840	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
0.864	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
0.867	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
0.8673	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
0.8675	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.011
0.868	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.024
0.871	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.052
0.876	Chaos.	0.082
0.8805	Chaos.	0.111
0.8807	Chaos, kurz vor der Explosion.	0.114
0.8808	Eine Chaos-Ruine.	

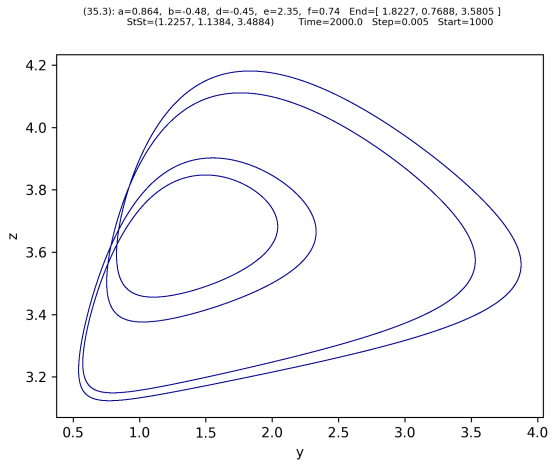
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 218** für
$b = -0.48$, $d = -0.45$, $e = 2.35$, $f = 0.74$ und wachsende Werte von a.

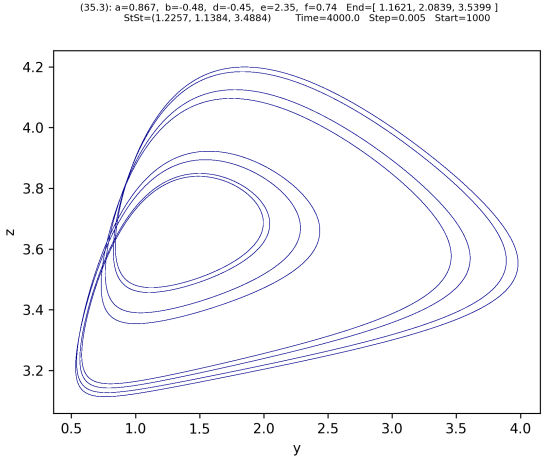
Eine Feigenbaum-Route führt einen einfachen Grenzzyklus ins Chaos.
Das Chaos explodiert schlagartig. Eine Chaos-Ruine existiert noch eine Weile.

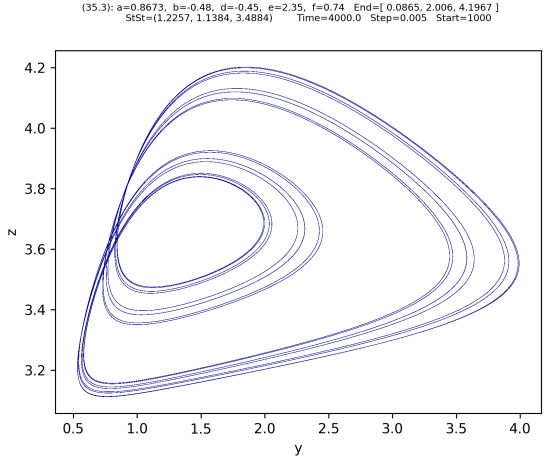
Das untersuchte Chaos-Intervall ist relativ klein aber deutlich.
Die gewählte Projektion ist anschaulich, ein gutes Chaos-Beispiel.

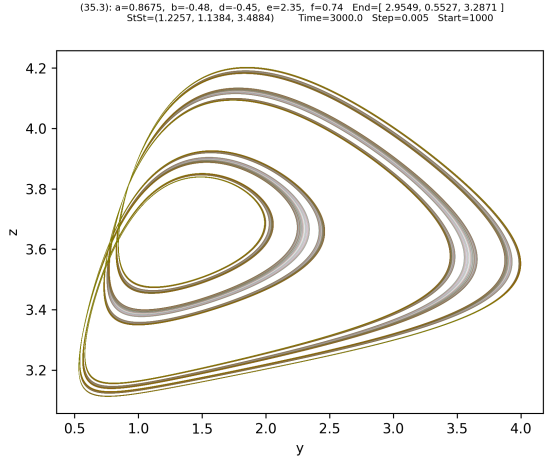






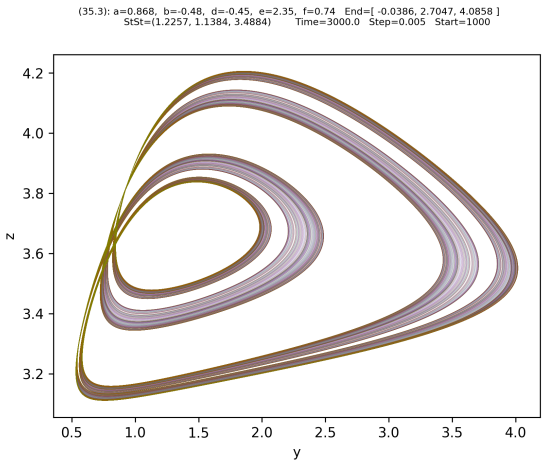


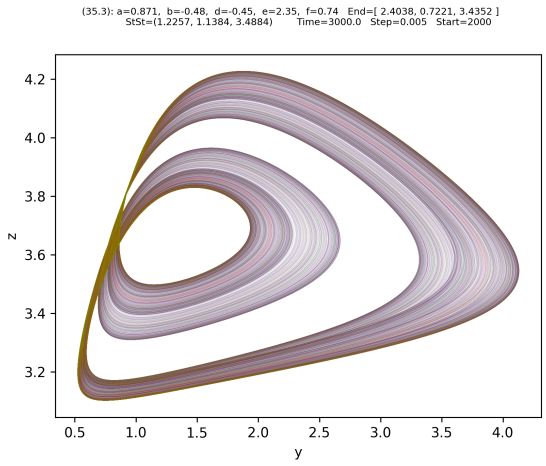


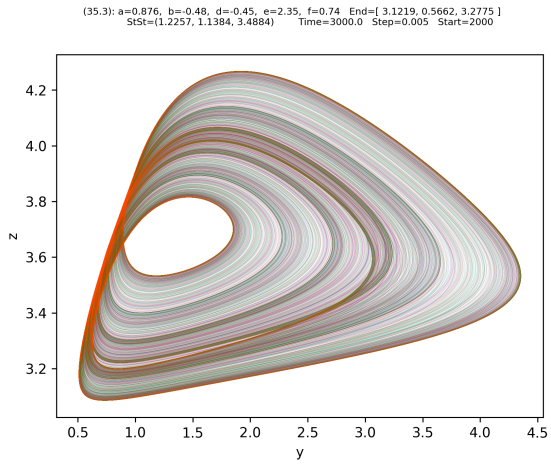


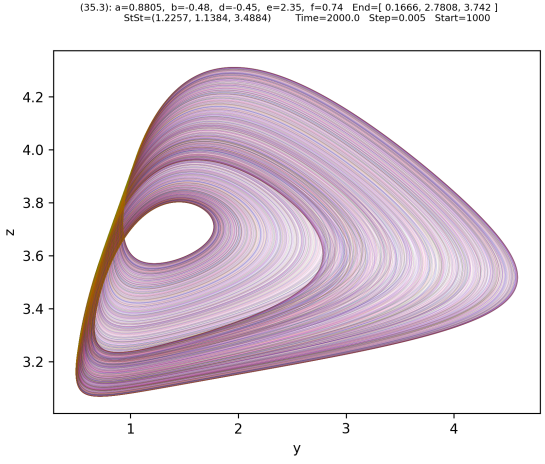
Legende: y-z-Plots zu **Beispiel 218** für $b = -0.48$, $d = -0.45$, $e = 2.35$, $f = 0.74$ und wachsende Werte von a (die oberen sechs Zeilen der ersten Tabelle).

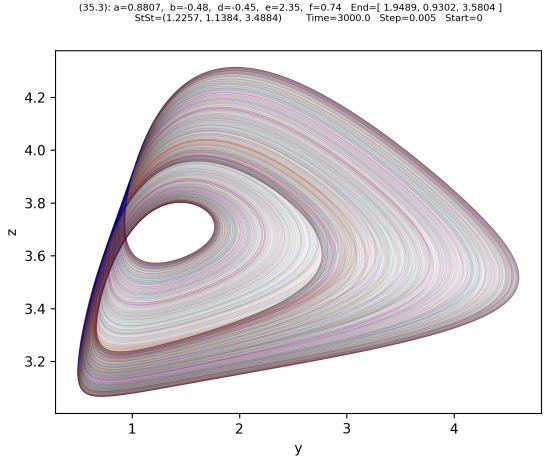
Ein einfacher Grenzzyklus (Bild 1) realisiert die ersten vier Verdopplungs-Bifurkationen einer Feigenbaum-Route (Bilder 2 bis 5). Dann folgt der Teil der Route mit Chaos-Bändern. Es beginnt hier mit einem 8-fachen Chaos-Band (Bild 6).

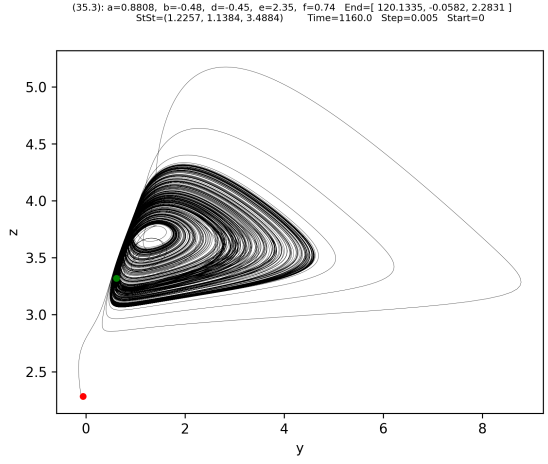












Legende: y-z-Plots zu **Beispiel 218** für $b = -0.48$, $d = -0.45$, $e = 2.35$, $f = 0.74$ und wachsende Werte von a (die unteren sechs Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route wird vollendet durch 4-fache und 2-fache Chaos-Bänder (Bilder 1 und 2) und das Chaos (Bilder 3 bis 5). Das Chaos explodiert schlagartig und die Trajektorien wirbeln noch lange im ehemaligen Chaos-Gebiet herum (Bild 6).

Beispiel 219 setzt die erweiterten Modellierungen des Wettrüstens, zuletzt im Beispiel 199, fort. Wir betrachten ein weiteres Pendel-Polynom:

$$\frac{dx}{dt} = (1 - cx)(ay - mx + r) - (ex - yz)$$
$$\frac{dy}{dt} = (1 - dy)(bx - ny - s)$$
$$\frac{dz}{dt} = f\,(ex - yz)$$

Es gibt 10 positive Parameter und 4 nicht-triviale stationäre Zustände:

$((as - nr)/(ab - nm), s + (mx - r)/a)$; $(1/c, 1/d)$;
$(1/c, (bx - s)/n)$; $((a + rd)/(dm), 1/d)$. Und dazu jeweils $z = ex/y$.

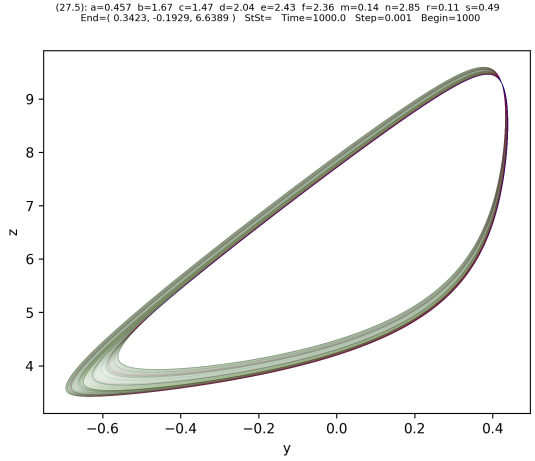
Das Beispiel ist speziell. Chaos entsteht ”aus dem Nichts” und wird durch eine Feigenbaum-Route rückwärts abgebaut und durch eine weitere Feigenbaum-Route wieder ins Chaos gebracht, das sogleich zu einer Ruine explodiert.

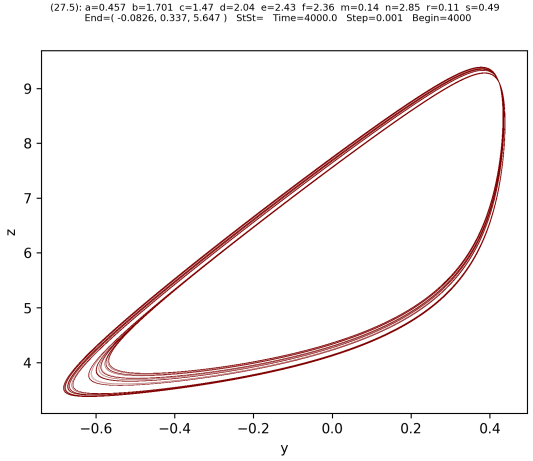
Die Lyapunov-Exponenten sind gut berechenbar. Das Chaos ist zwar stark, die Attraktoren sind aber nur schmale Bänder mit kleinem Attraktionsgebiet.

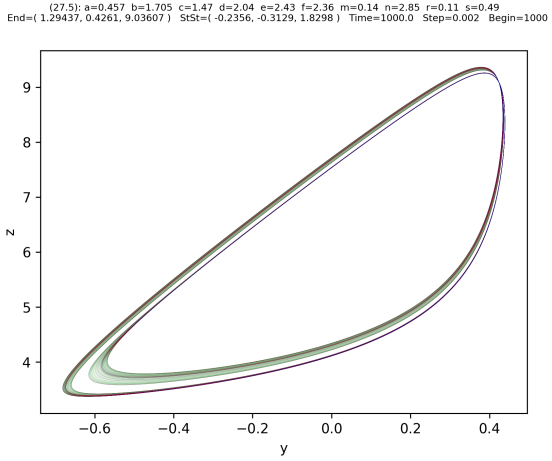
b	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
1.670	Ein 1-faches Chaos-Band.	0.085
1.701	Ein vielfacher Grenzzyklus.	
1.705	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.041
1.714	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.020
1.718	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
1.720	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
1.740	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
1.850	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
1.853	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
1.858	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.020
1.870	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.042
1.900	Ein 1-faches Chaos-Band.	0.073

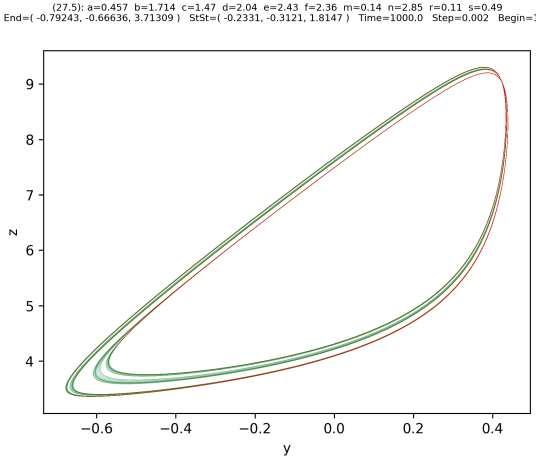
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 219** für $a = 0.457$, $c = 1.47$, $d = 2.04$, $e = 2.43$, $f = 2.36$, $m = 0.14$, $n = 2.85$, $r = 0.11$, $s = 0.49$ und wachsende Werte von b.

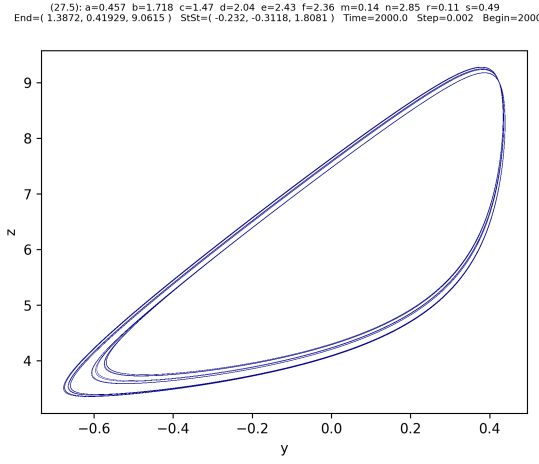
Zwei Feigenbaum-Routen führen von einem 1-fachen Chaos-Band bis zu einem vierfachen Grenzzyklus und wieder zurück ins Chaos. Das Chaos explodiert schlagartig so wie es am Anfang erschienen ist. Das untersuchte Chaos-Intervall ist durchsetzt mit Fenstern von stark gefalteten Grenzzyklen.

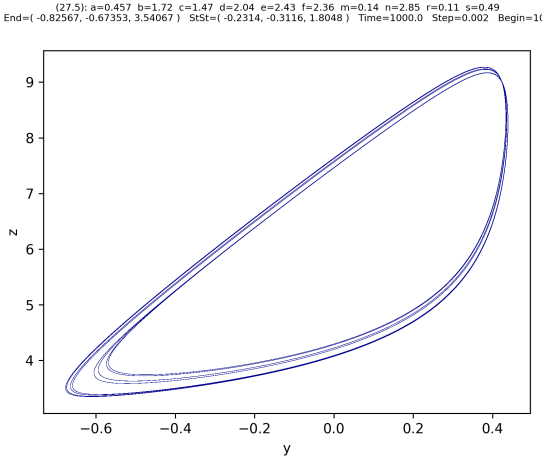






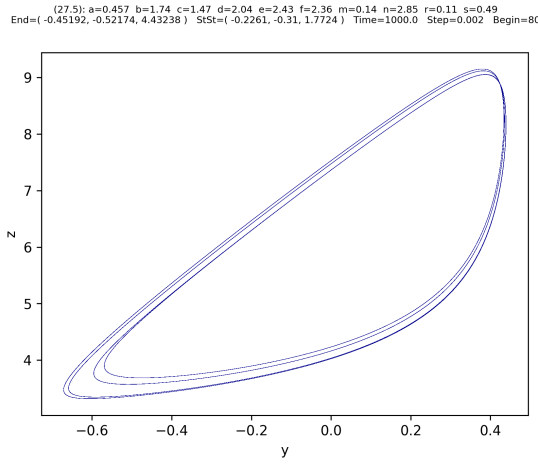


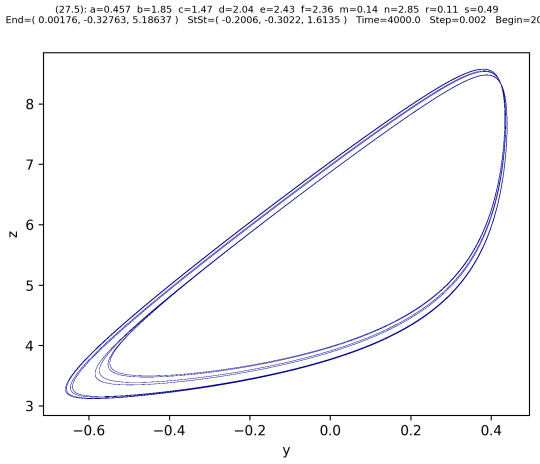


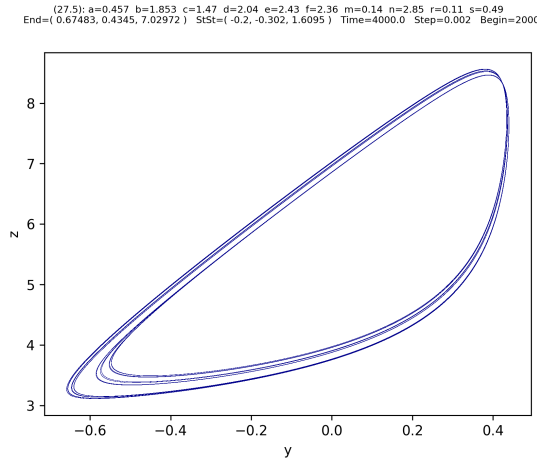


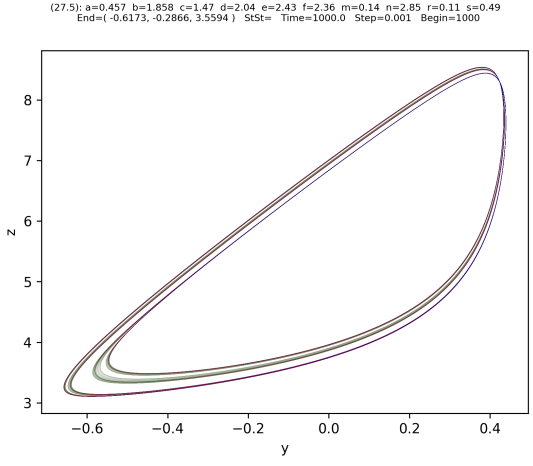
Legende: y-z-Plots zu **Beispiel 219** für $a = 0.457$, $c = 1.47$, $d = 2.04$, $e = 2.43$, $f = 2.36$, $m = 0.14$, $n = 2.85$, $r = 0.11$, $s = 0.49$ und wachsende Werte von b (die unteren sechs Zeilen der ersten Tabelle).

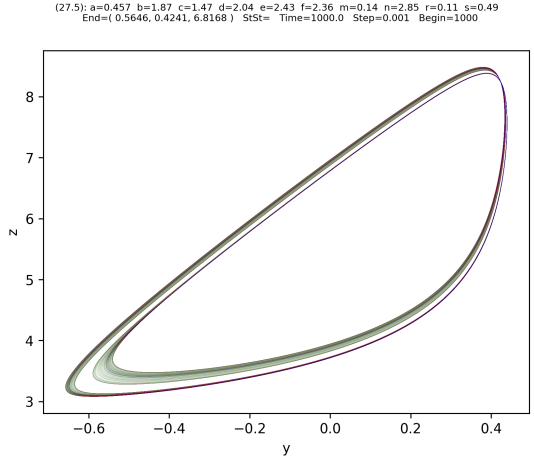
Ein einfaches Chaos-Band (Bild 1) wird in einer Feigenbaum-Route (Bilder 3 bis 6) abgebaut. Dazwischen liegt ein Fenster mit einem extrem gefalteten Grenzzyklus. Die Route verläuft hier bis zu einem 8-fachen Grenzzyklus (Bild 6).

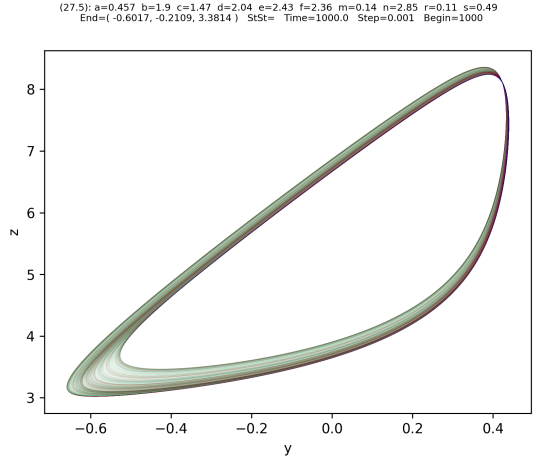












Legende: y-z-Plots zu **Beispiel 219** für $a = 0.457$, $c = 1.47$, $d = 2.04$, $e = 2.43$, $f = 2.36$, $m = 0.14$, $n = 2.85$, $r = 0.11$, $s = 0.49$ und wachsende Werte von b (die oberen 6 Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route rückwärts endet vorzeitig in einem 4-fachen Grenzzyklus (Bild 1) und läuft zurück ins Chaos (Bilder 2 bis 6). Das Chaos explodiert danach schlagartig.

Beispiel 220 setzt die Benutzung des verallgemeinerten Brusselators als Basissystem, zuletzt in den Beispielen 186 und 217, fort:

$$\frac{dx}{dt} = 1 - (b+1)x + ax^2y + (ex^3 - yz)$$
$$\frac{dy}{dt} = bx - ax^2y + d$$
$$\frac{dz}{dt} = f \cdot (ex^3 - yz)$$

Der stationäre Zustand ist dementsprechend wieder explizit angebbar:

$$x = d + 1 \qquad y = (bd + b + d)/(a(d+1)^2) \qquad z = ex^3/y$$

Wir lassen für den neuen Parameter d auch negative Werte zu. Das führt tatsächlich zu einem Chaos-Intervall. Das gefundene Chaos-Intervall ist klein (etwa $0.0005e$ breit) und unvollständig. Eine Feigenbaum-Route endet nämlich schon an einem 2-fachen Chaos-Band.

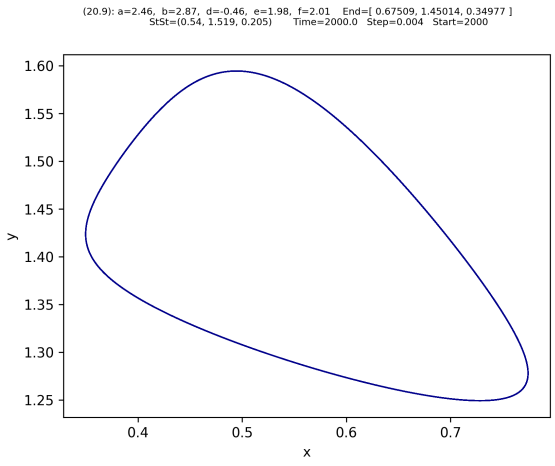
Beispiel 220 ist trotzdem akzeptabel. Nicht jede Route muss in einen kompakten Attraktor führen, denn ein Chaos-Band ist eben auch Chaos. Es kann sein, dass das System mit anderen Parameter-Werten ”bessere” Attraktoren liefert. Aber das gilt für alle Beispiele hier. Die Lyapunov-Exponenten sind klein, aber ok.

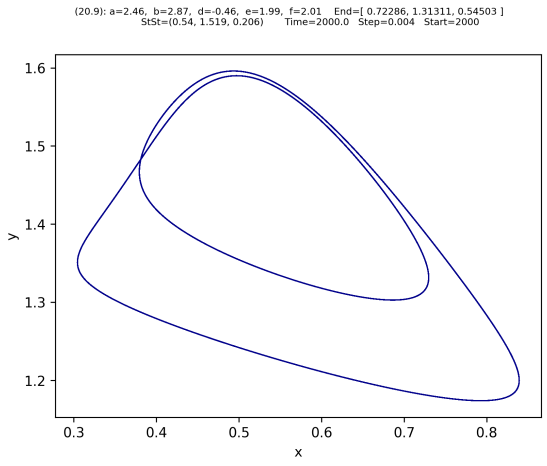
e	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
1.980	Ein einfacher Grenzzyklus.	
1.990	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
1.996	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
1.997	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
1.9972	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
1.9973	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.008
1.9974	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.013
1.99748	Ein 12-facher Grenzzyklus.	
1.9975	Ein 24-facher Grenzzyklus.	
1.99755	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.016
1.9978	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.018
1.99784	Eine Chaos-Ruine.	

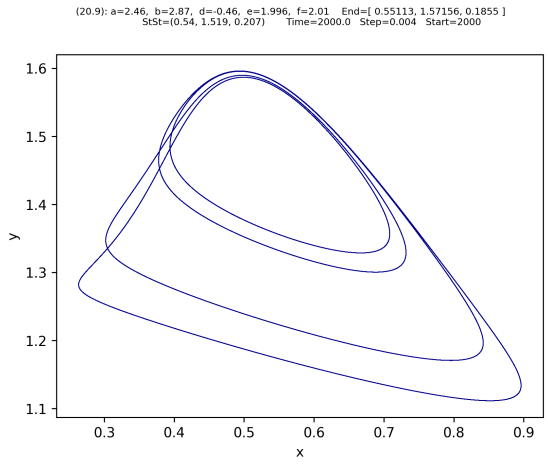
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 220** für
$a = 2.46$, $b = 2.87$, $d = -0.46$, $f = 2.01$ und wachsende Werte von e.

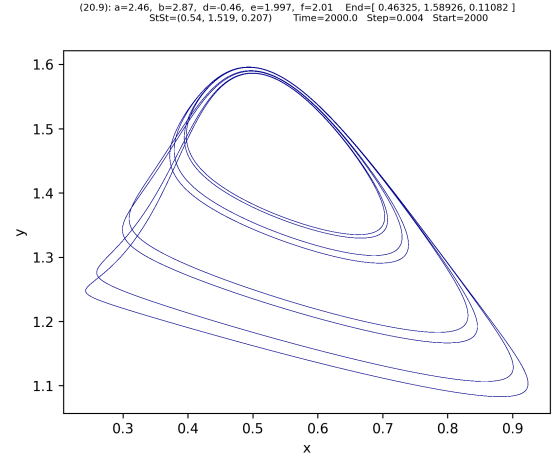
Eine Feigenbaum-Route führt einen einfachen Grenzzyklus in ein 2-faches Chaos-Band. Das Band explodiert schlagartig. Eine Chaos-Ruine tritt auf.

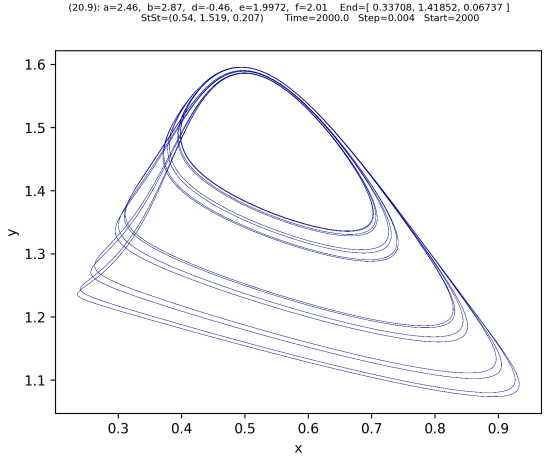
Das untersuchte Chaos-Intervall ist zwar klein, die Route aber deutlich. Zwei Fenster mit einer beginnenden Periode-12-Route unterbrechen die Route.

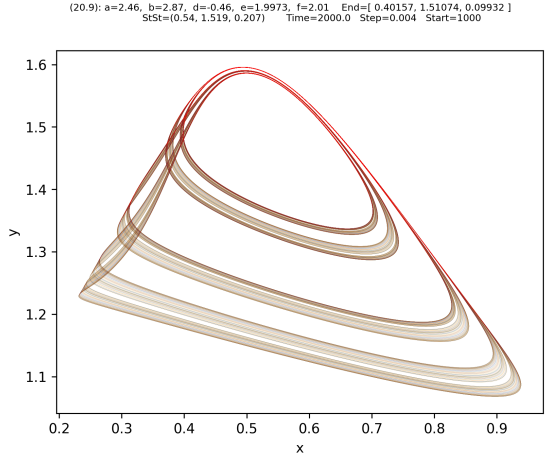






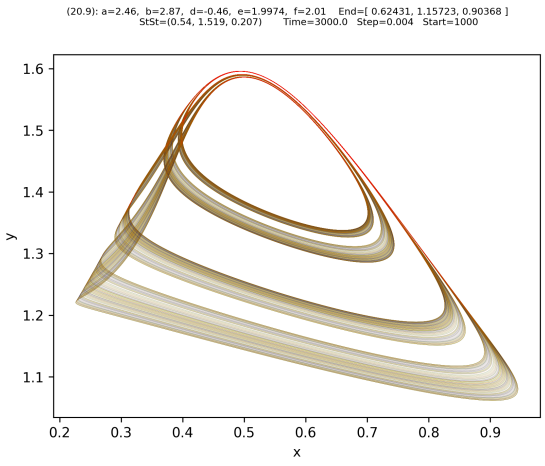


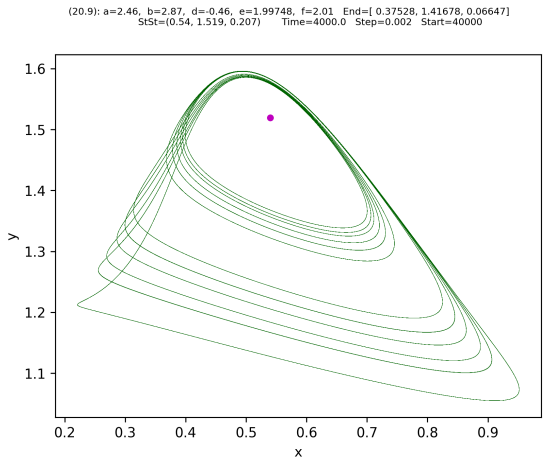


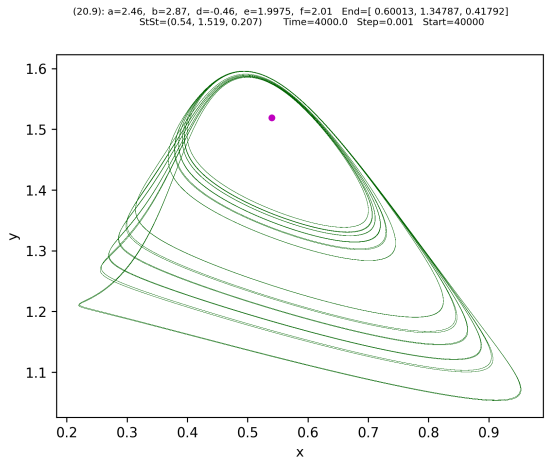


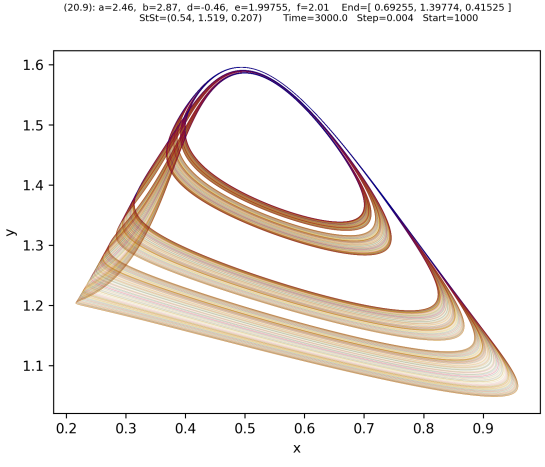
Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 220** für $a = 2.46$, $b = 2.87$, $d = -0.46$, $f = 2.01$, und wachsende Werte von e (die oberen 6 Zeilen der Tabelle).

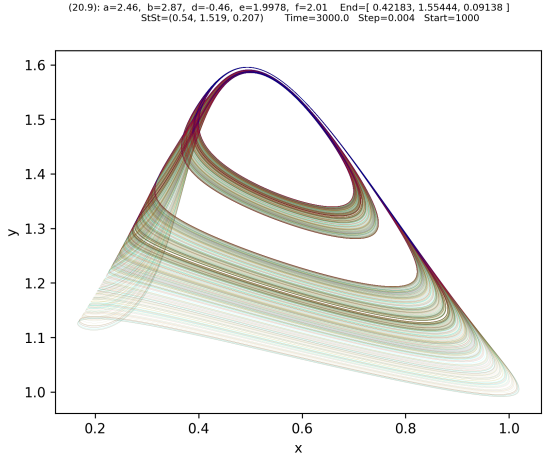
Ein einfacher Grenzzyklus (Bild 1) erleidet in einer Feigenbaum-Route vier Perioden-Verdopplungen (Bilder 2 bis 5). Die Phase der Chaos-Bänder beginnt dann mit einem 8-fachen Chaos-Band (Bild 6).

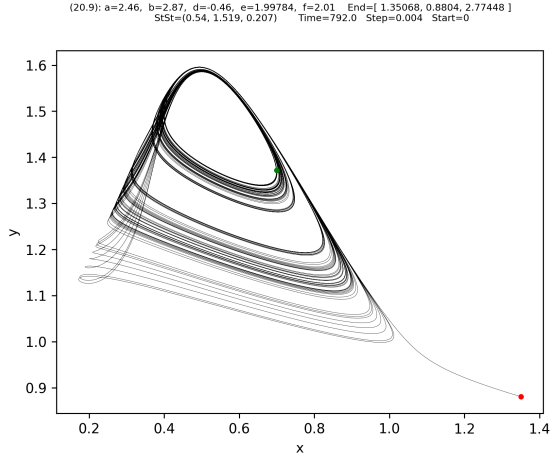












Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 220** für $a = 2.46$, $b = 2.87$, $d = -0.46$, $f = 2.01$, und wachsende Werte von e (die unteren 6 Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route wird fortgesetzt durch ein 4-faches Chaos-Band (Bild 1) und unterbrochen durch 12-fache und 24-fache Grenzzyklen (Bilder 2 und 3). Sie endet vorzeitig in einem 2-fachen Chaos-Band (Bild 5). Das Chaos-Band explodiert (Bild 6).

Beispiel 221 betrachtet das Basissystem mit einem addierten quadratischen Depot-Term:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 1 - bx - xy^2 + ex^2 - z^2\\ \frac{dy}{dt} &= a\,(xy^2 + d - y)\\ \frac{dz}{dt} &= f\,(ex^2 - z^2)\end{aligned}$$

Wir lassen für die Parameter b und d und die Variablen auch negative Werte zu. Dadurch verliert das Beispiel folglich seinen Wert als Reaktionsmodell. Das System hat wegen des quadratischen Terms z^2 im betrachteten Bereich mehrere stationäre Zustände, von denen aber nur einer eine Rolle spielt.

Wir finden mehrere Routen ins Chaos, Feigenbaum und Shilnikov und Periode-3. Und das mit zahlreichen Fenstern von gefalteten Grenzzyklen im Chaos. Und am Ende eine spezielle Explosion von extrem anwachsendem Chaos bei gleichzeitiger Annäherung an einen Sattel-Fokus.

Die numerischen Rechnungen sind wegen der Verdrehungen und das Wachstum schwierig bis unmöglich. Die berechneten Lyapunov-Exponenten sind daher zunehmend ungenau.

a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
1.400	Ein einfacher Grenzzyklus.	
1.550	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
1.610	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
1.623	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
1.6255	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
1.6266	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.022
1.6267	Ein 24-facher Grenzzyklus.	
1.628	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.040
1.632	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.069
1.634	Ein 10-facher Grenzzyklus.	
1.638	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.078
1.6383	Ein sechsfacher Grenzzyklus.	

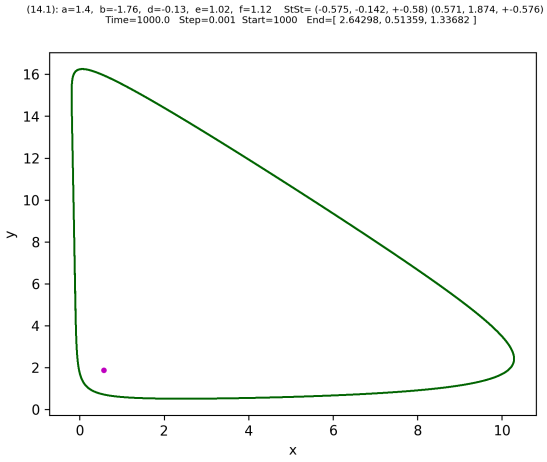
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 221** für
$b = -1.76$, $d = -0.13$, $e = 1.02$, $f = 1.12$ und wachsende Werte von a.

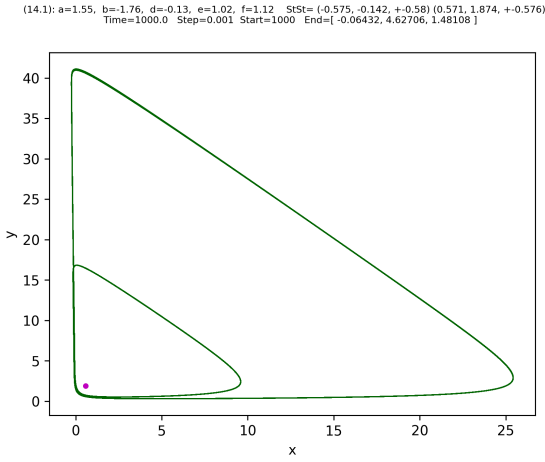
Eine Feigenbaum-Route führt einen einfachen Grenzzyklus ins Chaos.
Die Route wird unterbrochen durch ein Fenster mit 24-fachen, ein Fenster mit 10-fachen und ein Fenster mit sechsfachen Grenzzyklen. Weitere Fenster mit gefalteten Grenzzyklen werden hier nicht beachtet, weil nicht benötigt.

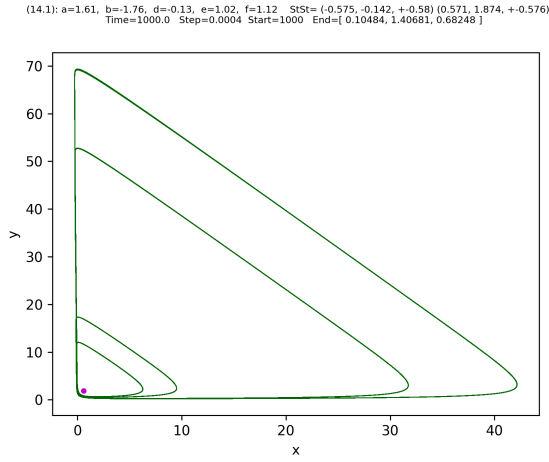
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
1.6392	Ein 12-facher Grenzzyklus.	
1.642	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.10
1.654	Chaos.	0.15 ± 0.03
1.660	Ein fünffacher Grenzzyklus.	
1.661	Ein 10-facher Grenzzyklus.	
1.6613	Ein 20-facher Grenzzyklus (ohne Bild).	
1.6614	Ein 10-faches Chaos-Band.	0.016
1.670	Chaos.	0.15 ± 0.03
1.700	Ein dreifacher Grenzzyklus.	
1.705	Ein sechsfacher Grenzzyklus.	
1.711	Ein 12-facher Grenzzyklus.	
1.715	Ein 3-faches Chaos-Band.	0.12 ± 0.02
1.720	Chaos.	0.10 ± 0.05

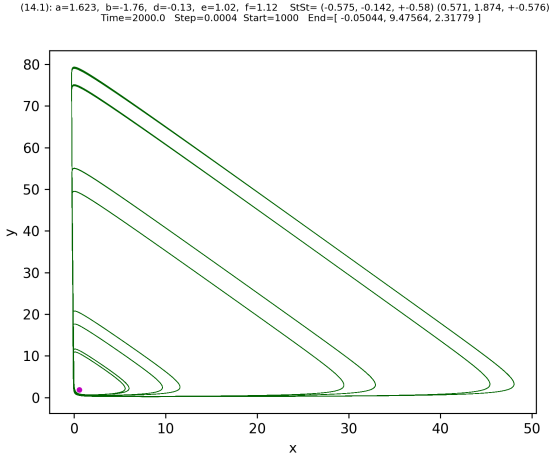
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 221** für
$b = -1.76$, $d = -0.13$, $e = 1.02$, $f = 1.12$ und wachsende Werte von a.

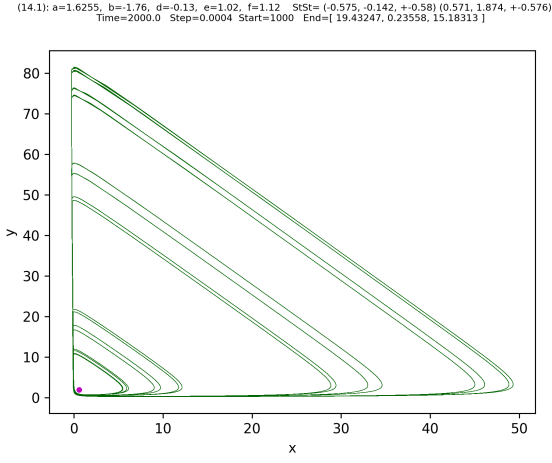
Die Feigenbaum-Route wird weiter unterbrochen durch ein Fenster mit 12-fachen Grenzzyklen. So geht es bis zum Chaos. Das Chaos bricht zusammen und es folgt eine Periode-5-Route in neues Chaos. Das Chaos bricht auch zusammen und es folgt eine Periode-3-Route in erneutes Chaos. Das explodiert.

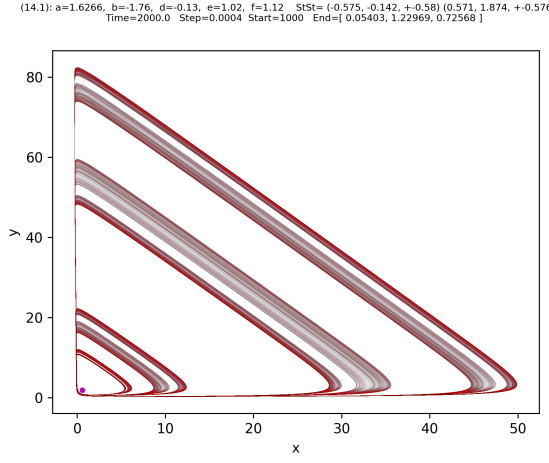






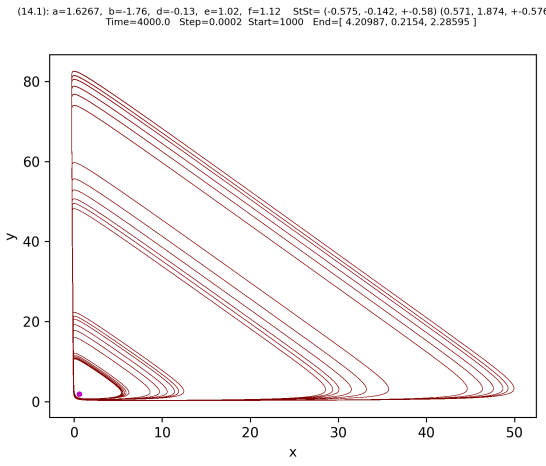


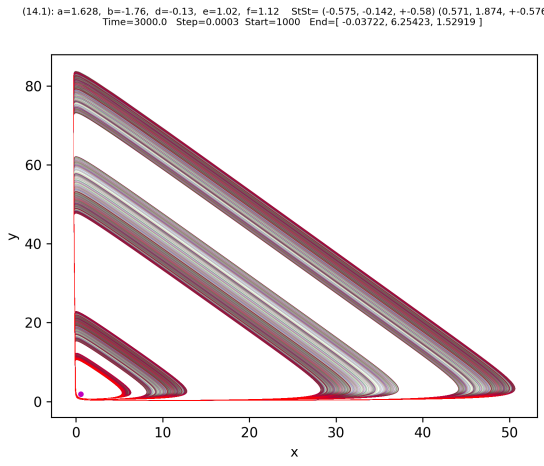


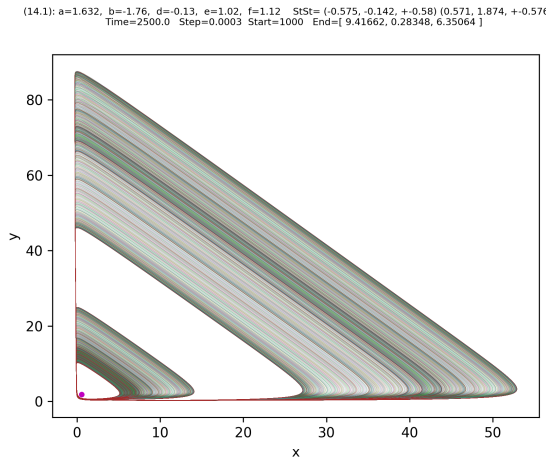


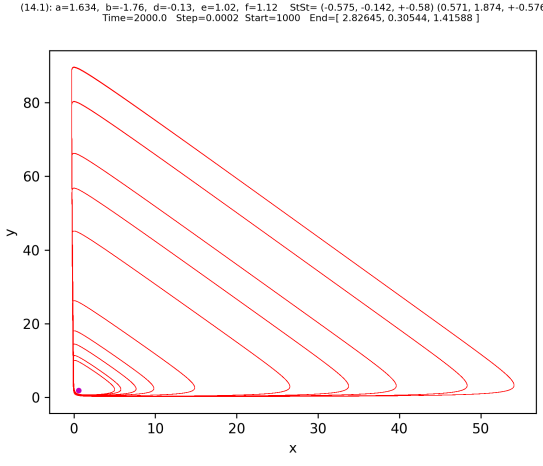
Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 221** für $b = -1.76$, $d = -0.13$, $e = -1.02$, $f = 1.12$, und wachsende Werte von a (die oberen 6 Zeilen der ersten Tabelle).

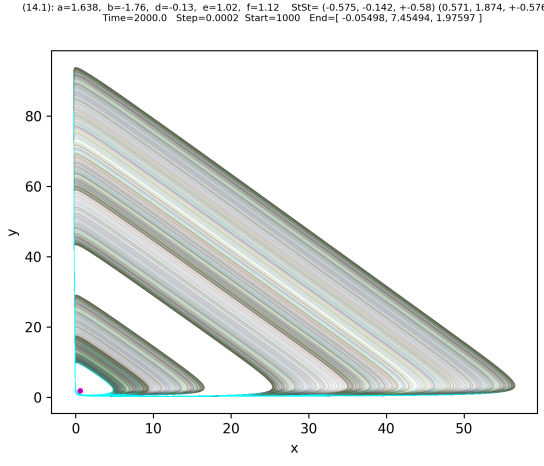
Ein einfacher Grenzzyklus (Bild 1) erleidet in einer Feigenbaum-Route vier Perioden-Verdopplungen (Bilder 2 bis 5). Die Phase der Chaos-Bänder beginnt dann mit einem 8-fachen Chaos-Band (Bild 6). Grenzzyklen und Chaos werden immer größer.

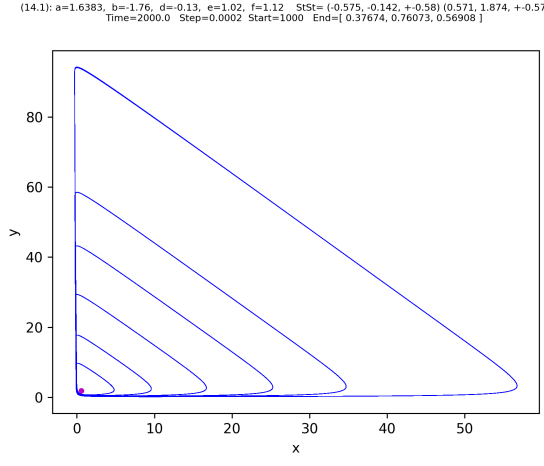






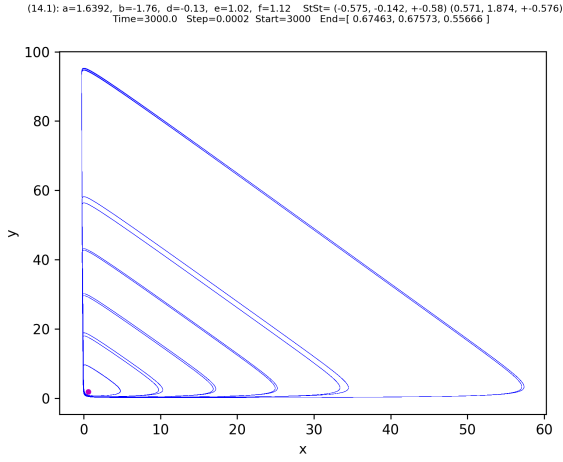


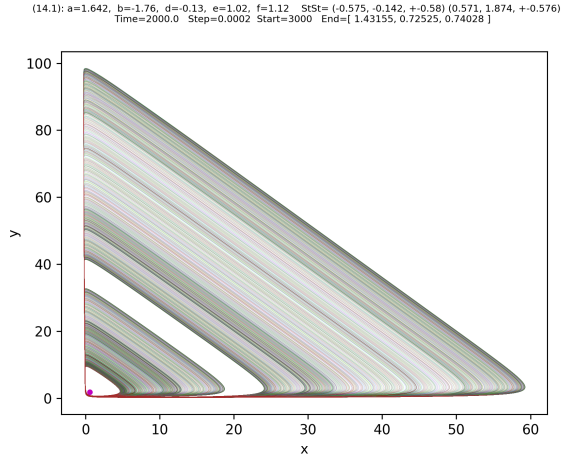


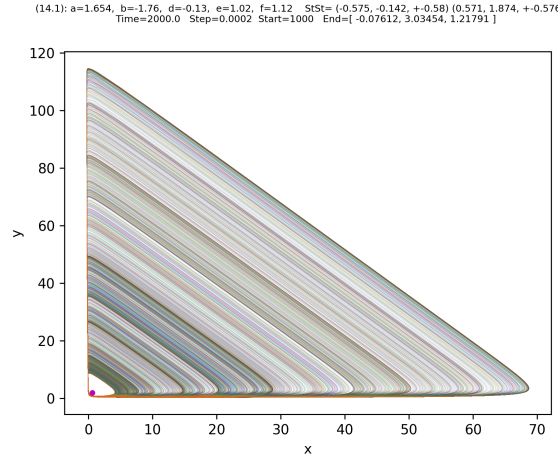


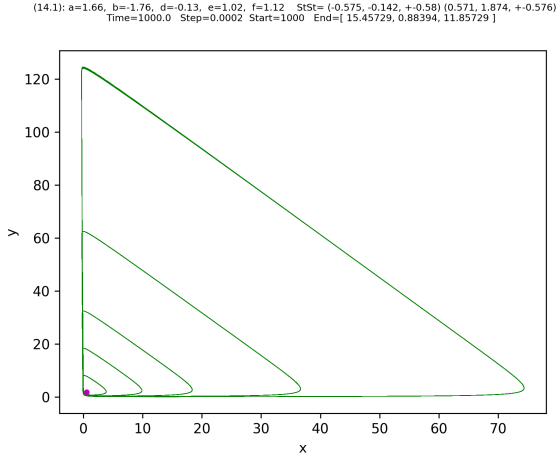
Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 221** für $b = -1.76$, $d = -0.13$, $e = -1.02$, $f = 1.12$, und wachsende Werte von a (die unteren 6 Zeilen der ersten Tabelle).

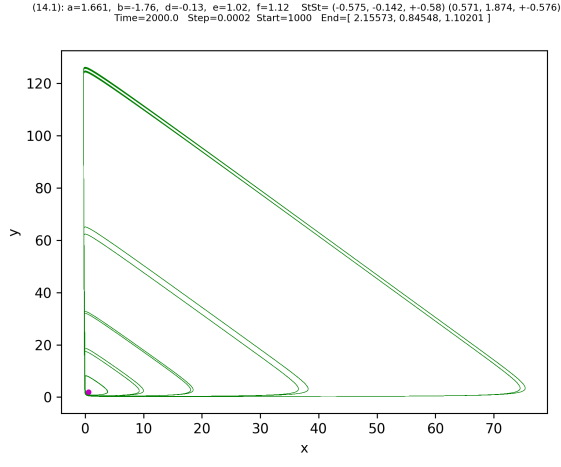
Ein Fenster mit 24-fachen Grenzzyklen tritt auf (Bild 1). Die Feigenbaum-Route wird fortgesetzt durch ein 4-faches und ein 2-faches Chaos-Band (Bilder 2 und 3). Es folgen weitere Fenster mit 10-fachen (Bild 4) und sechsfachen Grenzzyklen (Bild 6).

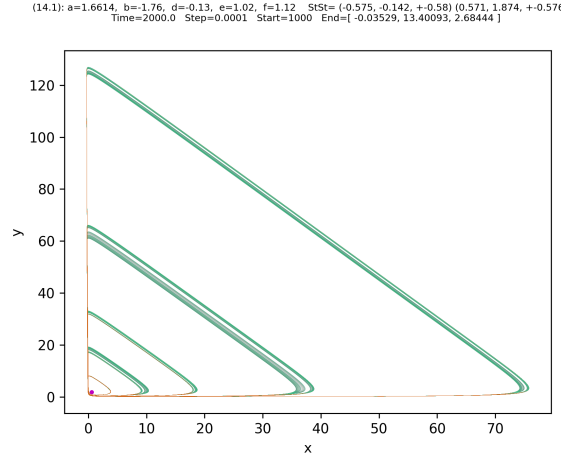






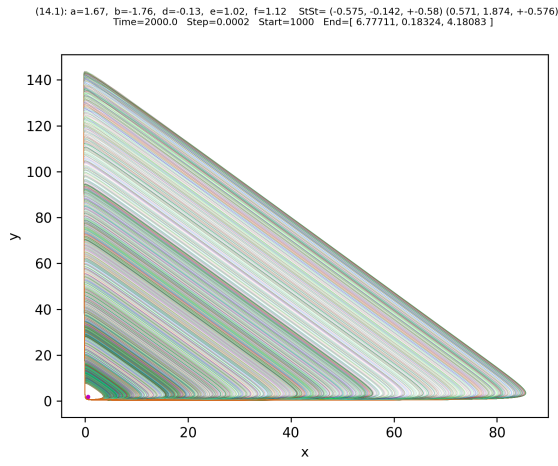


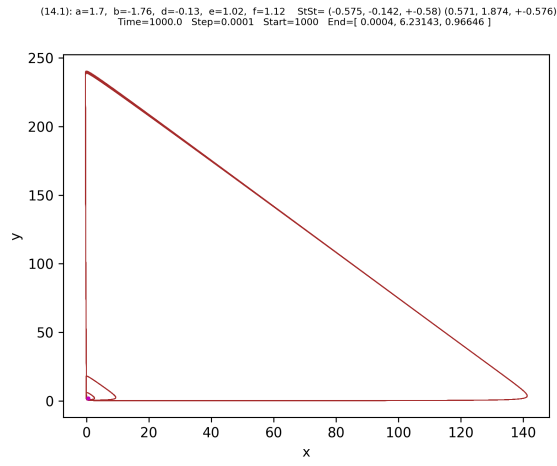


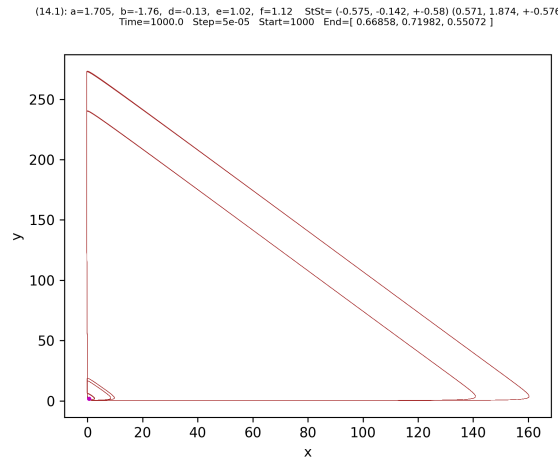


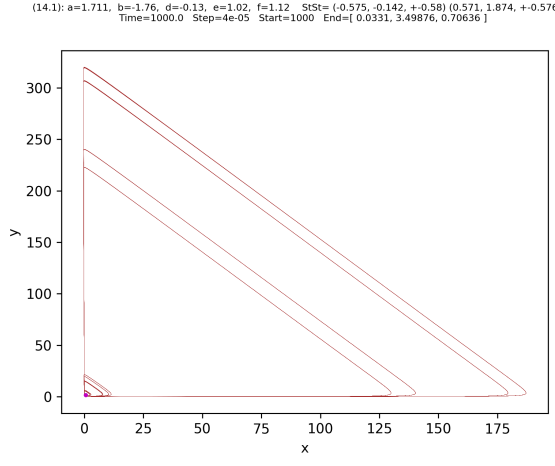
Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 221** für $b = -1.76$, $d = -0.13$, $e = -1.02$, $f = 1.12$, und wachsende Werte von a (die oberen 6 Zeilen der zweiten Tabelle).

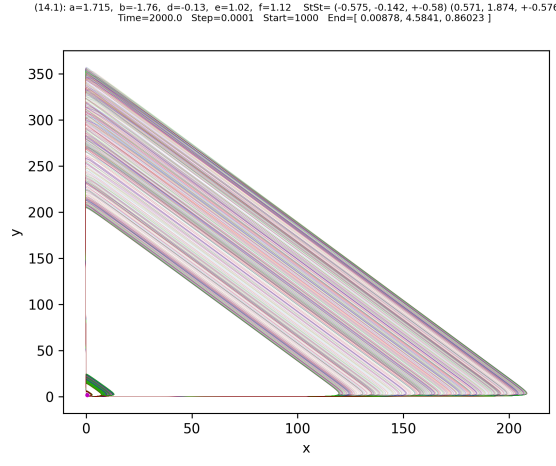
Ein Fenster mit 12-fachen Grenzzyklen tritt auf (Bild 1). Die Feigenbaum-Route wird beendet durch ein 2-faches Chaos-Band und das Chaos (Bilder 2 und 3). Es folgt eine Periode-5-Route durch 5-fache und 10-fache Grenzyklen und ein 10-faches Chaos-Band (Bilder 4 bis 6). Grenzzyklen und Chaos werden weiter immer größer.

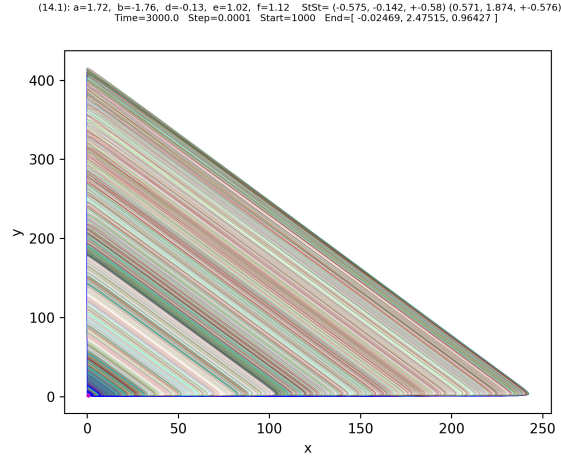












Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 221** für $b = -1.76$, $d = -0.13$, $e = -1.02$, $f = 1.12$, und wachsende Werte von a (die unteren 6 Zeilen der zweiten Tabelle).

Das Chaos (Bild 1) bricht zusammen und eine Periode-3-Route findet statt mit dreifachen, sechsfachen und 12-fachen Grenzzyklen, einem dreifachen Chaos-Band und dem Chaos (Bilder 2 bis 6). Danach explodiert das riesig angewachsene Chaos.

Beispiel 222 benutzt das zuletzt im Beispiel 216 untersuchte Basissystem vom Grad 2, jetzt mit einem kubischen Pendel-Polynoms in der Gleichung für y:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 1 - bx - xy \\ \frac{dy}{dt} &= a\,(xy + d - y) - (exy - z^3) \\ \frac{dz}{dt} &= f\,(exy - z^3)\end{aligned}$$

Wir lassen für die Parameter b und d auch negative Werte zu. Das Beispiel bleibt aber auch wieder ein Reaktionsmodell, nur mit neuen (linearen) Modellierungen der Zu- und Abflüsse von Substrat und Produkt.

Das System hat im betrachteten Bereich einen explizit berechenbaren positiven stationären Zustand. Er ist ohne Einfluss auf das folgende Chaos-Geschehen.

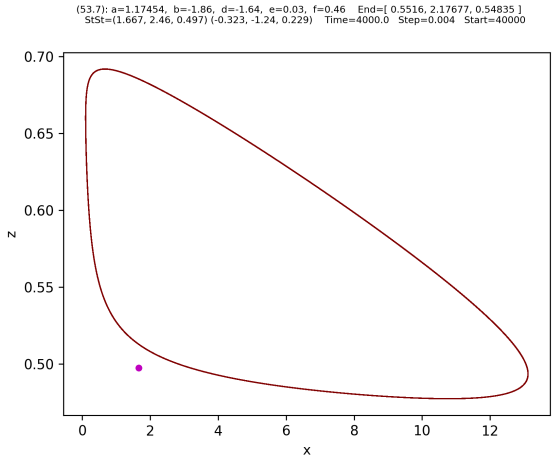
Wir finden eine Feigenbaum-Route ins Chaos und eine Explosion heraus. Das Chaos-Teilintervall ist das kleinster alle hier versammelten Beispiele.

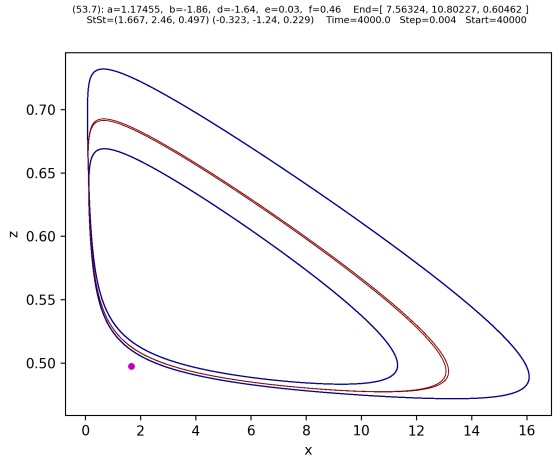
Die Lyapunov-Exponenten sind groß, ihre Berechnung ist gut realisierbar.

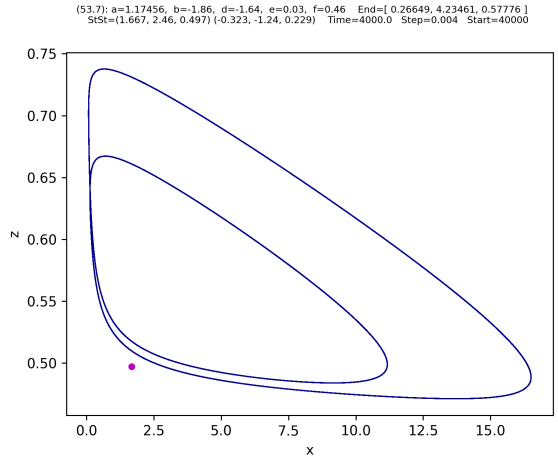
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
1.17454	Ein einfacher Grenzzyklus.	
1.17455	Zwei zweifache Grenzzyklen.	
1.17456	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
1.17469	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
1.174702	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
1.174703	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
1.174704	Ein 32-facher Grenzzyklus.	
1.1747045	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.013
1.174706	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.025
1.17472	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.059
1.174731	Ein 2-faches Chaos-Band kurz vor der Explosion.	0.075
1.174732	Eine Chaos-Ruine.	

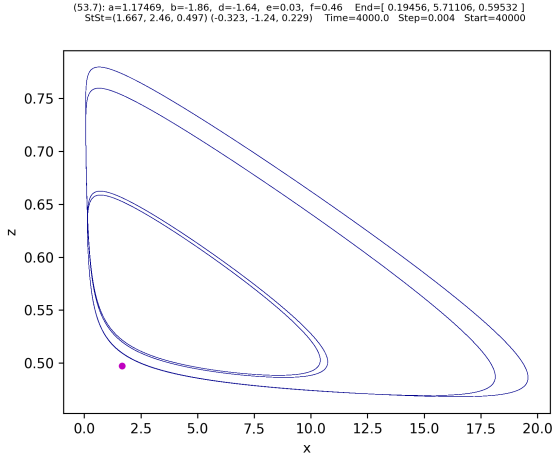
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 222** für
$b = -1.86$, $d = -1.64$, $e = 0.03$, $f = 0.46$ und wachsende Werte von a.

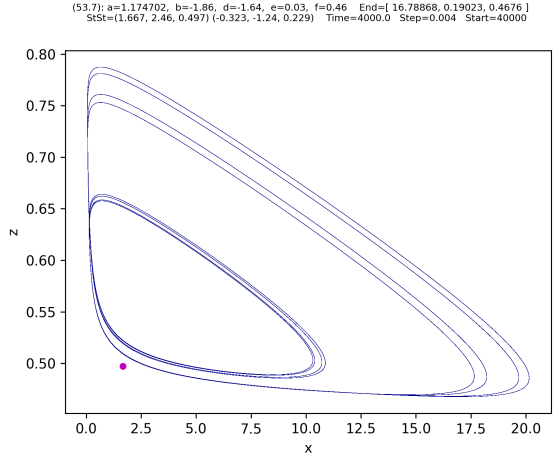
Eine Verdopplung macht aus einem einfachen einen zweifachen Grenzzyklus. Gleichzeitig erscheint ein weiterer zweifacher Grenzzyklus. Dieser durchläuft die Feigenbaum-Route bis zu einem 2-fachen Chaos-Band. Das Chaos explodiert. Eine Chaos-Ruine verbleibt noch eine Weile.

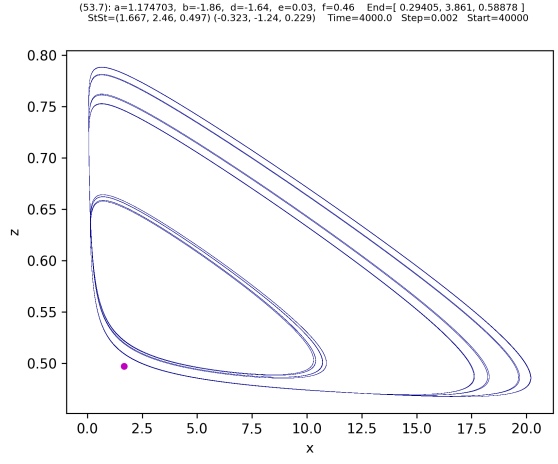






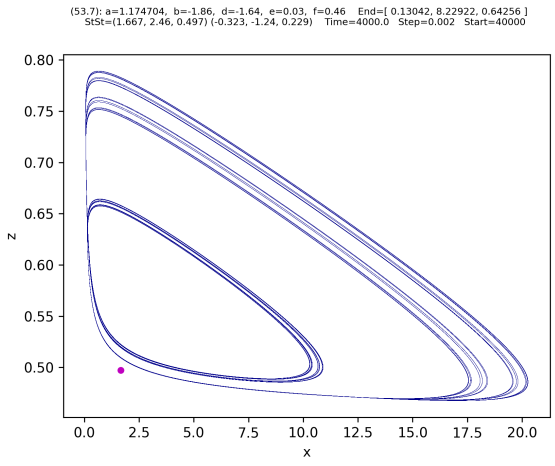


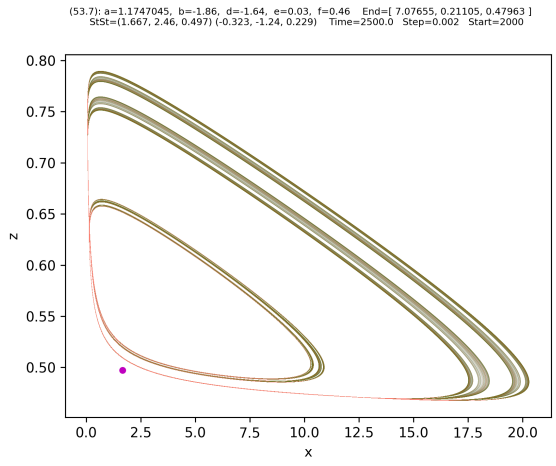


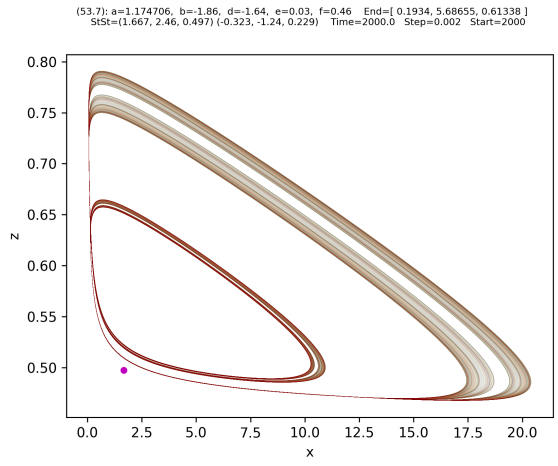


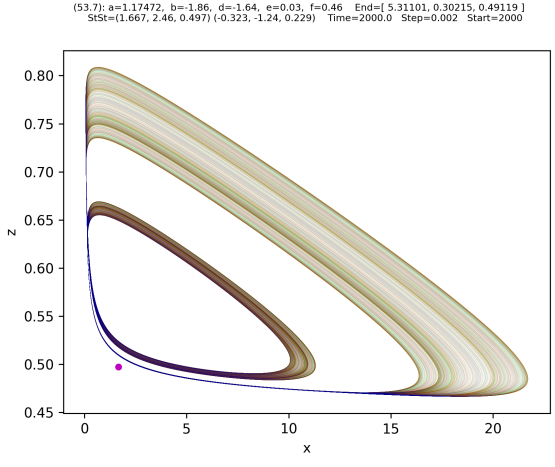
Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 222** für $b = -1.86$, $d = -1.64$, $e = 0.03$, $f = 0.46$, und wachsende Werte von a (die oberen 6 Zeilen der ersten Tabelle).

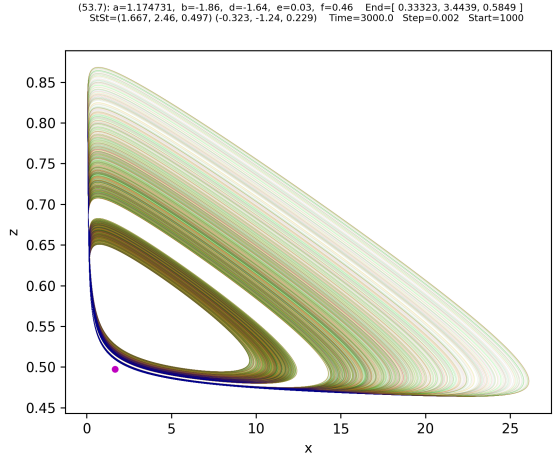
Ein einfacher Grenzzyklus (Bild 1) verdoppelt sich und ein zweiter kommt dazu (Bild 2). Der alte Grenzzyklus verschwindet und der neue beginnt eine Feigenbaum-Route (Bilder 3 bis 6). Erreicht wird hier ein 16-facher Grenzzyklus (Bild 6).

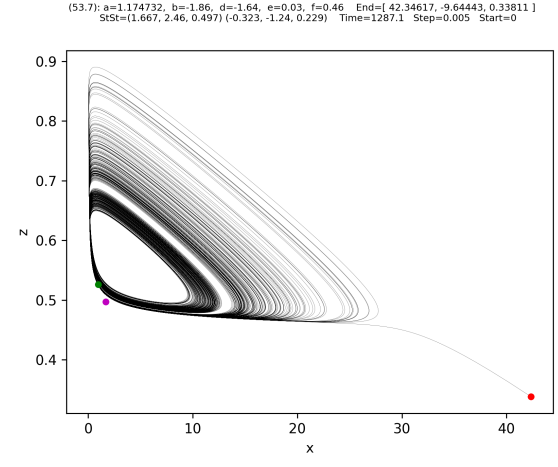












Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 222** für $b = -1.86$, $d = -1.64$, $e = 0.03$, $f = 0.46$, und wachsende Werte von a (die unteren 6 Zeilen der ersten Tabelle).

Die Feigenbaum-Route wird mit einem 32-fachen Grenzzyklus fortgesetzt (Bild 1). Es folgen 8-fache, 4-fache und 2-fache Chaos-Bänder (Bilder 2 bis 5). Das Chaos-Band explodiert und eine Ruine verbleibt noch eine Weile (Bild 6).

Beispiel 223 benutzt das soeben im Beispiel 222 untersuchte autokatalytische Basissystem vom Grad 2, jetzt mit einem addierten quadratischen Pendel-Polynom in der Differentialgleichung für y:

$$\frac{dx}{dt} = 1 - bx - xy$$
$$\frac{dy}{dt} = a(xy + d - y) + (exy - z^2)$$
$$\frac{dz}{dt} = f(exy - z^2)$$

Wir lassen für die Parameter b und d wieder negative Werte zu. Das Beispiel bleibt aber auch so wieder ein Reaktionsmodell mit linearen Modellierungen der Zu- und Abflüsse von Substrat und Produkt.

Das System hat im betrachteten Bereich einen explizit berechenbaren positiven stationären Zustand. Er ist ohne Einfluss auf das folgende Chaos-Geschehen.

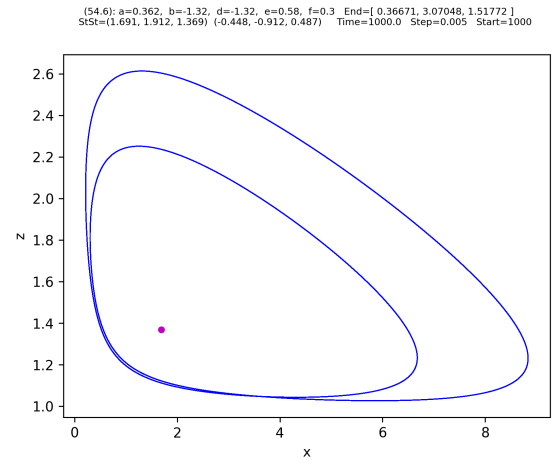
Wir finden eine Feigenbaum-Route ins Chaos und eine Explosion heraus. Das Chaos-Teilintervall ist sehr klein und enthält Fenster mit Grenzzyklen.

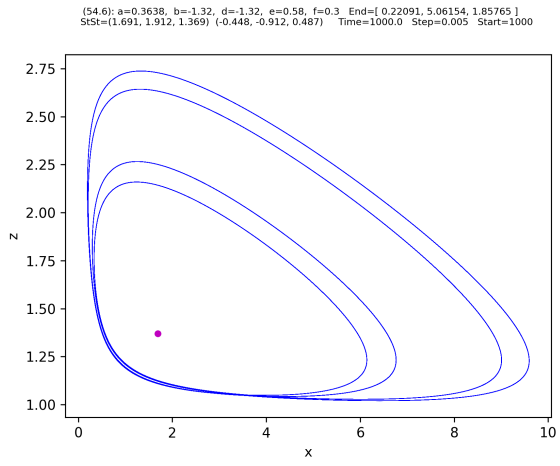
Die Lyapunov-Exponenten sind groß, ihre Berechnung ist gut realisierbar.

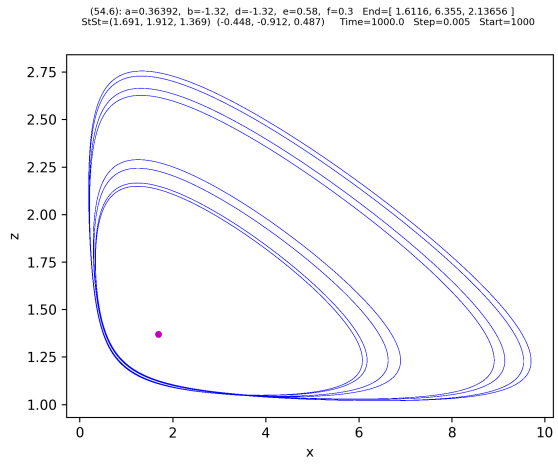
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
0.3600	Ein einfacher Grenzzyklus (ohne Bild).	
0.3620	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
0.3638	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
0.36392	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
0.36394	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
0.36396	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.010
0.36401	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.024
0.36402	Ein 12-facher Grenzzyklus.	
0.36430	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.049
0.36493	Chaos.	0.097
0.36494	Ein siebenfacher (schwacher) Grenzzyklus.	
0.364941	Chaos kurz vor der Explosion.	0.094
0.364951	Eine Chaos-Ruine.	

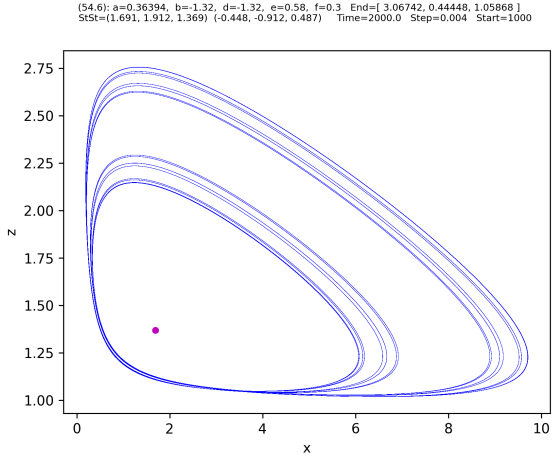
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 223** für
$b = -1.32$, $d = -1.32$, $e = 0.58$, $f = 0.3$ und wachsende Werte von a.

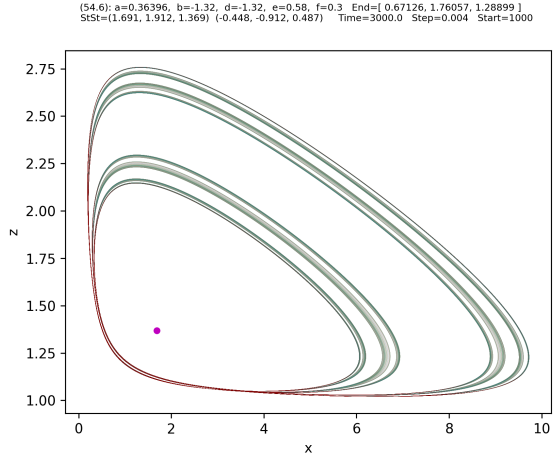
Eine Feigenbaum-Route macht aus einem einfachen Grenzzyklus Chaos. Im Chaos treten Fenster mit Grenzzyklen auf. Gezeigt werden hier 12-fache und siebenfache Grenzzyklen. Das Chaos explodiert. Eine Chaos-Ruine verbleibt.

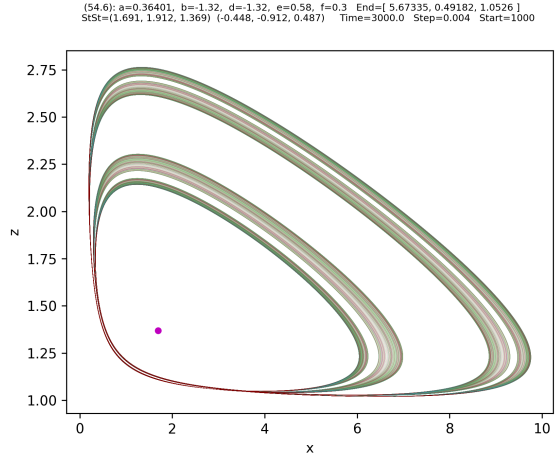






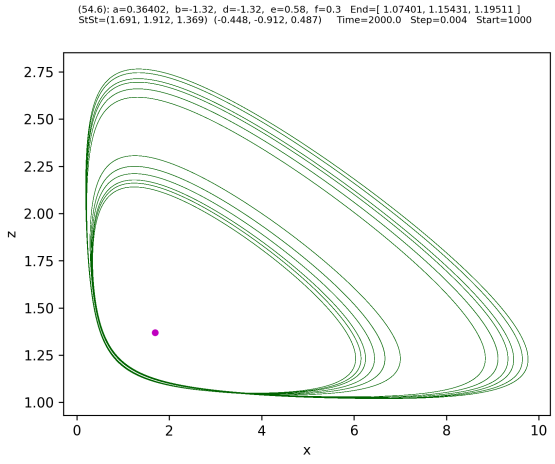


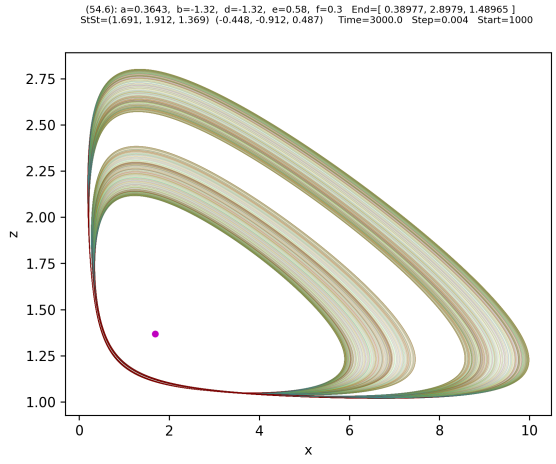


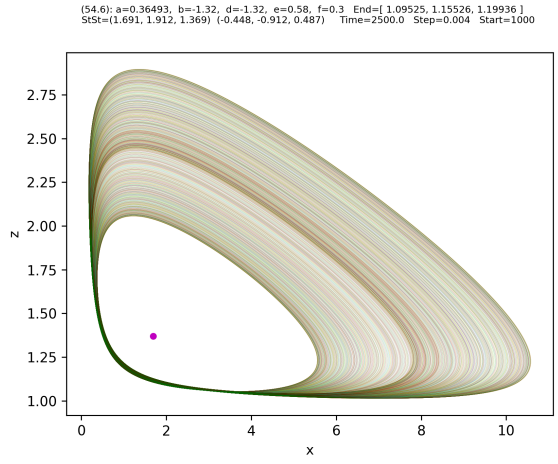


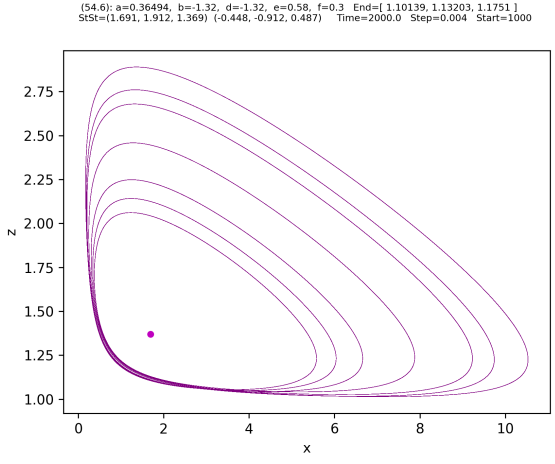
Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 223** für $b = -1.32$, $d = -1.32$, $e = 0.58$, $f = 0.3$, und wachsende Werte von a (die oberen 6 Zeilen der Tabelle).

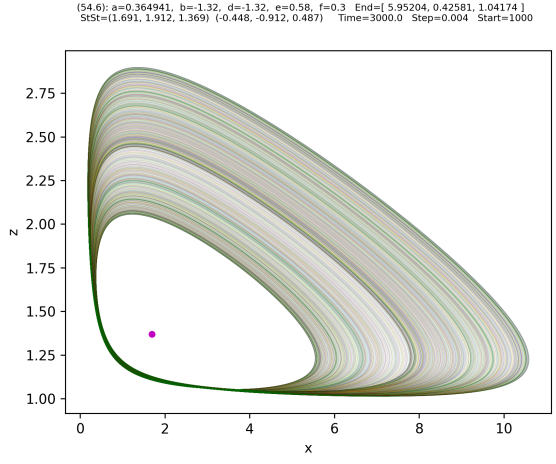
Ein einfacher Grenzzyklus (ohne Bild) durchläuft eine Feigenbaum-Route (Bilder 1 bis 6). Gezeigt wird das hier bis zum 16-fachen Grenzzyklus (Bild 4) und dann ein 8-faches und ein 4-faches Chaos-Band (Bilder 5 und 6). Die Feigenbaum-Route ist noch nicht fertig.

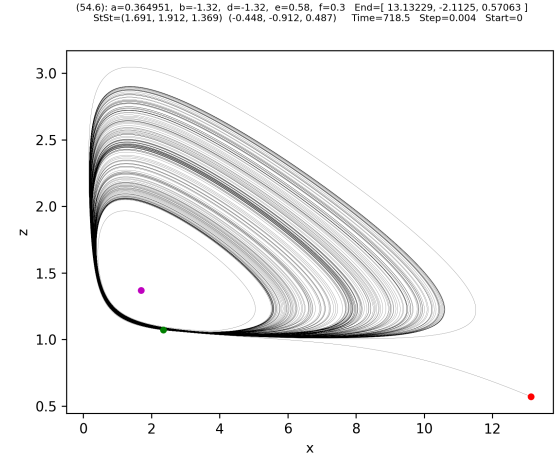












Legende: x-z-Plots zu **Beispiel 223** für $b = -1.32$, $d = -1.32$, $e = 0.58$, $f = 0.3$, und wachsende Werte von a (die unteren 6 Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route wird unterbrochen von einem 12-fachen Grenzzyklus (Bild 1) und beendet von einem 2-fachen Chaos-Band (Bild 2) und Chaos (Bild 3). Es folgen ein Fenster mit 7-fachen Grenzzyklen (Bild 4), Chaos (Bild 5) und die Explosion (Bild 6).

Beispiel 224 benutzt das soeben in den Beispielen 222 und 223 untersuchte autokatalytische Basissystem, jetzt mit einem addierten kubischen Pendel-Polynom in der Differentialgleichung für y:

$$\frac{dx}{dt} = 1 - bx - xy$$
$$\frac{dy}{dt} = a(xy + d - y) + (exy - z^3)$$
$$\frac{dz}{dt} = f(exy - z^3)$$

Wir lassen für die Parameter b und d wieder negative Werte zu. Das Beispiel bleibt dabei ein Reaktionsmodell mit linearen Modellierungen der Zu- und Abflüsse von Substrat und Produkt.

Das System hat im gefundeten Intervall einen explizit berechenbaren positiven stationären Zustand. Er ist ohne Einfluss auf das folgende Chaos-Geschehen.

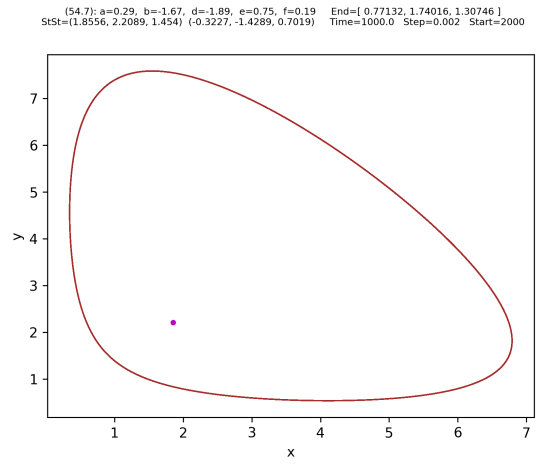
Es gibt eine Feigenbaum-Route ins Chaos und eine Explosion heraus.
Das Chaos-Teilintervall ist klein, Koexistenzen wurden nicht beobachtet.

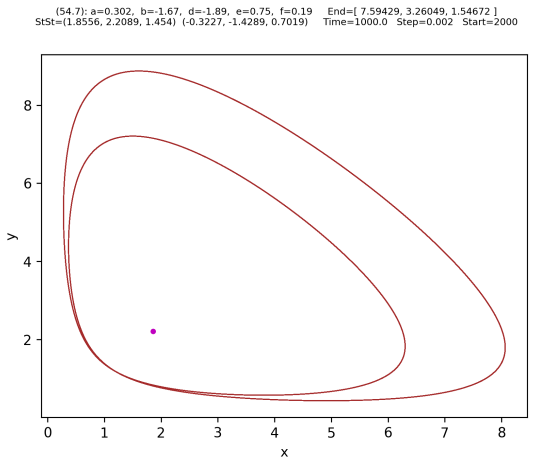
Die Lyapunov-Exponenten sind groß, ihre Berechnung ist gut realisierbar.

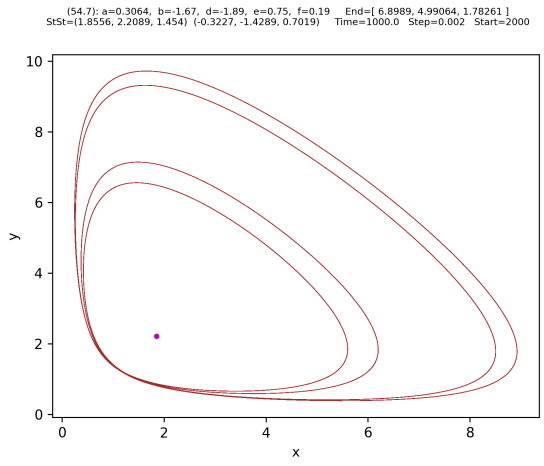
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
0.2900	Ein einfacher Grenzzyklus.	
0.3020	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
0.3064	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
0.3066	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
0.3067	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
0.30675	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.015
0.3068	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.026
0.3072	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.060
0.3074	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.068
0.3080	Chaos.	0.101
0.30834	Chaos kurz vor der Explosion.	0.111
0.30836	Eine Chaos-Ruine.	

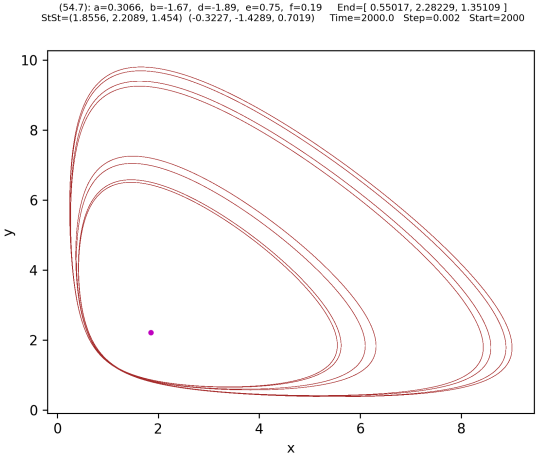
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 224** für
$b = -1.67$, $d = -1.89$, $e = 0.75$, $f = 0.19$ und wachsende Werte von a.

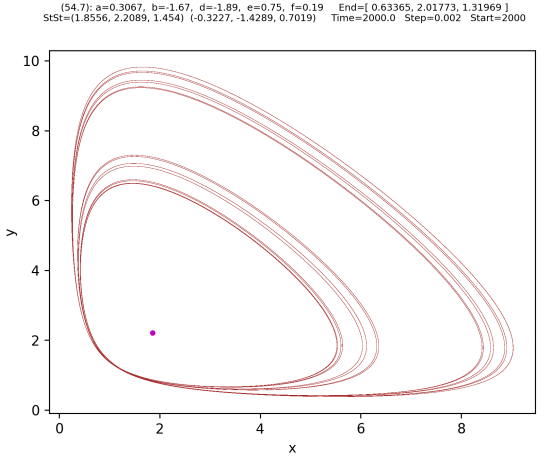
Eine Feigenbaum-Route startet mit einem einfachen Grenzzyklus. Gezeigt werden vier Verdopplungen der Grenzzyklen und zwei Halbierungen der folgenden Chaos-Bänder. Das Chaos explodiert, eine Chaos-Ruine verbleibt.

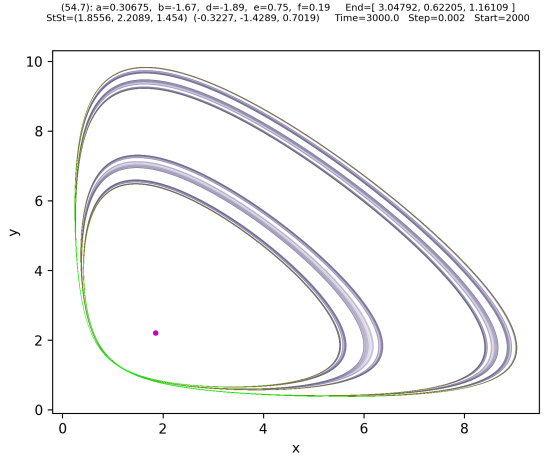






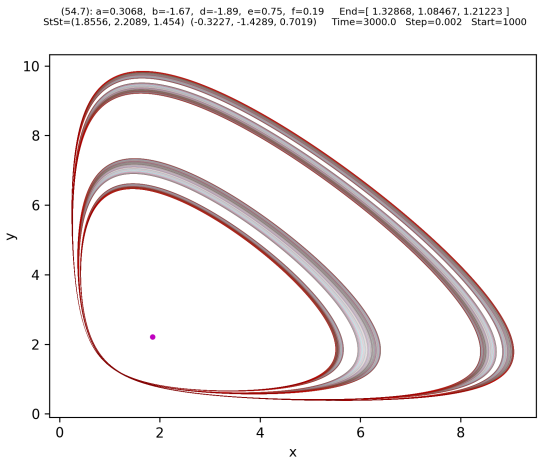


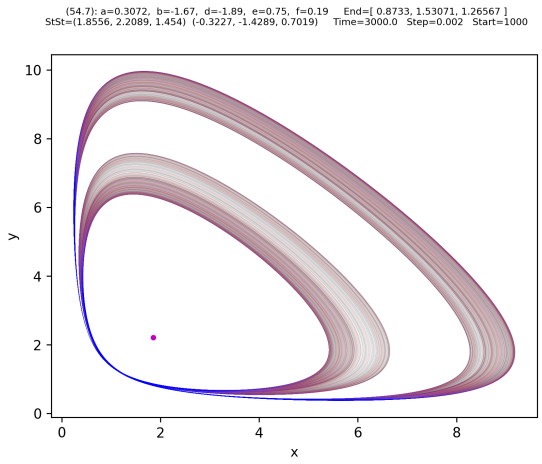


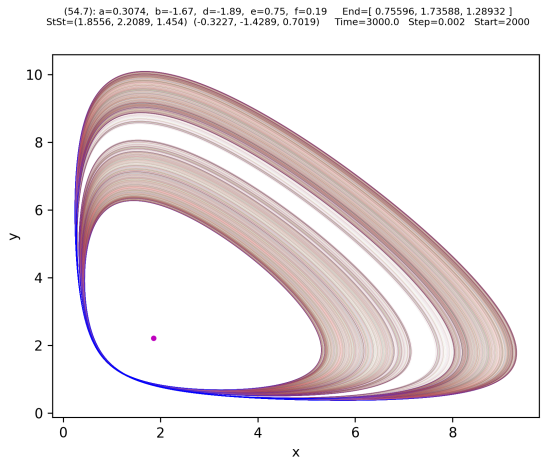


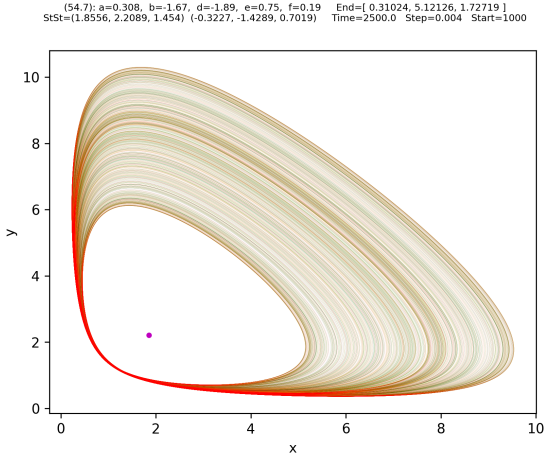
Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 224** für $b = -1.67$, $d = -1.89$, $e = 0.75$, $f = 0.19$, und wachsende Werte von a (die oberen 6 Zeilen der Tabelle).

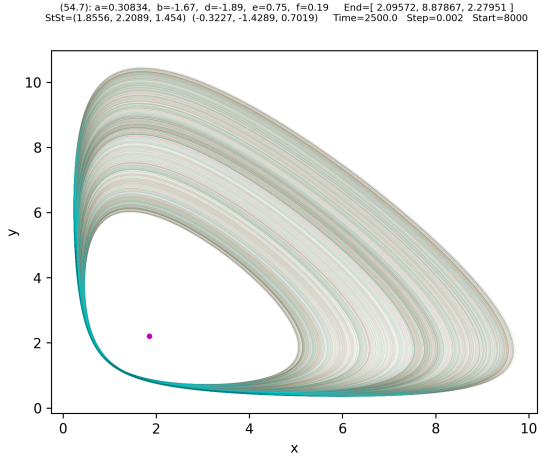
Ein einfacher Grenzzyklus startet eine Feigenbaum-Route. Gezeigt wird das bis zum 16-fachen Grenzzyklus (Bild 5) und dann ein 8-faches Chaos-Band (Bild 6).
Die Feigenbaum-Route ist damit aber nicht fertig. Es fehlt der Teil der Chaos-Bänder.

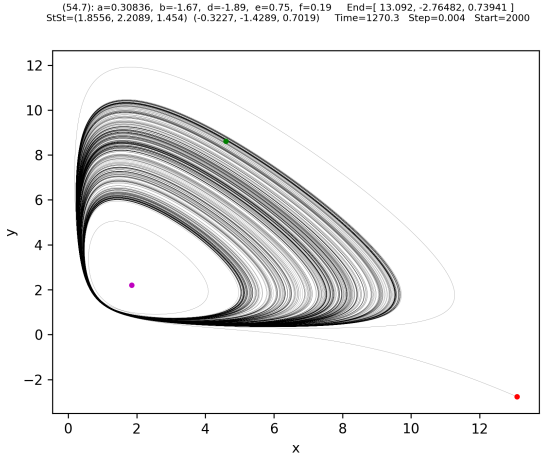












Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 224** für $b = -1.67$, $d = -1.89$, $e = 0.75$, $f = 0.19$, und wachsende Werte von a (die unteren 6 Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route geht weiter mit einem 4-fachen Chaos-Band (Bild 1) und zwei 2-fachen Chaos-Bändern (Bilder 2 und 3). Die Ränder ”verkleben” und es folgen das Chaos (Bilder 4 und 5) und die Explosion zu einer Ruine (Bild 6).

Beispiel 225 betrachtet das Basissystem mit einem neuen addierten quadratischen Pendel-Polynom am Produkt:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 1 - bx - xy^2 \\ \frac{dy}{dt} &= a\,(xy^2 + d - y) + ex^2 - yz \\ \frac{dz}{dt} &= f\,(ex^2 - yz)\end{aligned}$$

Wir lassen für die Parameter b und d und die Variable y negative Werte zu. Dadurch verliert das Beispiel seine Bedeutung als ein Reaktionsmodell.

Das System hat im betrachteten Intervall einen stationären Zustand, der numerisch bestimmt werden muss aber im Chaos keine Rolle spielt.

Wir finden Feigenbaum-Routen auf beiden Seiten des Chaos-Intervalls.
Und dazwischen zusätzlich mehrere Periode-3-Bifurkationen und Koexistenzen.

Die Lyapunov-Exponenten sind groß und gut zu berechnen.

a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
2.260	Ein einfacher Grenzzyklus (ohne Bild).	
2.280	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
2.284	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
2.2875	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
2.2877	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
2.2879	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.013
2.2885	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.028
2.289	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.043
2.290	Ein 2-faches Chaos-Band und ein dreifacher Grenzzyklus.	0.054
2.295	Chaos und ein dreifacher Grenzzyklus.	0.085
2.305	Ein dreifacher Grenzzyklus.	
2.330	Chaos.	0.077
2.331	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.051

Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 225** für
$b = -0.11$, $d = -0.7$, $e = 0.36$, $f = 1.99$ und wachsende Werte von a.

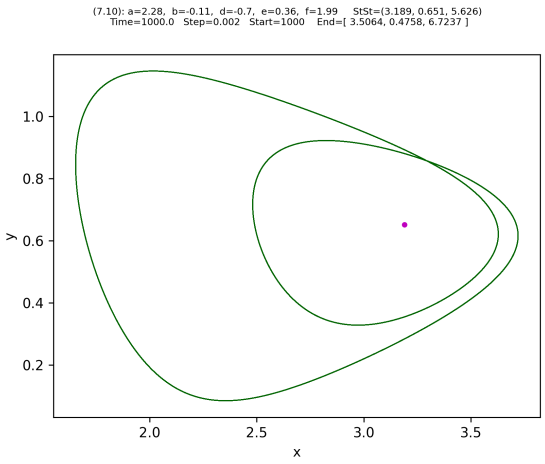
Eine Feigenbaum-Route startet an einem einfachen Grenzzyklus mit vier Verdopplungen und zwei Halbierungen des folgenden Chaos-Bandes.
Ein dreifacher Grenzzyklus erscheint in Koexistenz. Das Chaos verschwindet und kommt wieder. Eine Feigenbaum-Route rückwärts beginnt.

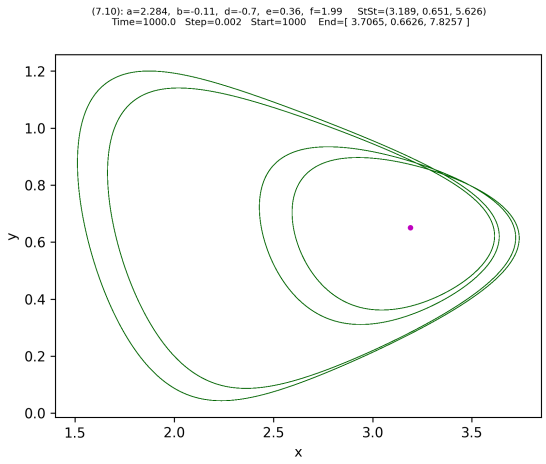
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
2.3324	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.021
2.3326	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.014
2.3328	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
2.3330	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
2.3350	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
2.3400	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
2.5000	Ein einfacher Grenzzyklus (ohne Bild).	

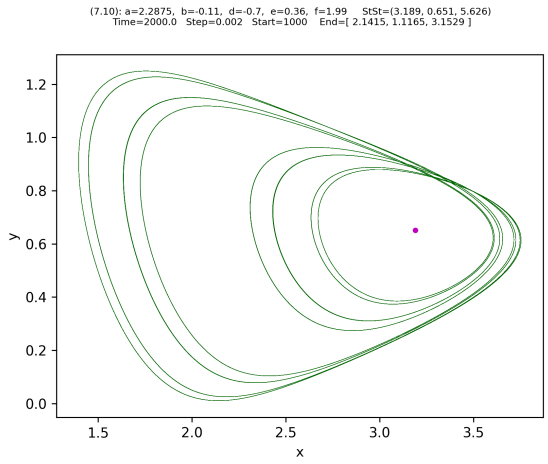
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 225** für $b = -0.11$, $d = -0.7$, $e = 0.36$, $f = 1.99$ und wachsende Werte von a.

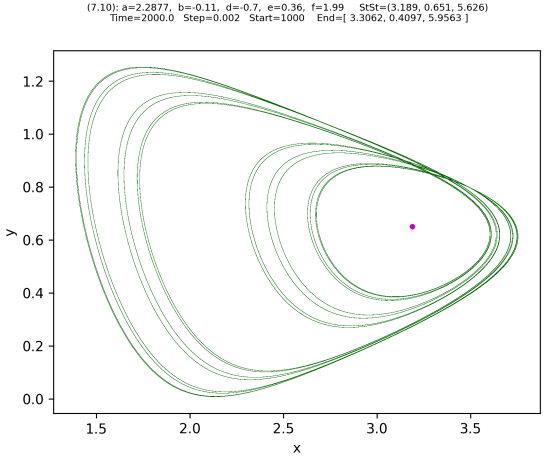
Die Feigenbaum-Route rückwärts wird fortgesetzt mit 4-fachen und 8-fachen Chaos-Bändern. Dann folgen ein 16-facher Grenzzyklus und vier Halbierungen. Die Feigenbaum-Route endet mit einem einfachen Grenzzyklus.

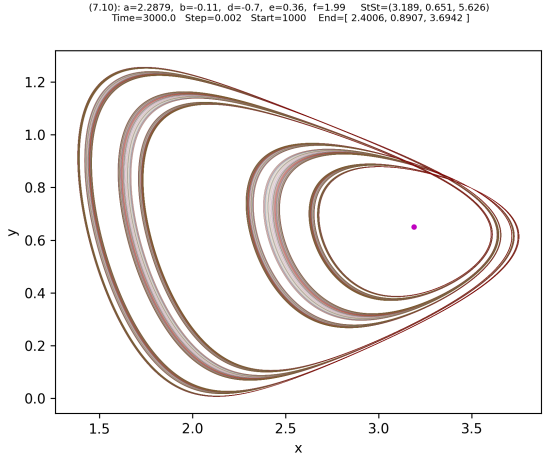
In der Phase der Chaos-Bänder wurde ein Fenster mit stark gefalteten Grenzzyklen gefunden. Die extreme Faltung ist nicht sicher auszählbar. Weitere solche Fenster können nicht ausgeschlossen werden. Das trübt den Eindruck dieses ansonsten schönen Beispiels.

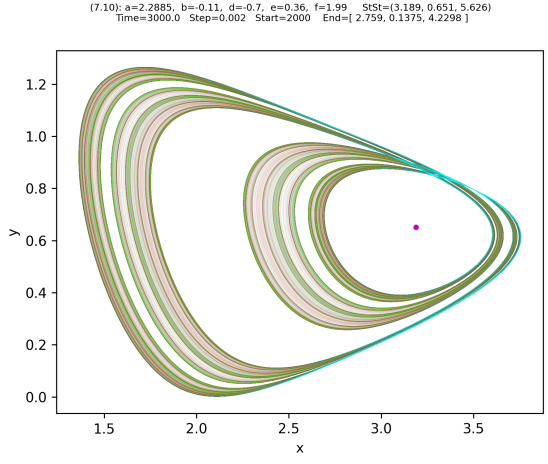






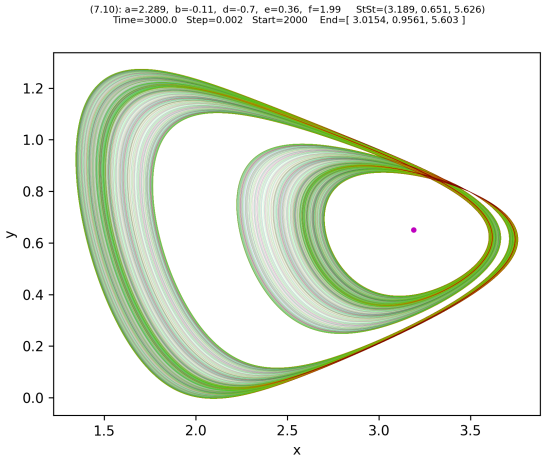


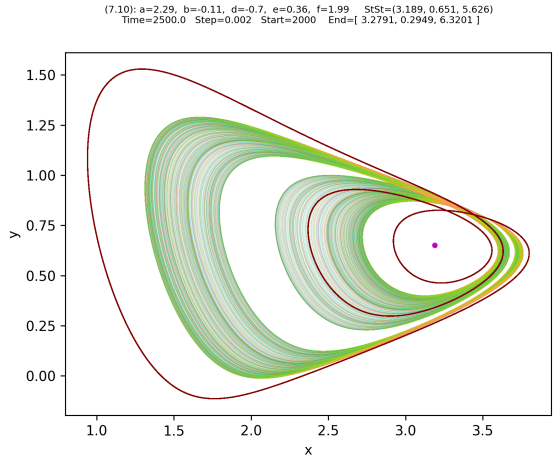


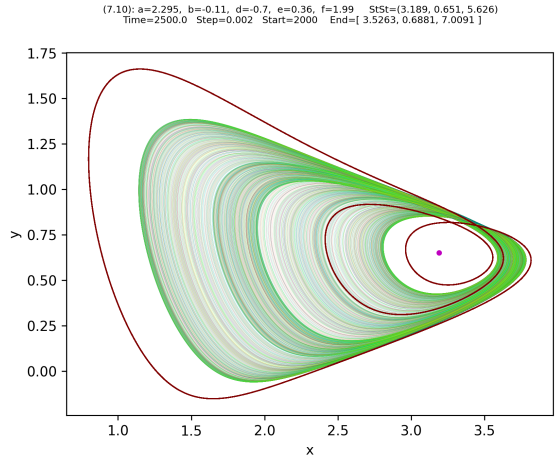


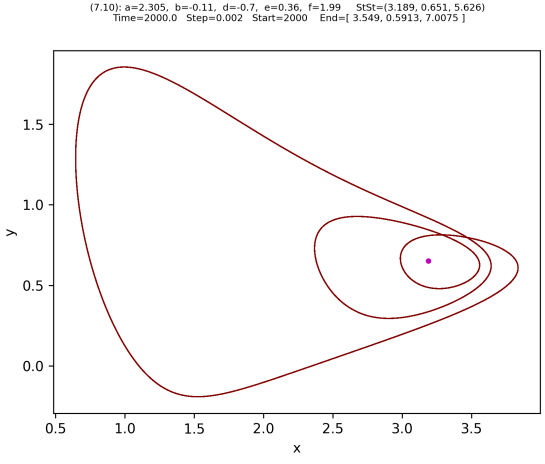
Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 225** für $b = -0.11$, $d = -0.7$, $e = 0.36$, $f = 1.99$, und wachsende Werte von a (die oberen 6 Zeilen der ersten Tabelle).

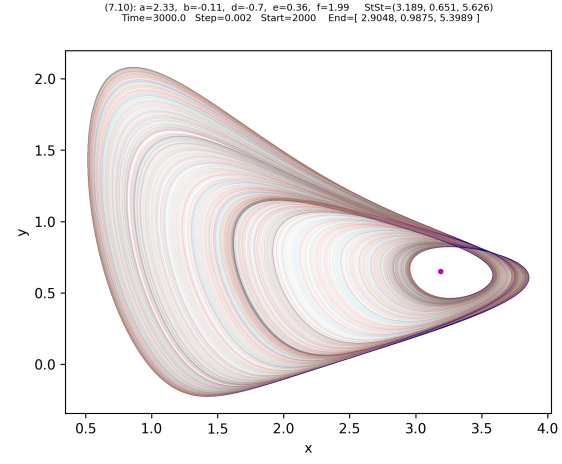
Ein einfacher Grenzzyklus (ohne Bild) startet eine Feigenbaum-Route. Gezeigt wird das bis zum 16-fachen Grenzzyklus (Bild 4) und dann ein 8-faches und ein 4-faches Chaos-Band (Bilder 5 und 6). Die Feigenbaum-Route ist damit nicht fertig.

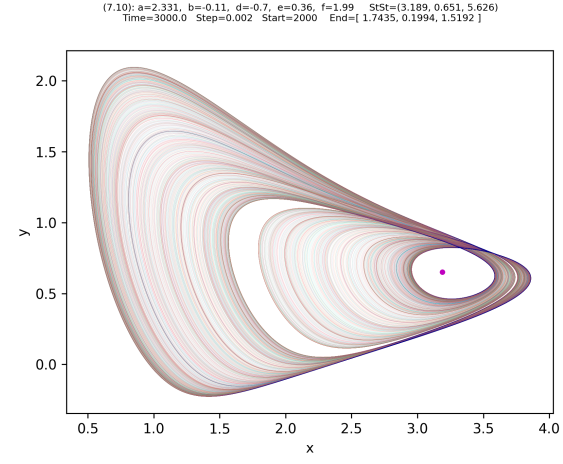






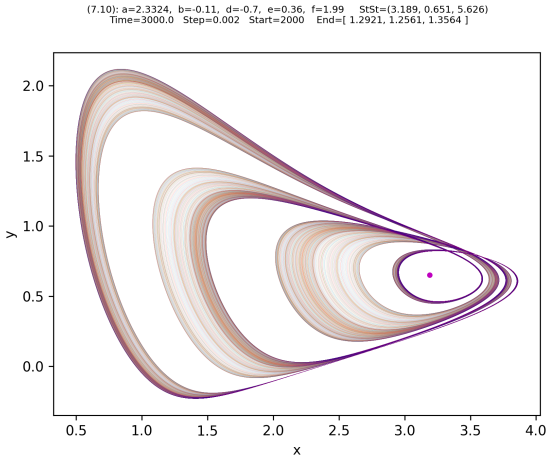


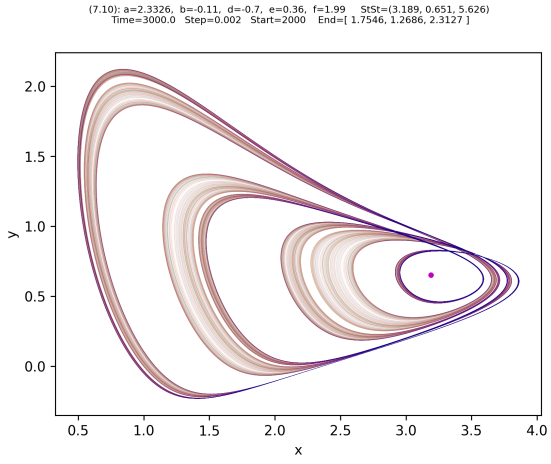


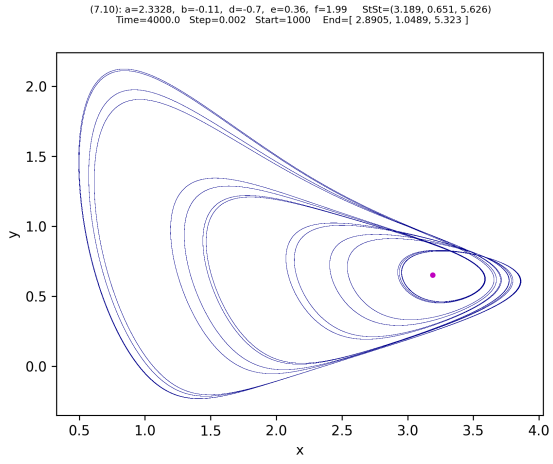


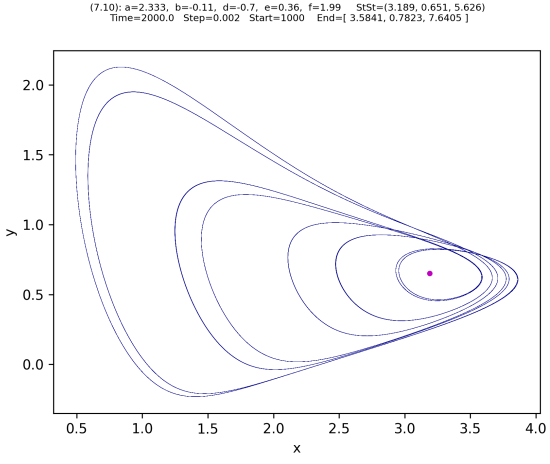
Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 225** für $b = -0.11$, $d = -0.7$, $e = 0.36$, $f = 1.99$, und wachsende Werte von a (die unteren 6 Zeilen der ersten Tabelle).

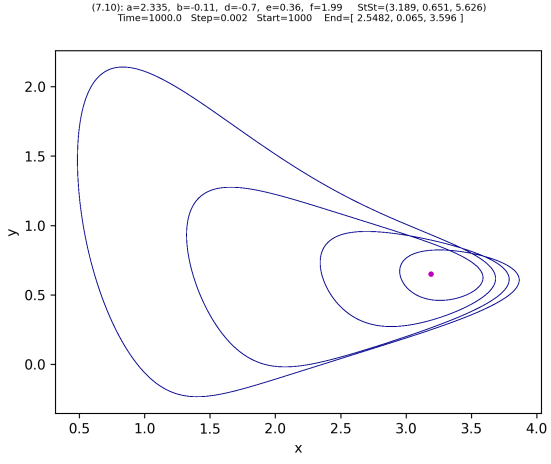
Die Feigenbaum-Route geht weiter mit einem 2-fachen Chaos-Band (Bild 1). Ein dreifacher Grenzzyklus erscheint in Koexistenz (Bilder 2 und 3). Das Chaos verschwindet (Bild 4) und erscheint alleine erneut (Bild 5). Eine Feigenbaum-Route rückwärts beginnt.

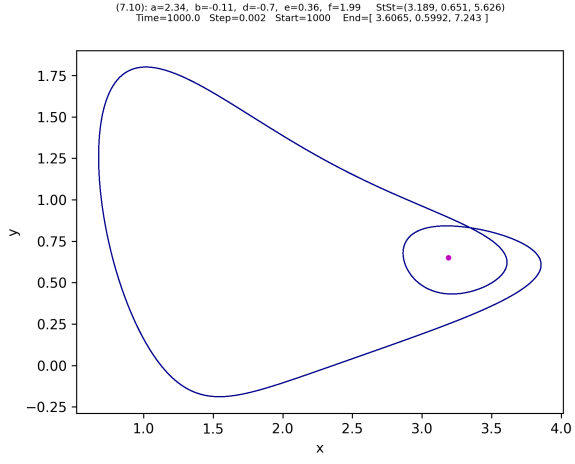












Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 225** für $b = -0.11$, $d = -0.7$, $e = 0.36$, $f = 1.99$, und wachsende Werte von a (die 6 Zeilen der zweiten Tabelle).

Die Feigenbaum-Route geht weiter mit einem 4-fachen Chaos-Band (Bild 1) und einem 8-fachen Chaos-Band (Bild 2). Es folgen 16-fache, achtfache, vierfache und zweifache Grenzzyklen (Bilder 3 bis 6). Am Ende ein einfacher Grenzzyklus (ohne Bild).

Beispiel 226 benutzt das in den Beispielen 222 bis 224 (und davor) untersuchte autokatalytische Basissystem, jetzt mit einem quadratischen Pendel-Polynom:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 1 - bx - xy - ex + z^2 \\ \frac{dy}{dt} &= a\,(xy + d - y) \\ \frac{dz}{dt} &= f\,(ex - z^2)\end{aligned}$$

Wir lassen auch hier für die Parameter b und d negative Werte zu. Dadurch verliert auch dieses Beispiel seine Anwendbarkeit als Reaktionsmodell.

Das System hat im betrachteten Bereich einen stationären Zustand der explizit berechnet werden kann (siehe die Beispiele) aber im Chaos keine Rolle spielt.

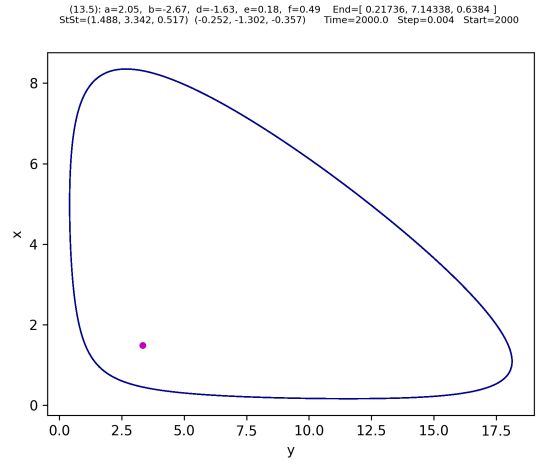
Wir finden eine voll entwickelte Feigenbaum-Route ins Chaos und eine Explosion des Chaos mit Chaos-Ruine wie wir es schon oft erlebt haben.

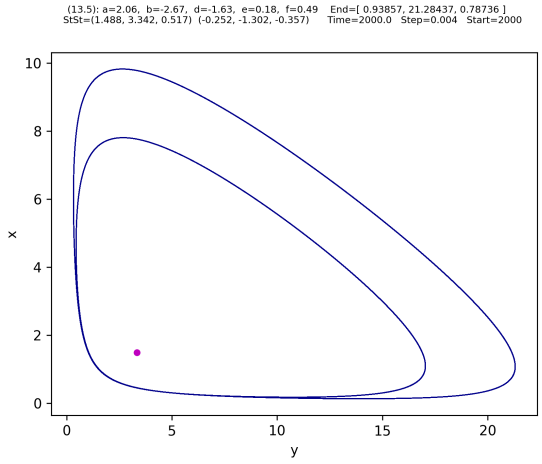
Weitere Bifurkationen wurden im Intervall nicht gefunden. Die Lyapunov-Exponenten sind größten dieser Sammlung und gut zu berechnen.

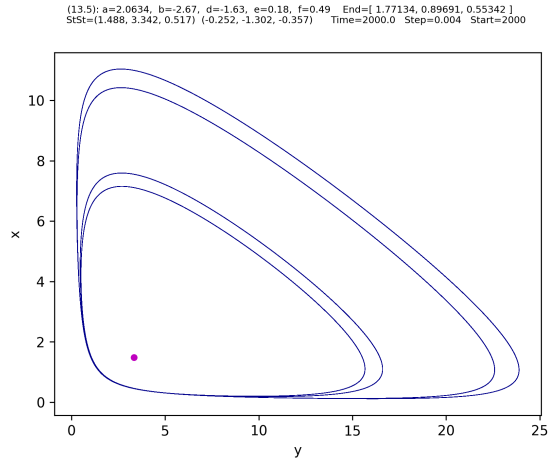
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
2.050	Ein einfacher Grenzzyklus.	
2.060	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
2.0634	Ein vierfacher Grenzzyklus.	
2.06383	Ein achtfacher Grenzzyklus.	
2.06387	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
2.06389	Ein 16-faches Chaos-Band.	0.009
2.064	Ein 8-faches Chaos-Band.	0.017
2.0644	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.049
2.0644	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.090
2.065	Chaos.	0.155
2.06515	Chaos kurz vor der Explosion.	0.177
2.065165	Ein Chaos-Ruine.	

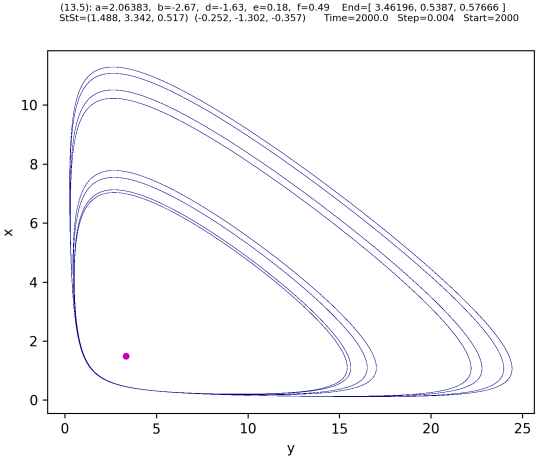
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 226** für
$b = -2.67$, $d = -1.63$, $e = 0.18$, $f = 0.49$ und wachsende Werte von a.

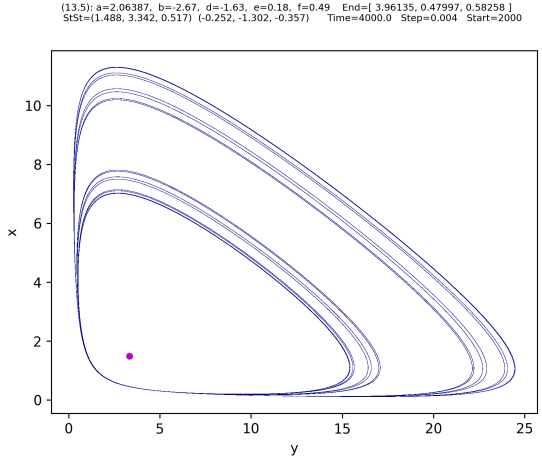
Eine Feigenbaum-Route startet an einem einfachen Grenzzyklus mit vier Verdopplungen und vier Halbierungen des folgenden Chaos-Bandes.
Das Chaos explodiert und eine Chaos-Ruine tritt noch eine Weile auf.

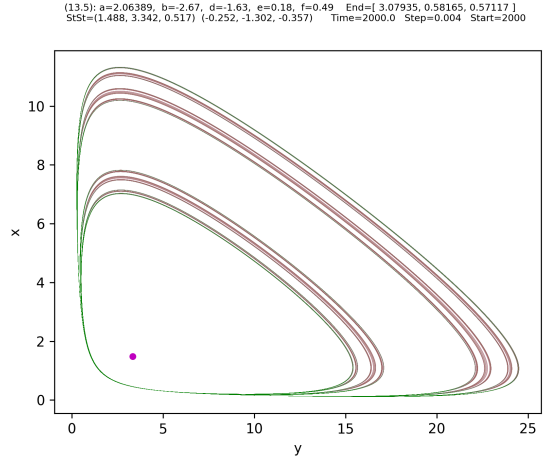






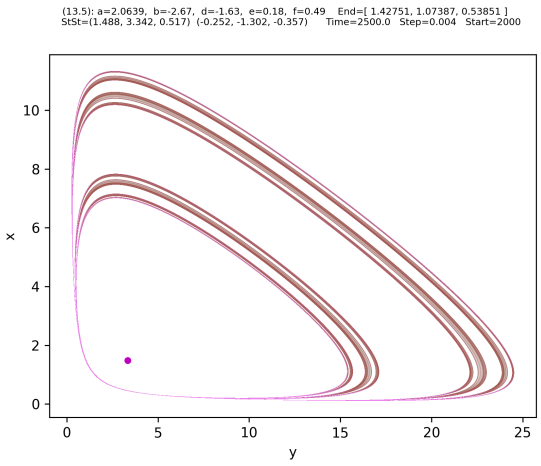


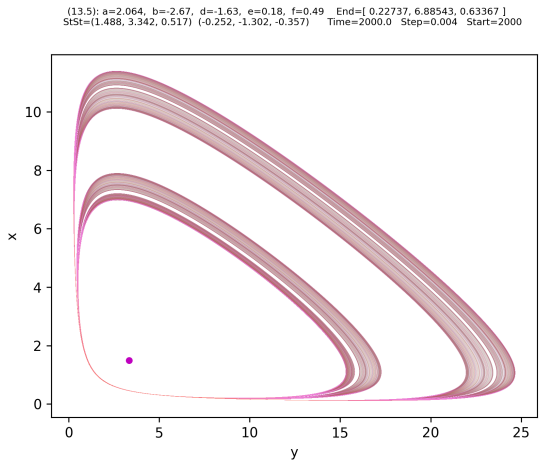


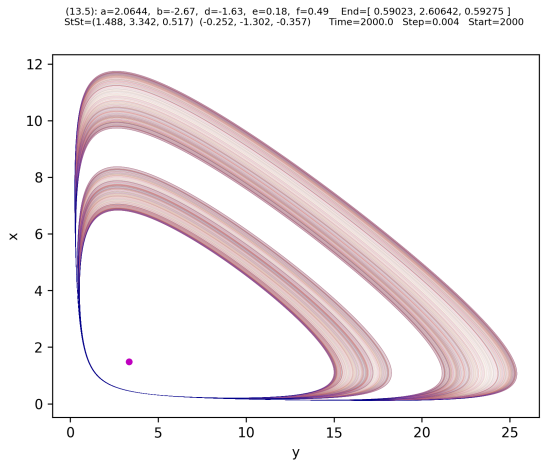


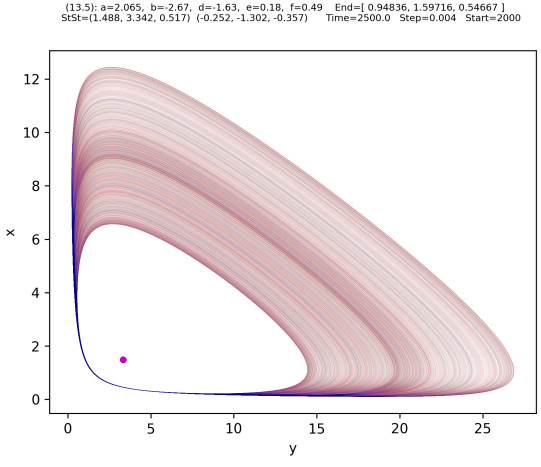
Legende: y-x-Plots zu **Beispiel 226** für $b = -2.67$, $d = -1.63$, $e = 0.18$, $f = 0.49$, und wachsende Werte von a (die oberen 6 Zeilen der Tabelle).

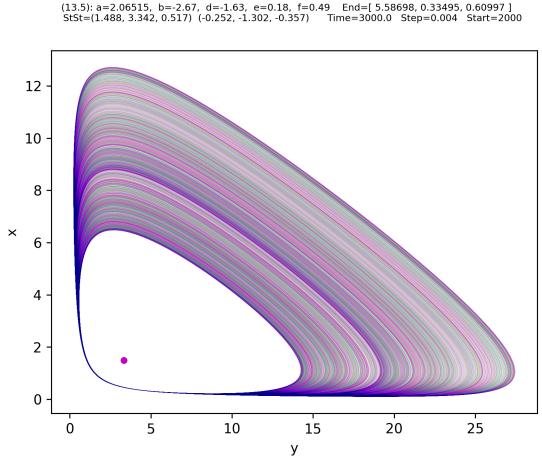
Ein einfacher Grenzzyklus (Bild 1) startet eine Feigenbaum-Route. Gezeigt werden ein zweifacher, ein vierfacher, ein achtfacher und ein 16-facher Grenzzyklus (Bilder 2 bis 5) und dann ein 16-faches Chaos-Band (Bild 6). Die Feigenbaum-Route ist noch nicht fertig.

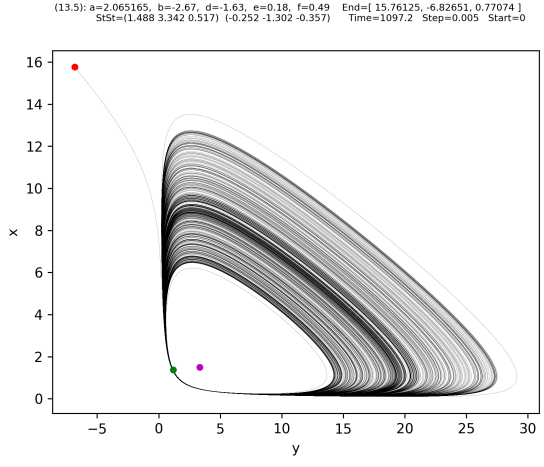












Legende: y-x-Plots zu **Beispiel 226** für $b = -2.67$, $d = -1.63$, $e = 0.18$, $f = 0.49$, und wachsende Werte von a (die unteren 6 Zeilen der Tabelle).

Die Feigenbaum-Route geht weiter mit einem 8-fachen, einem 4-fachen und einem 2-fachen Chaos-Band (Bilder 1 bis 3). Dann das Chaos (Bilder 4 und 5) und die Explosion. Jede Trajektorie kreist noch eine Weile ehe sie davon strebt (Bild 6).

Beispiel 227 ist eine weitere Variante des verallgemeinerten Brusselators:

$$\frac{dx}{dt} = 1 - (b+1)x + ax^2y - exy + z^3$$
$$\frac{dy}{dt} = bx - ax^2y + d$$
$$\frac{dz}{dt} = f \cdot (exy - z^3)$$

Der Parameter d darf auch negativ sein. Der stationäre Zustand ist:

$$x = d + 1 \qquad y = (bd + b + d)/(a(d+1)^2) \qquad z = \sqrt[3]{e(d+1)y}$$

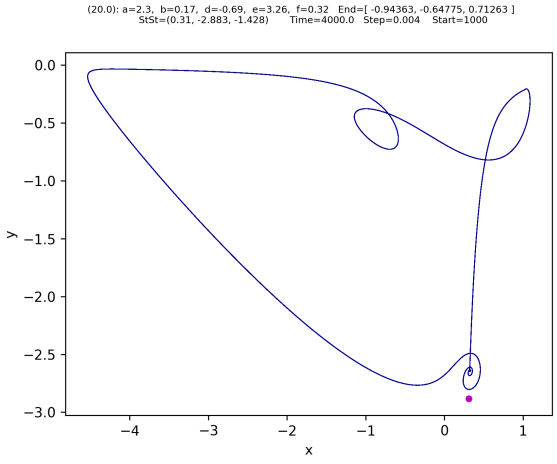
Beispiel 227 knüpft an die Beispiele 120, 121 und 144 an. Unser Beispiel beginnt mit der Spiralchaos-Route. Ein verdrehter Grenzzyklus nähert sich einem Sattel-Fokus an. Dabei wird die Faltung immer komplizierter und nicht durch einfache Regeln beschreibbar. Schlagartig tritt unterschiedliches Chaos ein. Dann erscheint ein einfacher Grenzzyklus und das Chaos verschwindet.

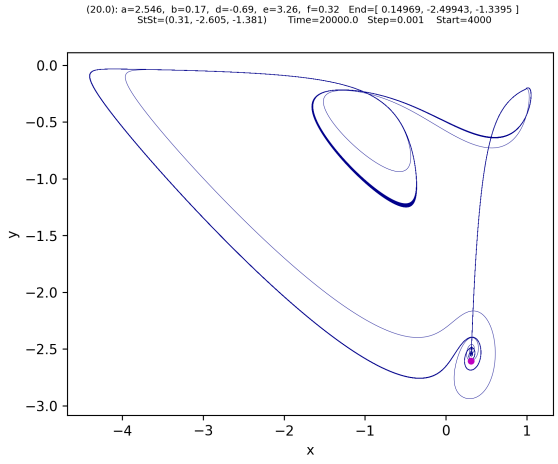
Die Lyapunov-Exponenten am Sattel-Fokus sind nur angenähert bestimmbar.

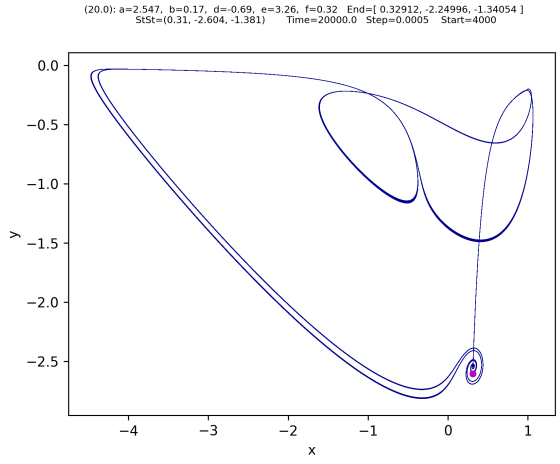
a	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
2.300	Ein einfacher (deutlich verdrehter) Grenzzyklus.	
2.546	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
2.547	Ein zweifacher Grenzzyklus.	
2.6378	Ein Band chaotischer Trajektorien.	0.01 ± 0.005
2.6379	Ein Doppel-Band chaotischer Trajektorien.	0.006 ± 0.005
2.6400	Ein Dreifach-Band chaotischer Trajektorien.	0.005 ± 0.003
2.800	Ein Bündel chaotischer Trajektorien.	0.009 ± 0.006
2.9691	Ein Bündel chaotischer Trajektorien und ein Grenzzyklus.	0.04 ± 0.01
2.9697	Ein einfacher Grenzzyklus mit chaotischer Umgebung.	
2.976	Ein Grenzzyklus mit quasiperiodischer Umgebung.	
2.981	Ein Grenzzyklus mit quasiperiodischer Umgebung.	
2.990	Ein Grenzzyklus mit quasiperiodischer Umgebung.	

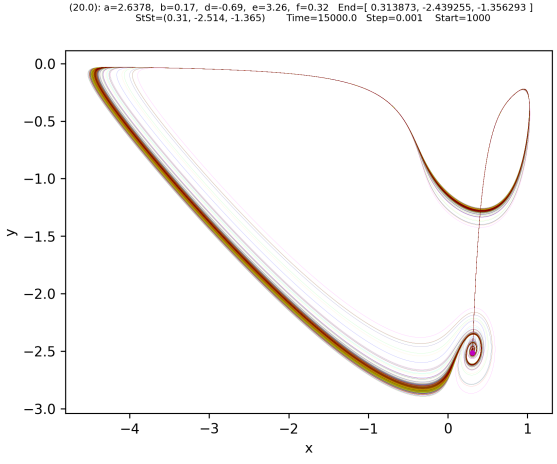
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 227** für $b = 0.17$, $d = -0.69$, $e = 3.26$, $f = 0.32$ und wachsende Werte von a.

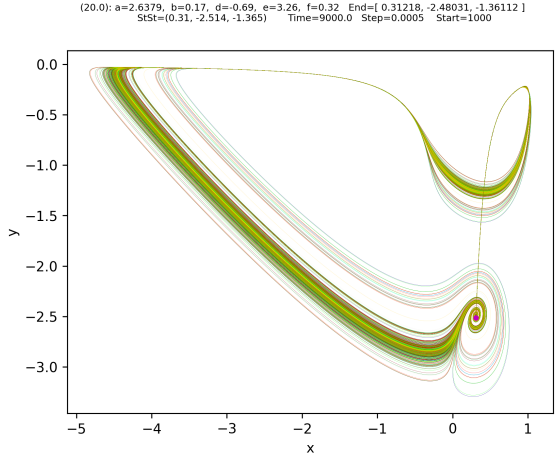
Es beginnt mit einem verdrehten Grenzzyklus, der sich unregelmäßig faltet. Schlagartig wird daraus ein chaotisches Bündel von Trajektorien. Dann kommt ein einfacher Grenzzyklus dazu und das Chaos verschwindet. Um diesen Grenzzyklus herum treten Chaos-artige und quasi-periodisch aussehende Trajektorien auf. Da könnte eine Variante der Torus-Route auftreten. Es ist unmöglich, alle hier auftretenden Bifurkationen darzustellen. Die Auswahl oben versucht, die Geschichte wenigstens anzudeuten.

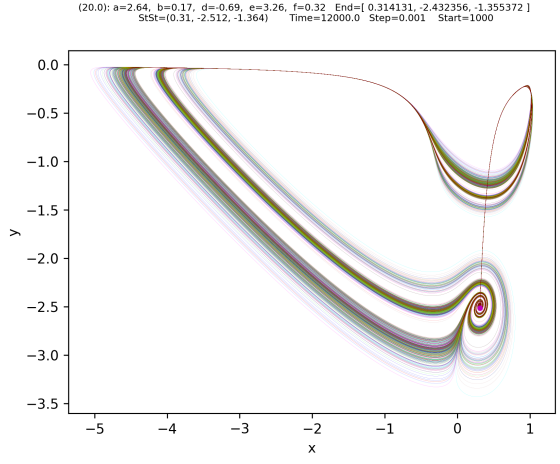






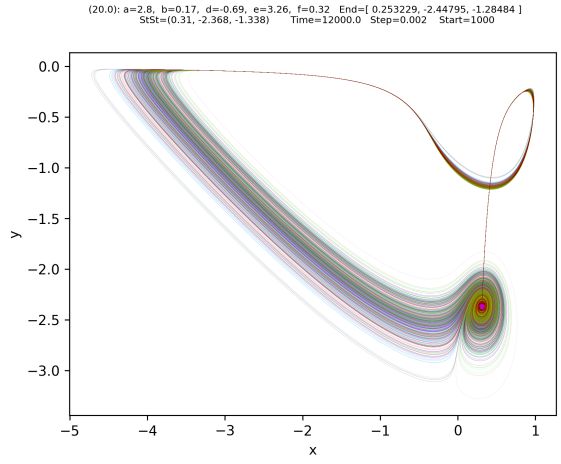


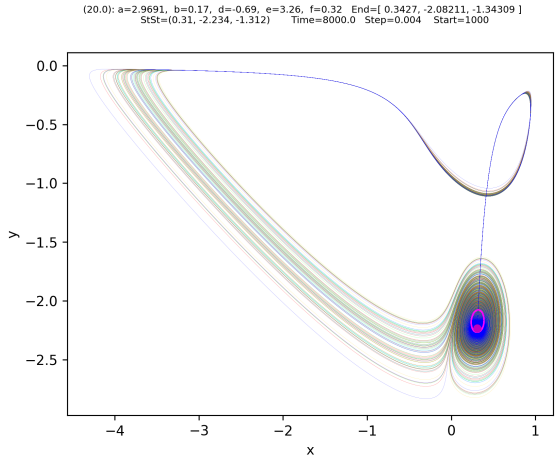


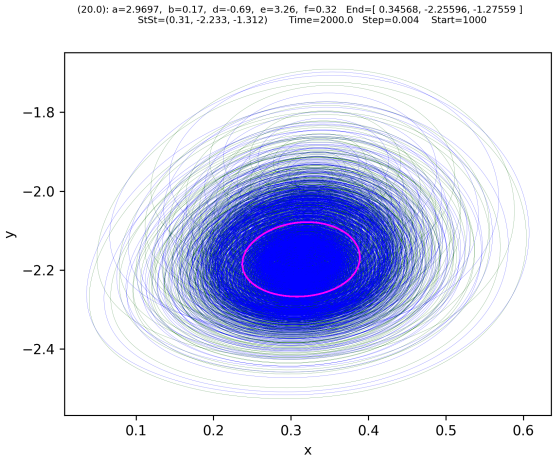


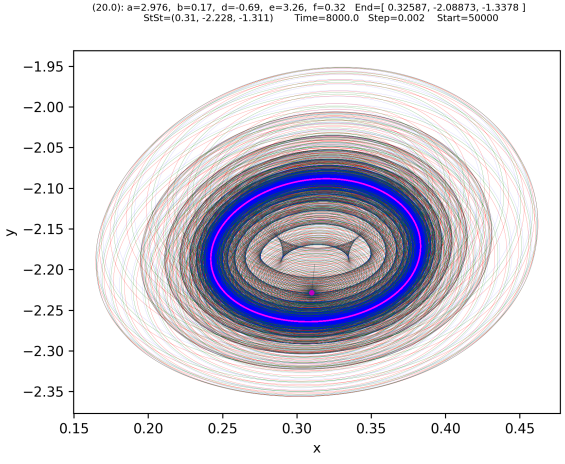
Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 227** für $b = 0.17$, $d = -0.69$, $e = 3.26$, $f = 0.32$, und wachsende Werte von a (die oberen 6 Zeilen der Tabelle).

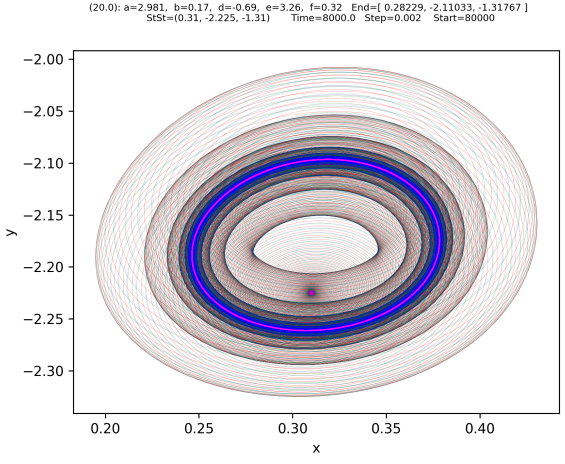
Ein verdrehter Grenzzyklus in der Nähe eines Sattel-Fokus (Bild 1, magenta) faltet sich und verdreht sich weiter je näher er dem Sattel-Fokus kommt (Bilder 2 und 3).
Er wird zum Chaos in unterschiedlichen Faltungen und Verdrehungen (Bilder 4 bis 6).

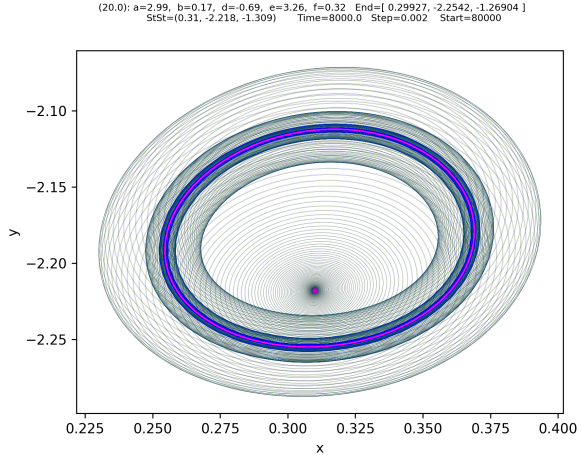












Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 227** für $b = 0.17$, $d = -0.69$, $e = 3.26$, $f = 0.32$, und wachsende Werte von a (die unteren 6 Zeilen der Tabelle).

Das Spiral-Chaos geht weiter (Bilder 1 und 2). Zusätzlich taucht ein Grenzyklus auf (Bild 2, pink). Das Chaos bricht zusammen und der Grenzzyklus bleibt übrig (Bild 3, pink). Die Umgebung des Grenzzyklus verhält sich quasi-periodisch (Bilder 4 bis 6).

Beispiel 228 benutzt erneut das autokatalytische Basissystem vom Grad 2, jetzt mit einem weiteren Pendel-Polynom, auch vom Grad 2:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 1 - bx - xy - exy + z^2\\ \frac{dy}{dt} &= a\,(xy + d - y)\\ \frac{dz}{dt} &= f\,(exy - z^2)\end{aligned}$$

Wir lassen für die Parameter b und d negative Werte zu. Dadurch verliert das Beispiel seine Anwendbarkeit als ein spezielles Reaktionsmodell aber nicht.

Das System hat im betrachteten positiven Bereich einen stationären Zustand, der explizit berechnet werden kann (siehe die vorstehenden Beispiele), aber im Chaos offenbar keine Rolle spielt.

Wir finden eine Implosion des Chaos aus einer Chaos-Ruine wie wir es schon kennen. Und dann eine Feigenbaum-Route rückwärts. Weitere Bifurkationen wurden im Intervall nicht gefunden. Auch keine Koexistenzen.

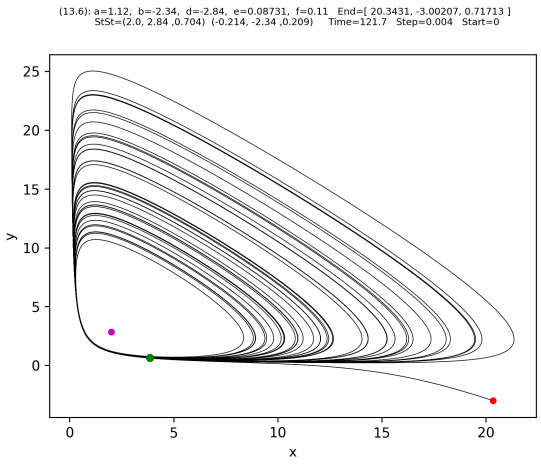
Die Lyapunov-Exponenten sind groß und gut zu berechnen.

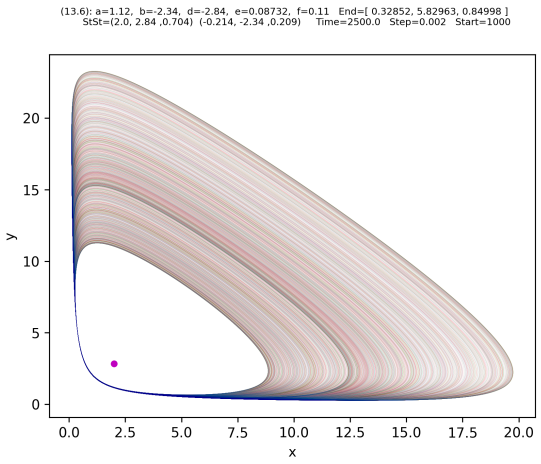
e	Dynamik (stationäre Trajektorien)	$\lambda_1 > 0$
0.08731	Eine Chaos-Ruine.	
0.08732	Chaos.	0.139
0.08736	Chaos.	0.122
0.08743	Chaos.	0.101
0.08745	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.096
0.08760	Ein 2-faches Chaos-Band.	0.061
0.0876497	Ein 4-faches Chaos-Band.	0.041
0.08765	Ein 16-facher Grenzzyklus.	
0.08772	Ein achtfacher Grenzzyklus	
0.08780	Ein vierfacher Grenzzyklus	
0.08800	Ein zweifacher Grenzzyklus	
0.09000	Ein einfacher Grenzzyklus	

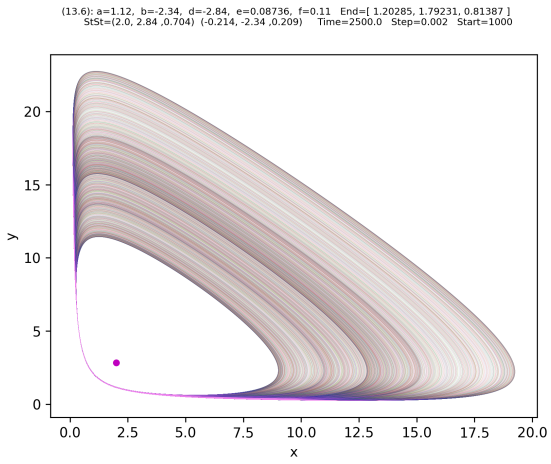
Ausgewählte stationäre Trajektorien von **Beispiel 228** für
$a = 1.12$, $b = -2.34$, $d = 2.84$, $f = 0.11$ und wachsende Werte von e.

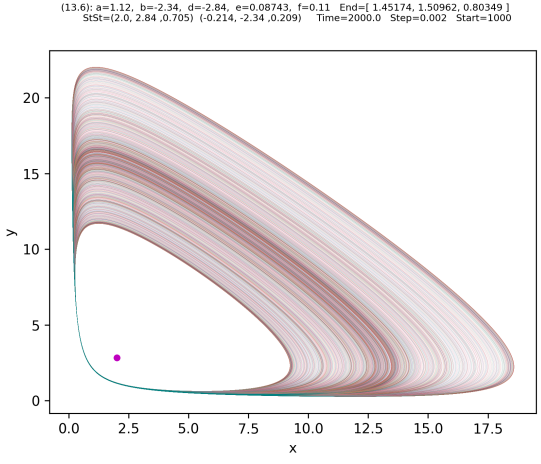
Eine Chaos-Ruine implodiert zu Chaos. Eine Feigenbaum-Route rückwärts führt das Chaos hinunter bis zu einem einfachen Grenzzyklus.

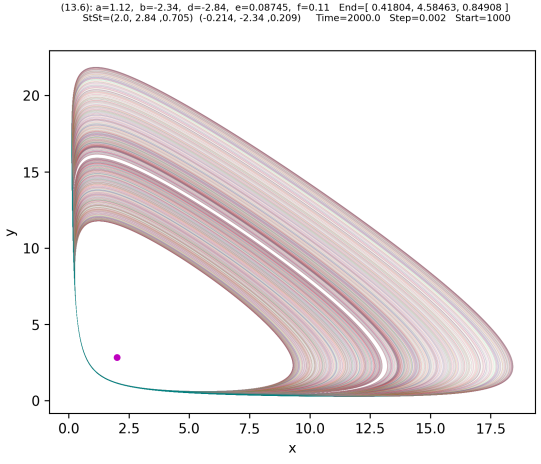
Das Chaos-Intervall ist klein, so klein, dass es schwer zu finden ist.
Man kann es leicht übersehen. Insgesamt ein eher schlichtes Beispiel.

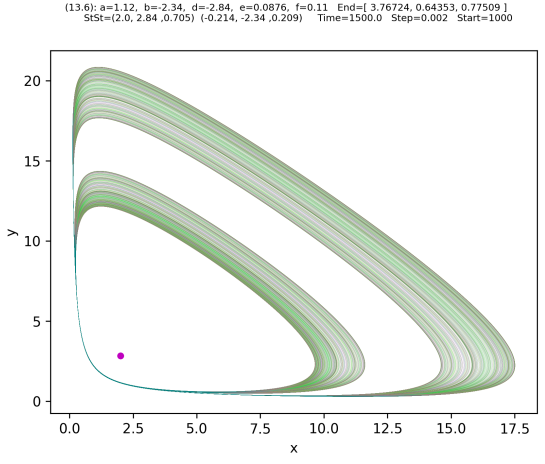






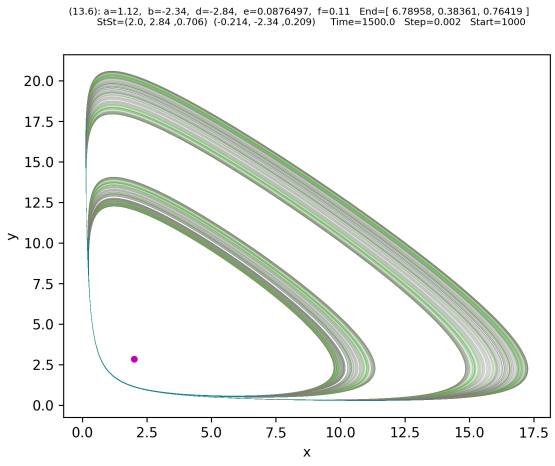


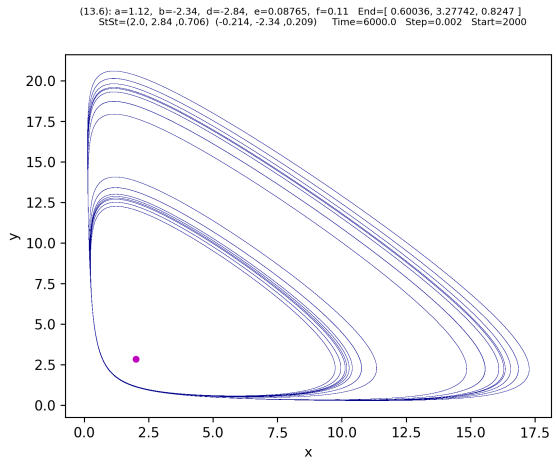


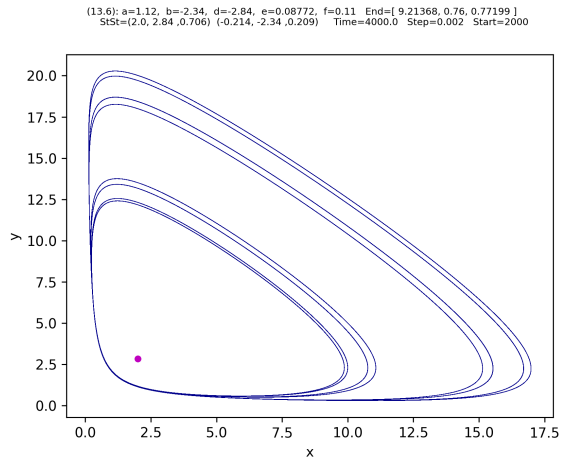


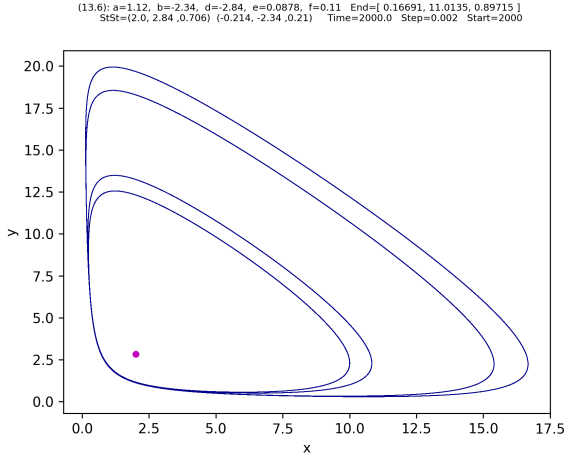
Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 228** für $a = 1.12$, $b = -2.34$, $d = -2.84$, $f = 0.11$, und wachsende Werte von e (die oberen 6 Zeilen der Tabelle).

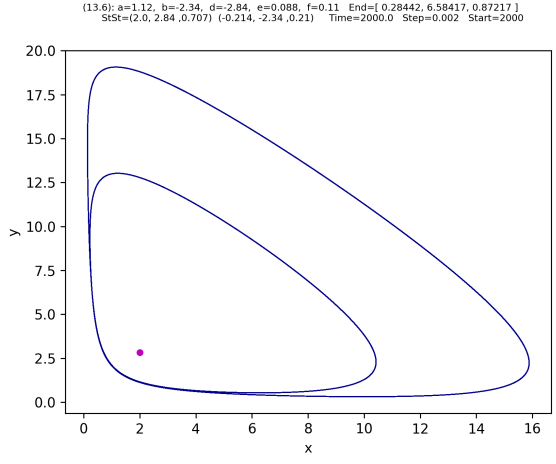
Eine Chaos-Ruine (Bild 1) gewinnt Attraktion und beginnt eine Feigenbaum-Route rückwärts. Aus dem kompakten Chaos (Bilder 2 bis 4) werden dabei zwei 2-fache Chaos-Bänder (Bilder 5 und 6). Damit ist die Route aber noch nicht beendet.

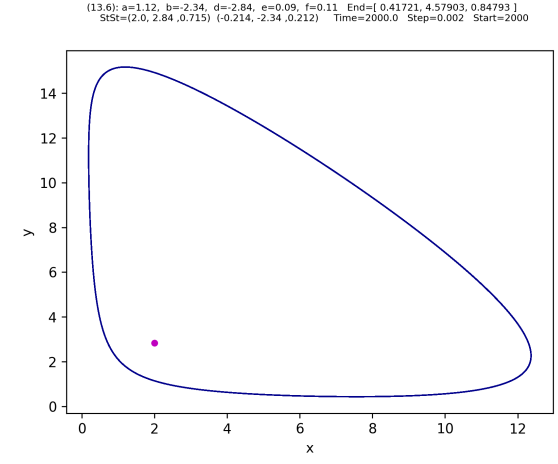












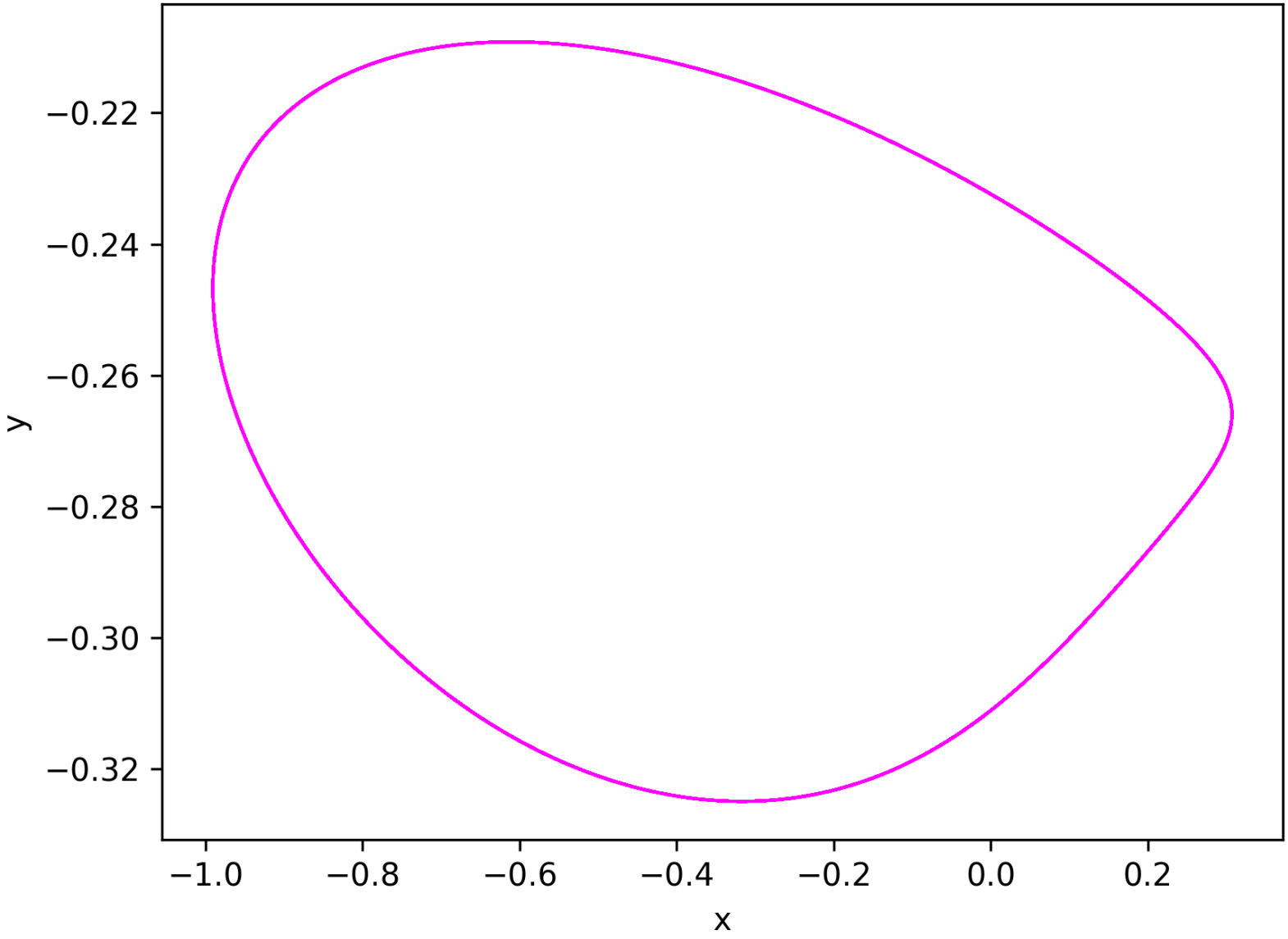
Legende: x-y-Plots zu **Beispiel 228** für $a = 1.12$, $b = -2.34$, $d = -2.84$, $f = 0.11$, und wachsende Werte von e (die unteren 6 Zeilen der Tabelle).

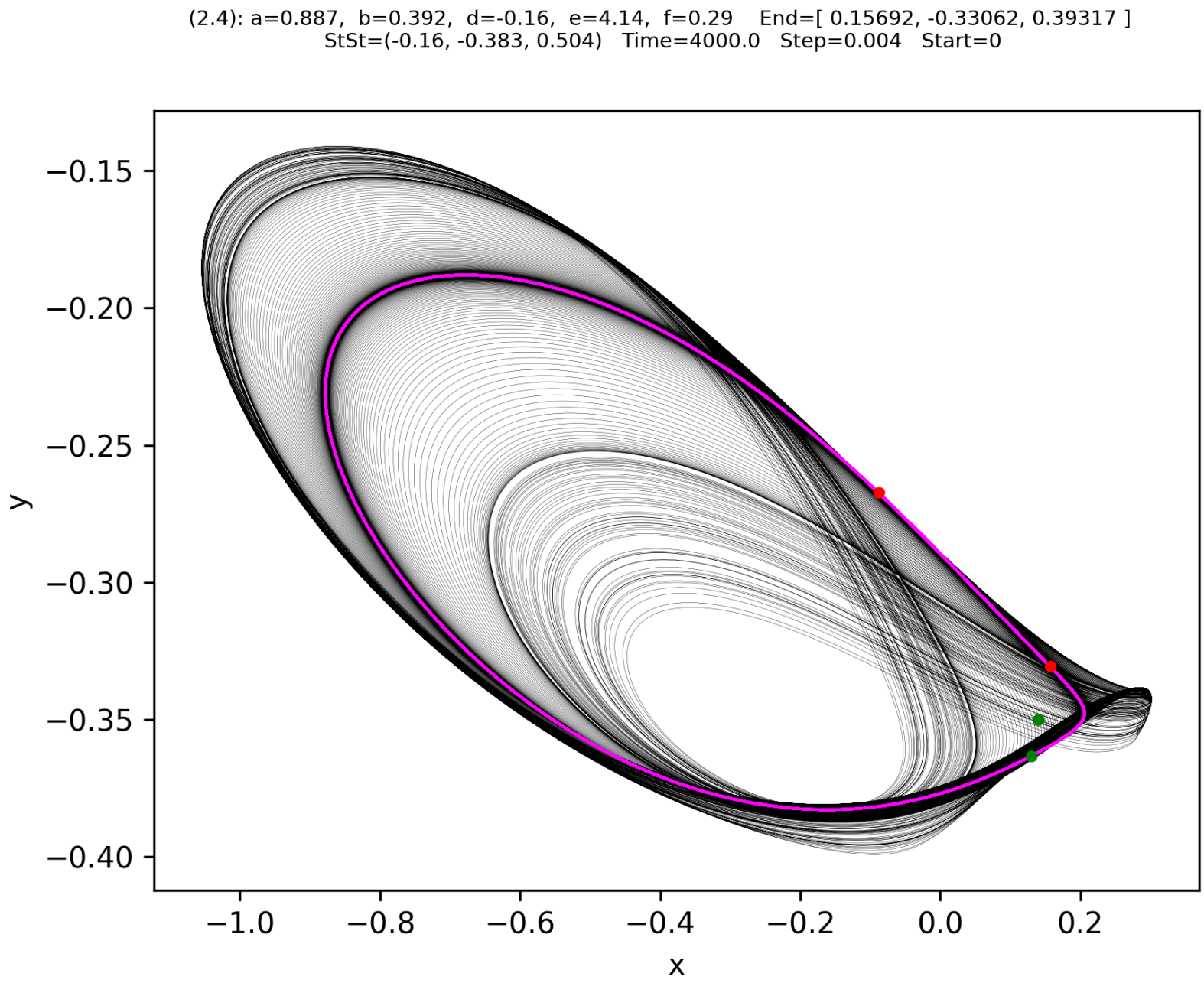
Die Feigenbaum-Route rückwärts wird fortgesetzt durch ein 4-faches Chaos-Band und fünf gefaltete Grenzzyklen. Zuerst ein 16-facher, dann ein achtfacher, dann ein vierfacher, dann ein zweifacher und am Ende ein einfacher Grenzzyklus (Bilder 2 bis 6).

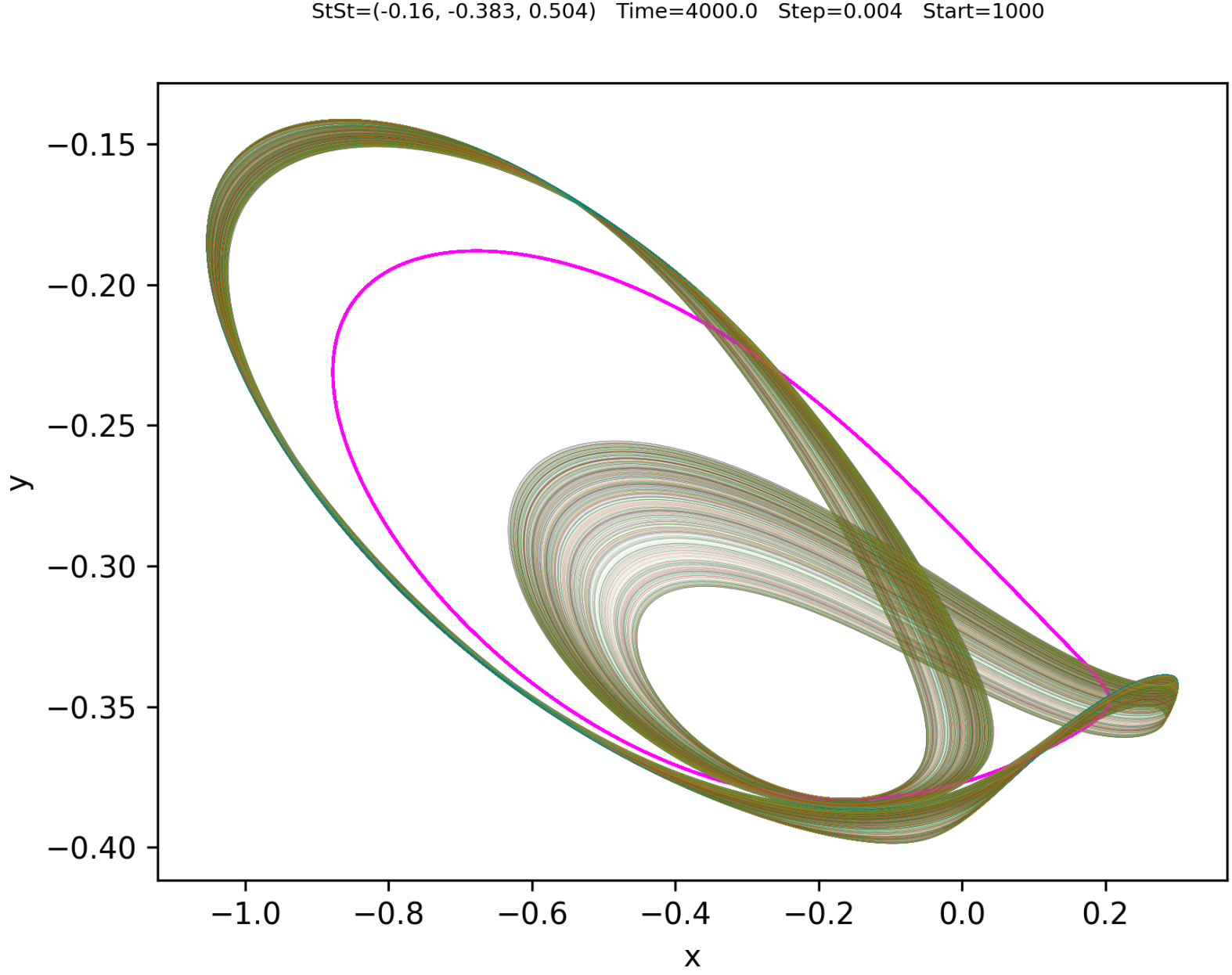
ENDE

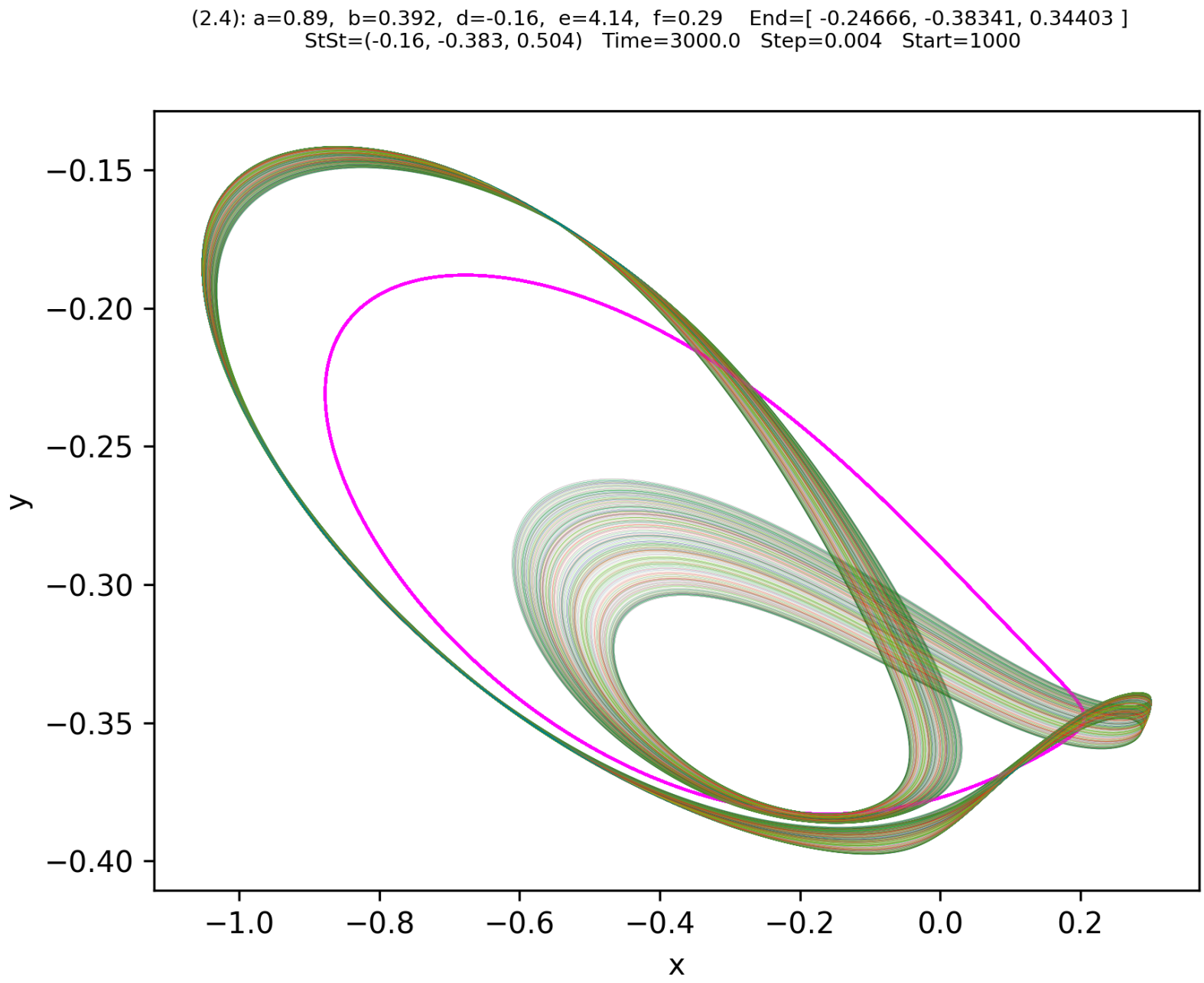
Es folgen die Vergrößerungen der kleinen Bilder des Textes.
Duch einen Mausklick ins Bild springt man zur zugehörigen Textstelle.

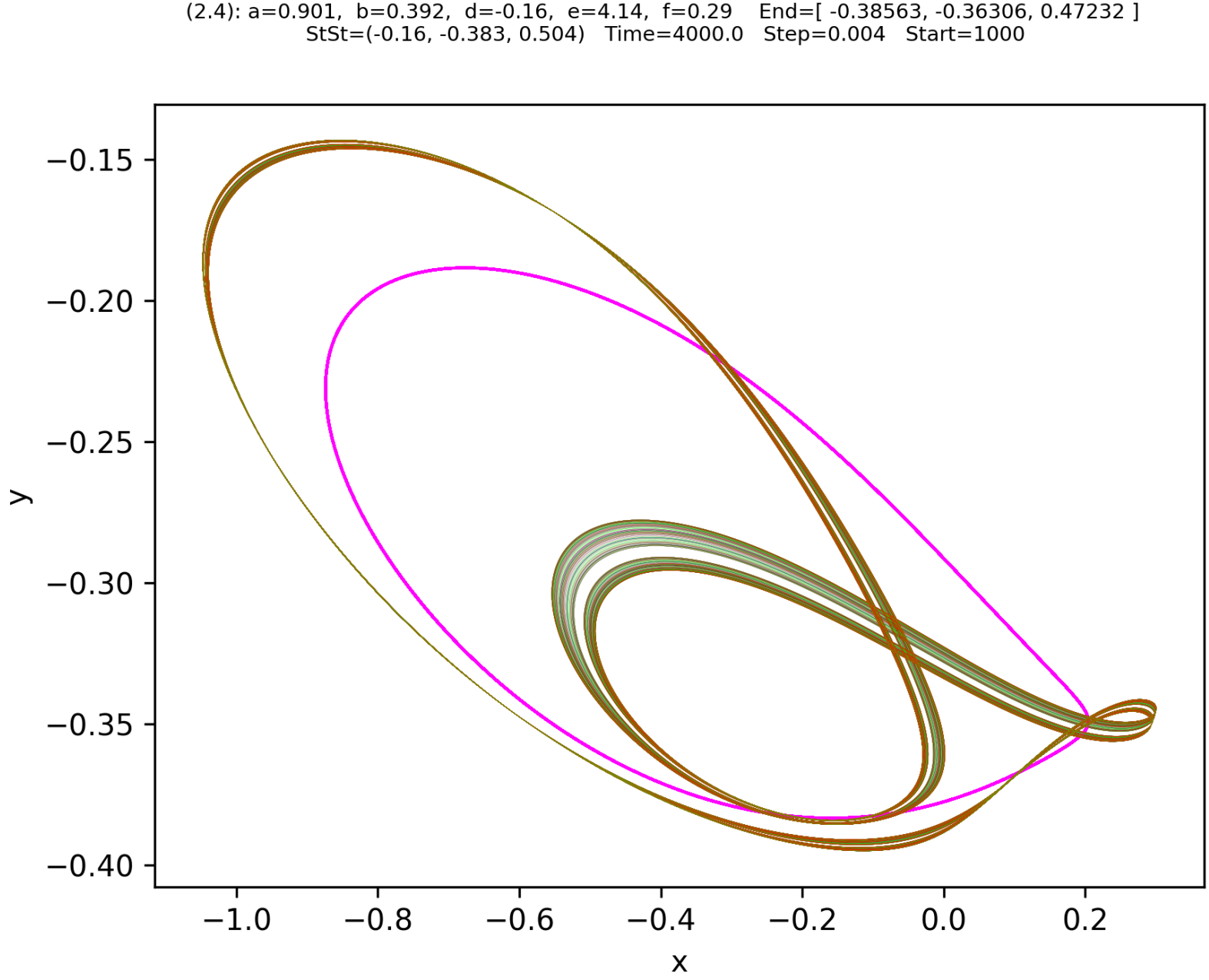
(2.4): a=0.3, b=0.392, d=-0.16, e=4.14, f=0.29   End=[0.20311, -0.2864, 0.09761]
StSt=(-0.16, -0.383, 0.504)   Time=4000.0   Step=0.004   Start=4000



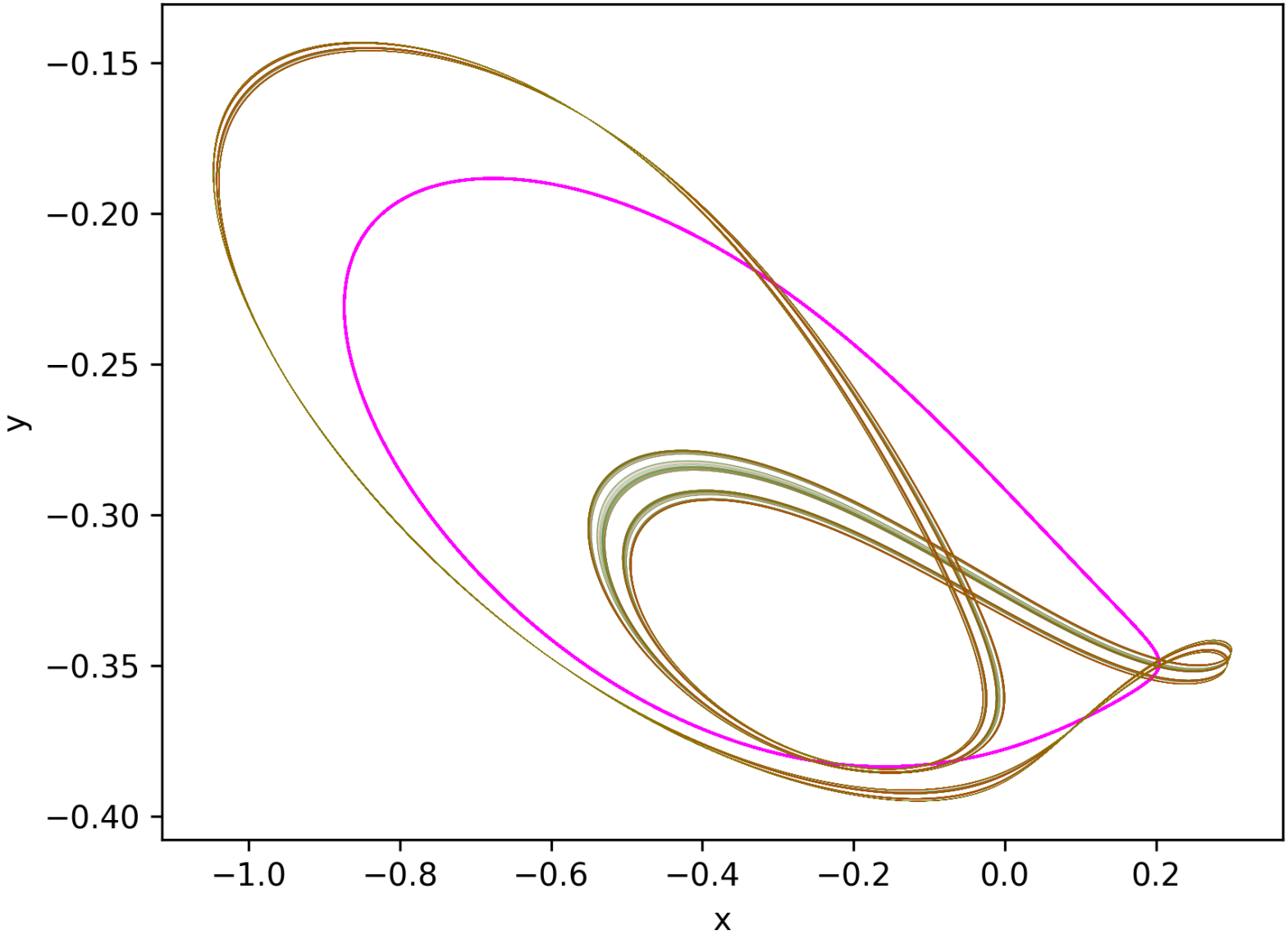

(2.4): a=0.887, b=0.392, d=-0.16, e=4.14, f=0.29 End=[0.15692, -0.33062, 0.39317]
StSt=(-0.16, -0.383, 0.504) Time=4000.0 Step=0.004 Start=0
−0.15
−0.20
−0.25
−0.30
−0.35
−0.40
y
−1.0
−0.8
−0.6
−0.4
−0.2
0.0
0.2
x


(2.4): a=0.888, b=0.392, d=-0.16, e=4.14, f=0.29 End=[-0.55344, -0.26086, 0.64825]
StSt=(-0.16, -0.383, 0.504) Time=4000.0 Step=0.004 Start=1000
−0.15
−0.20
−0.25
−0.30
−0.35
−0.40
y
−1.0
−0.8
−0.6
−0.4
−0.2
0.0
0.2
x

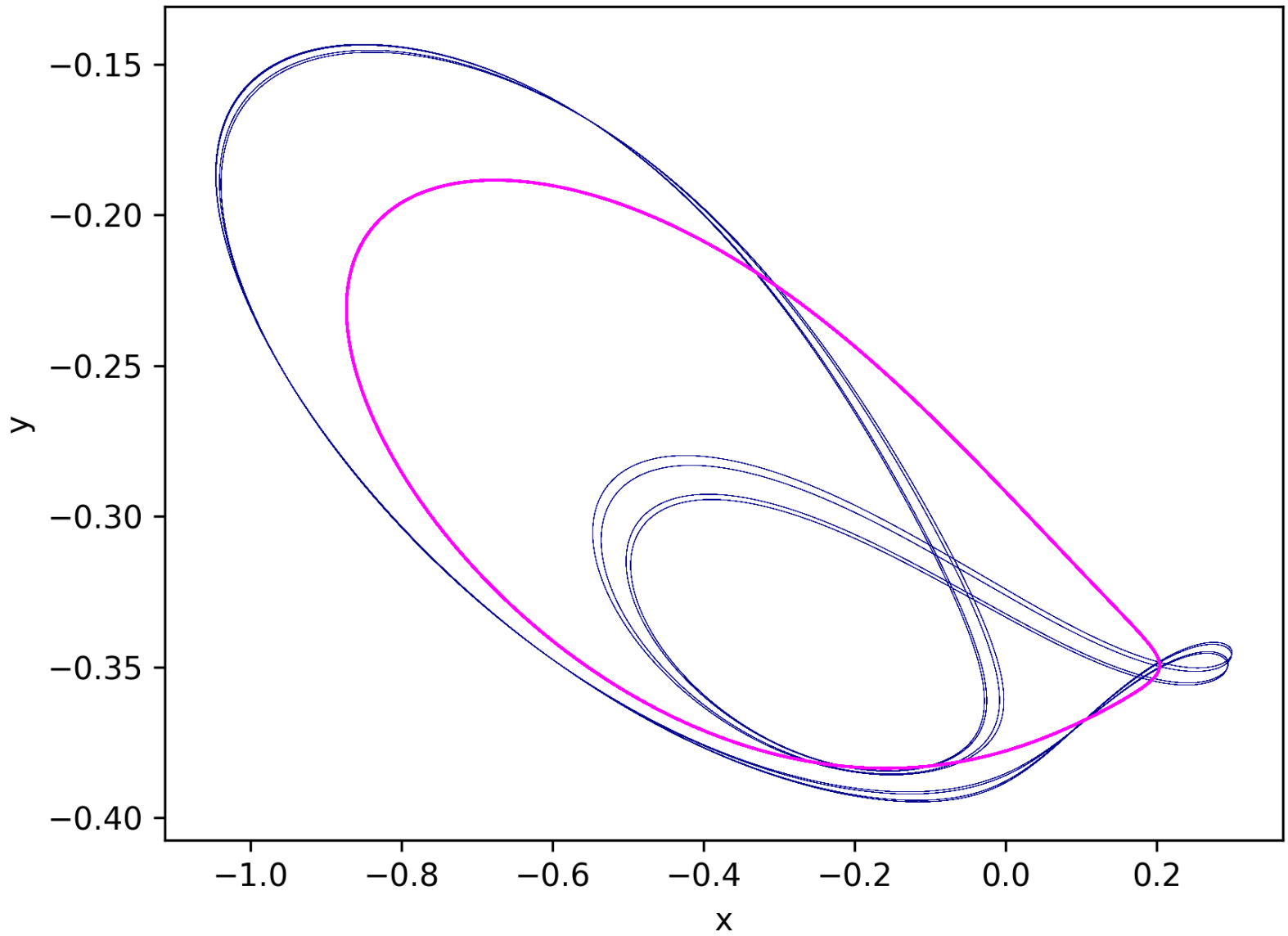

(2.4): a=0.89, b=0.392, d=-0.16, e=4.14, f=0.29 End=[-0.24666, -0.38341, 0.34403]
StSt=(-0.16, -0.383, 0.504) Time=3000.0 Step=0.004 Start=1000
−0.15
−0.20
−0.25
−0.30
−0.35
−0.40
y
−1.0
−0.8
−0.6
−0.4
−0.2
0.0
0.2
x

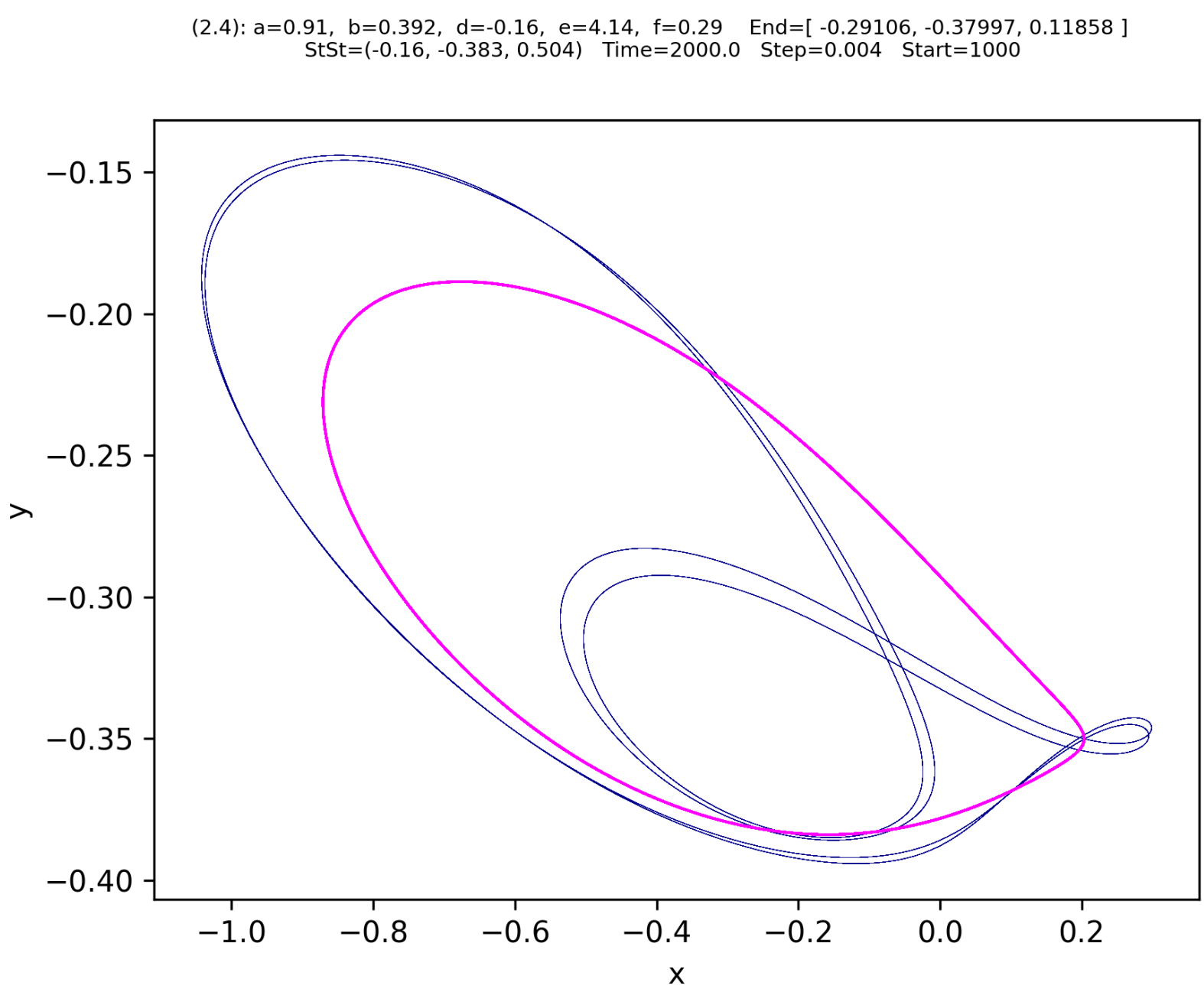

(2.4): a=0.901, b=0.392, d=-0.16, e=4.14, f=0.29 End=[-0.38563, -0.36306, 0.47232]
StSt=(-0.16, -0.383, 0.504) Time=4000.0 Step=0.004 Start=1000
−0.15
−0.20
−0.25
−0.30
−0.35
−0.40
y
−1.0
−0.8
−0.6
−0.4
−0.2
0.0
0.2
x

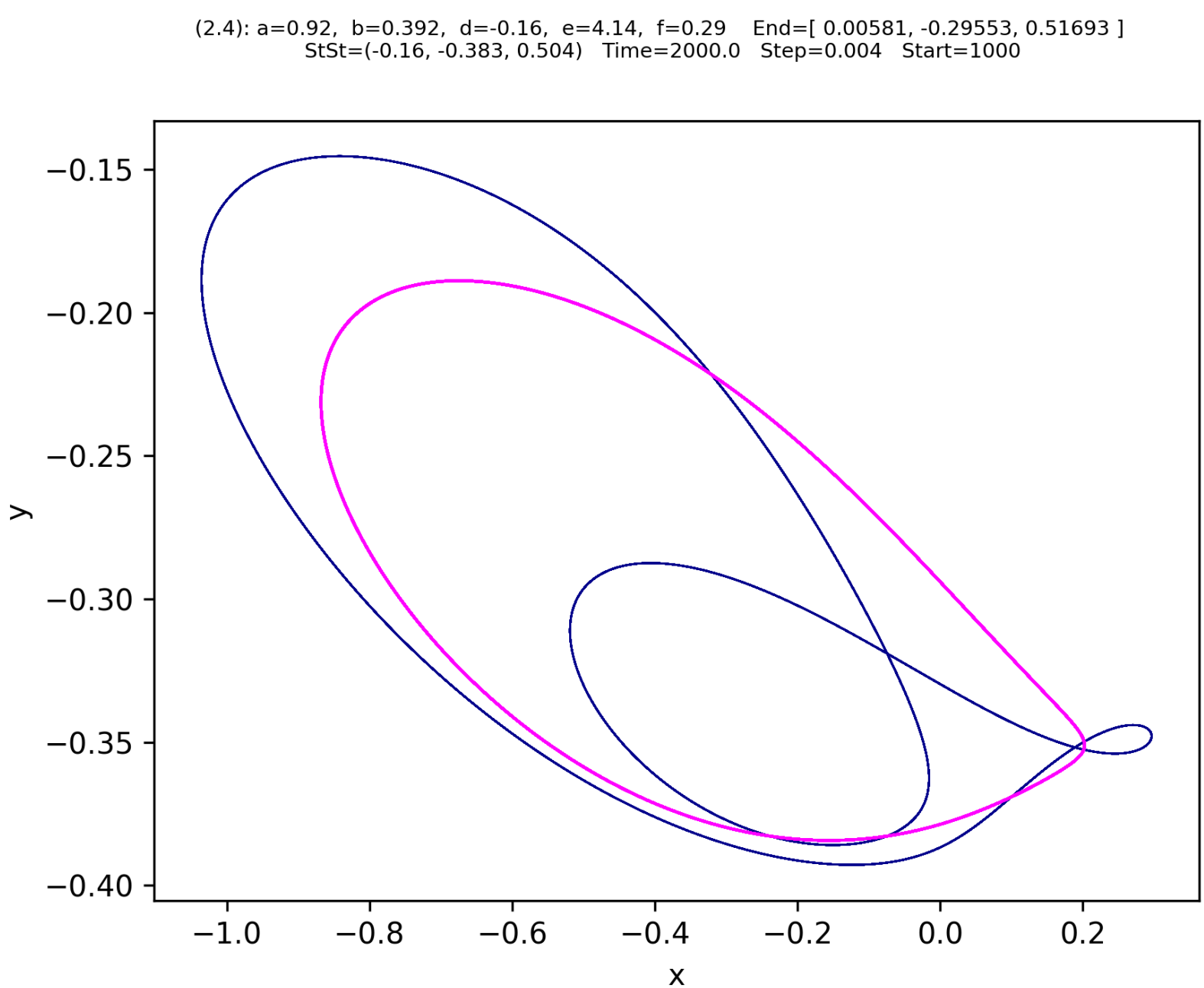
(2.4): a=0.902, b=0.392, d=-0.16, e=4.14, f=0.29   End=[-0.49519, -0.31432, 0.60103]
StSt=(-0.16, -0.383, 0.504)   Time=3000.0   Step=0.004   Start=1000

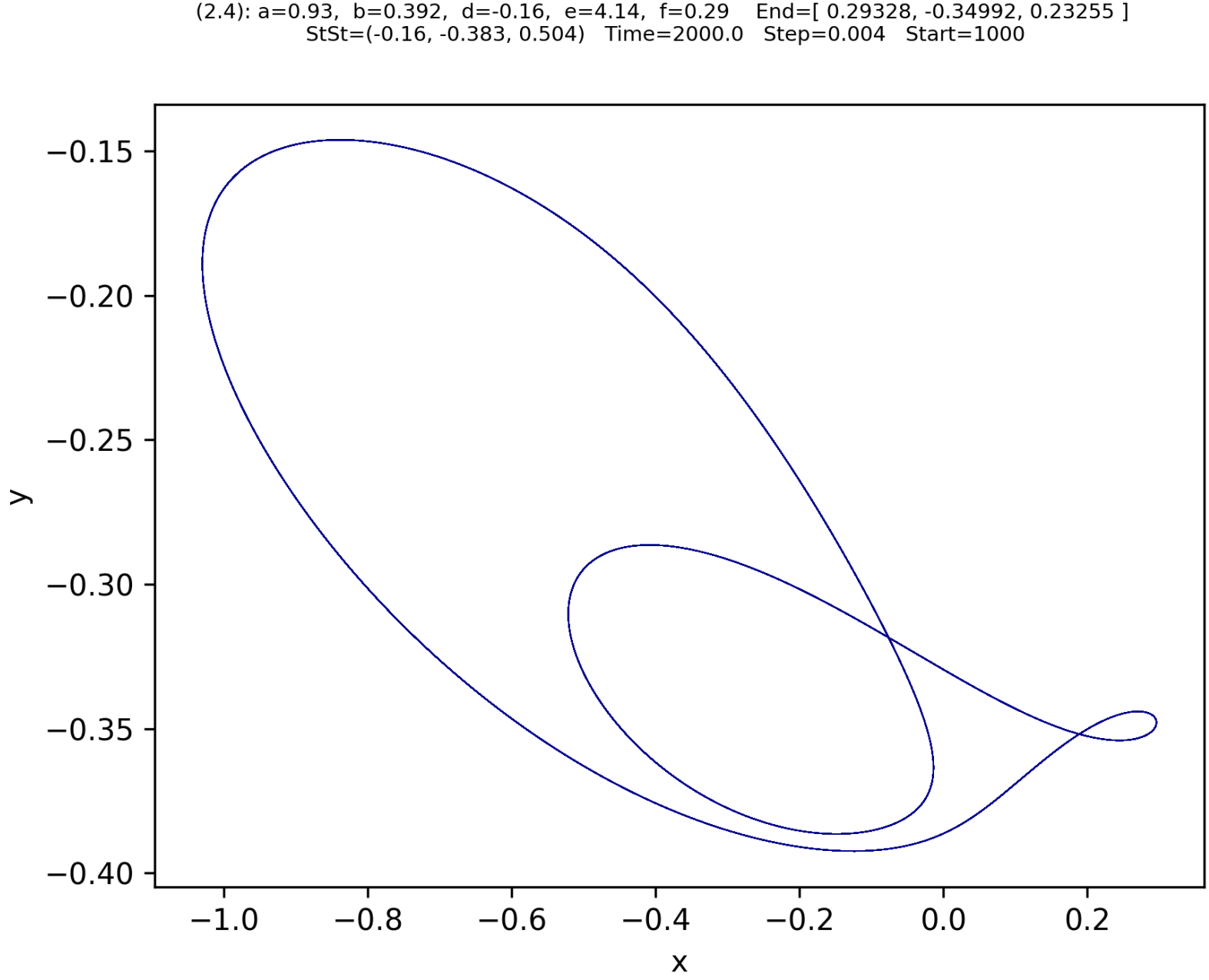


(2.4): a=0.904, b=0.392, d=-0.16, e=4.14, f=0.29   End=[0.19101, -0.35492, 0.17132]
StSt=(-0.16, -0.383, 0.504)   Time=3000.0   Step=0.004   Start=1000

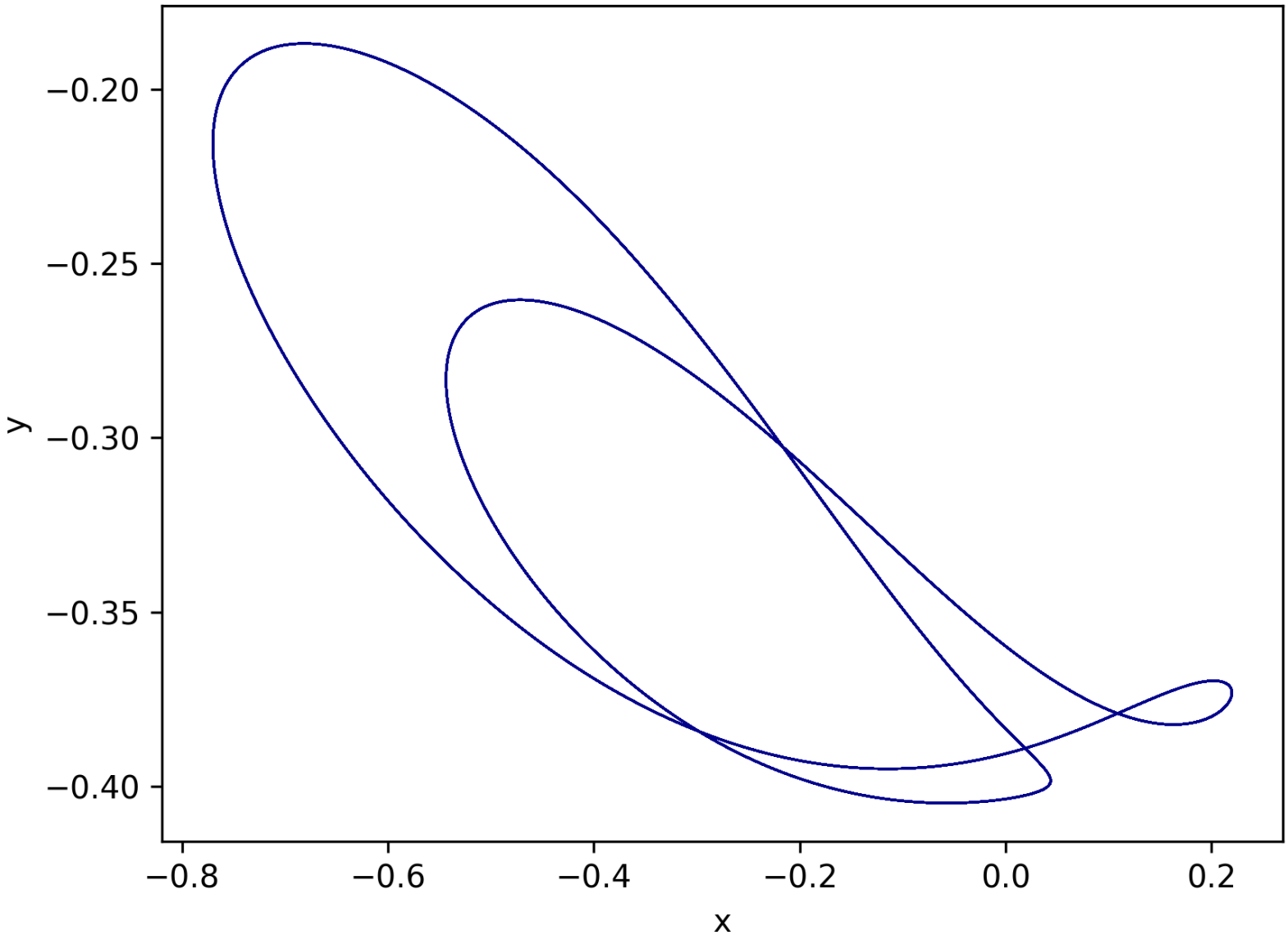



(2.4): a=0.91, b=0.392, d=-0.16, e=4.14, f=0.29 End=[-0.29106, -0.37997, 0.11858]
StSt=(-0.16, -0.383, 0.504) Time=2000.0 Step=0.004 Start=1000
−0.15
−0.20
−0.25
−0.30
−0.35
−0.40
y
−1.0
−0.8
−0.6
−0.4
−0.2
0.0
0.2
x

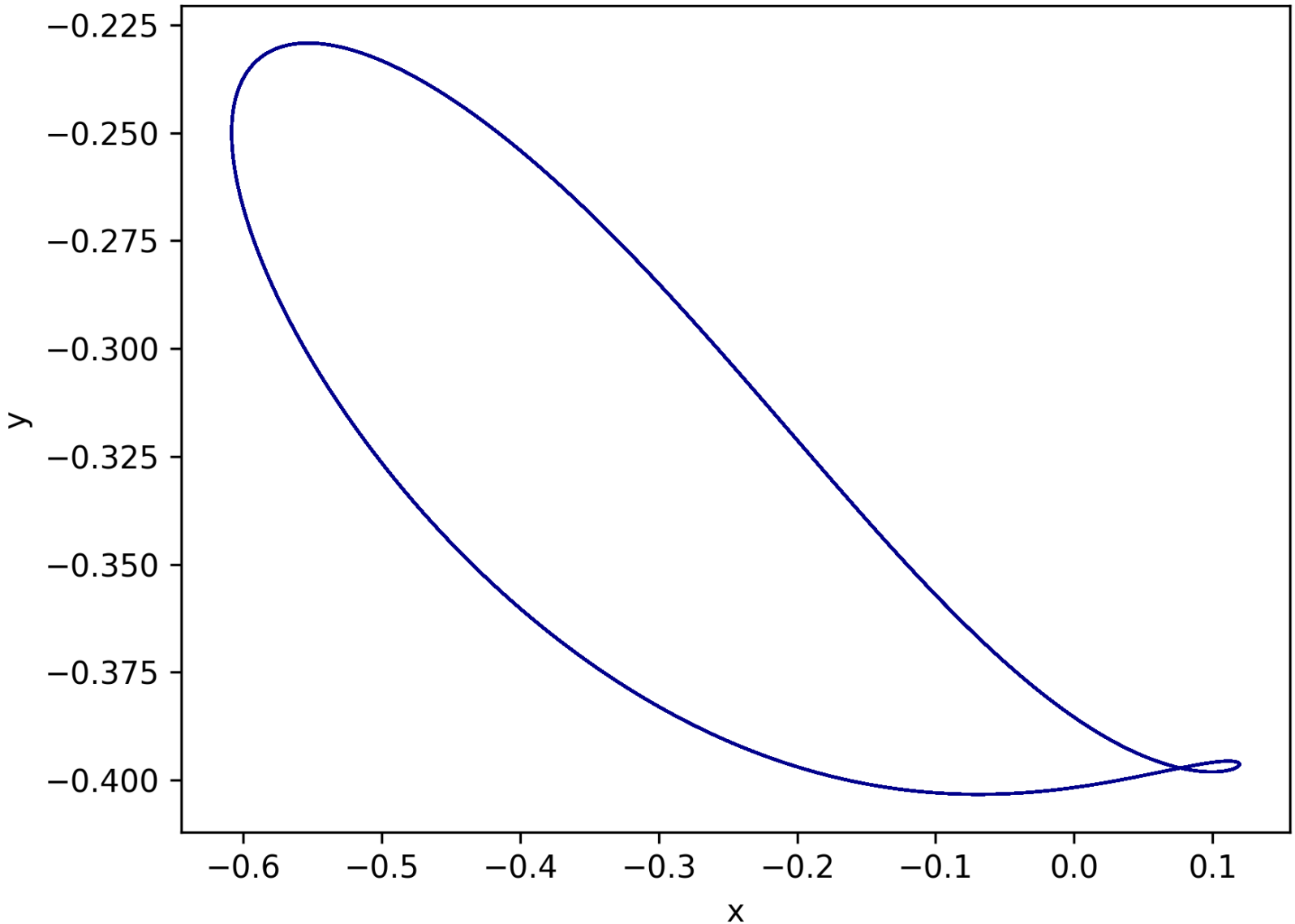

(2.4): a=0.92, b=0.392, d=-0.16, e=4.14, f=0.29 End=[0.00581, -0.29553, 0.51693]
StSt=(-0.16, -0.383, 0.504) Time=2000.0 Step=0.004 Start=1000
−0.15
−0.20
−0.25
−0.30
−0.35
−0.40
y
−1.0
−0.8
−0.6
−0.4
−0.2
0.0
0.2
x


(2.4): a=0.93, b=0.392, d=-0.16, e=4.14, f=0.29 End=[0.29328, -0.34992, 0.23255]
StSt=(-0.16, -0.383, 0.504) Time=2000.0 Step=0.004 Start=1000
−0.15
−0.20
−0.25
−0.30
−0.35
−0.40
y
−1.0
−0.8
−0.6
−0.4
−0.2
0.0
0.2
x

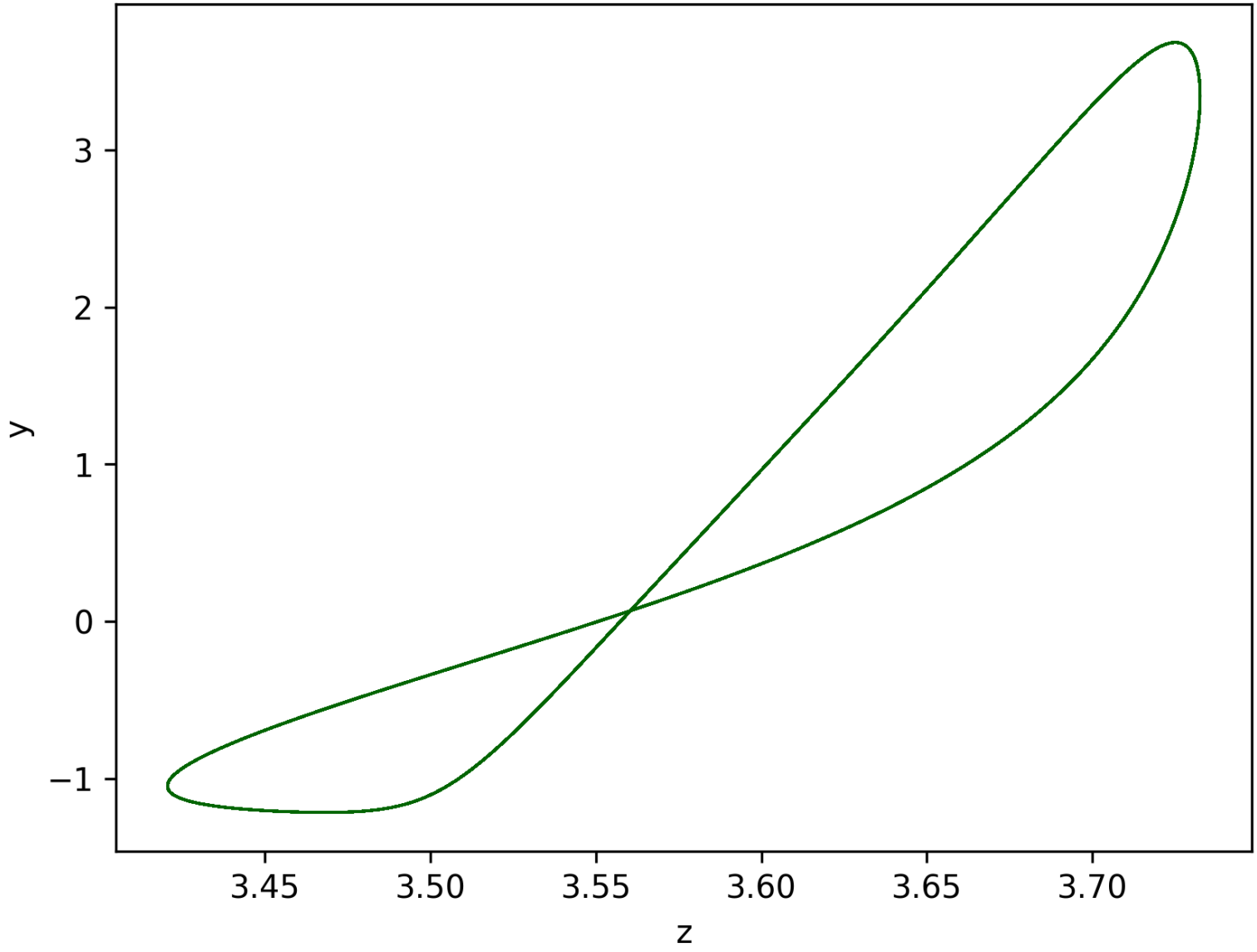
(2.4): a=1.68, b=0.392, d=-0.16, e=4.14, f=0.29   End=[-0.12075, -0.32842, 0.58181]
StSt=(-0.16, -0.383, 0.504)   Time=1000.0   Step=0.004   Start=1000



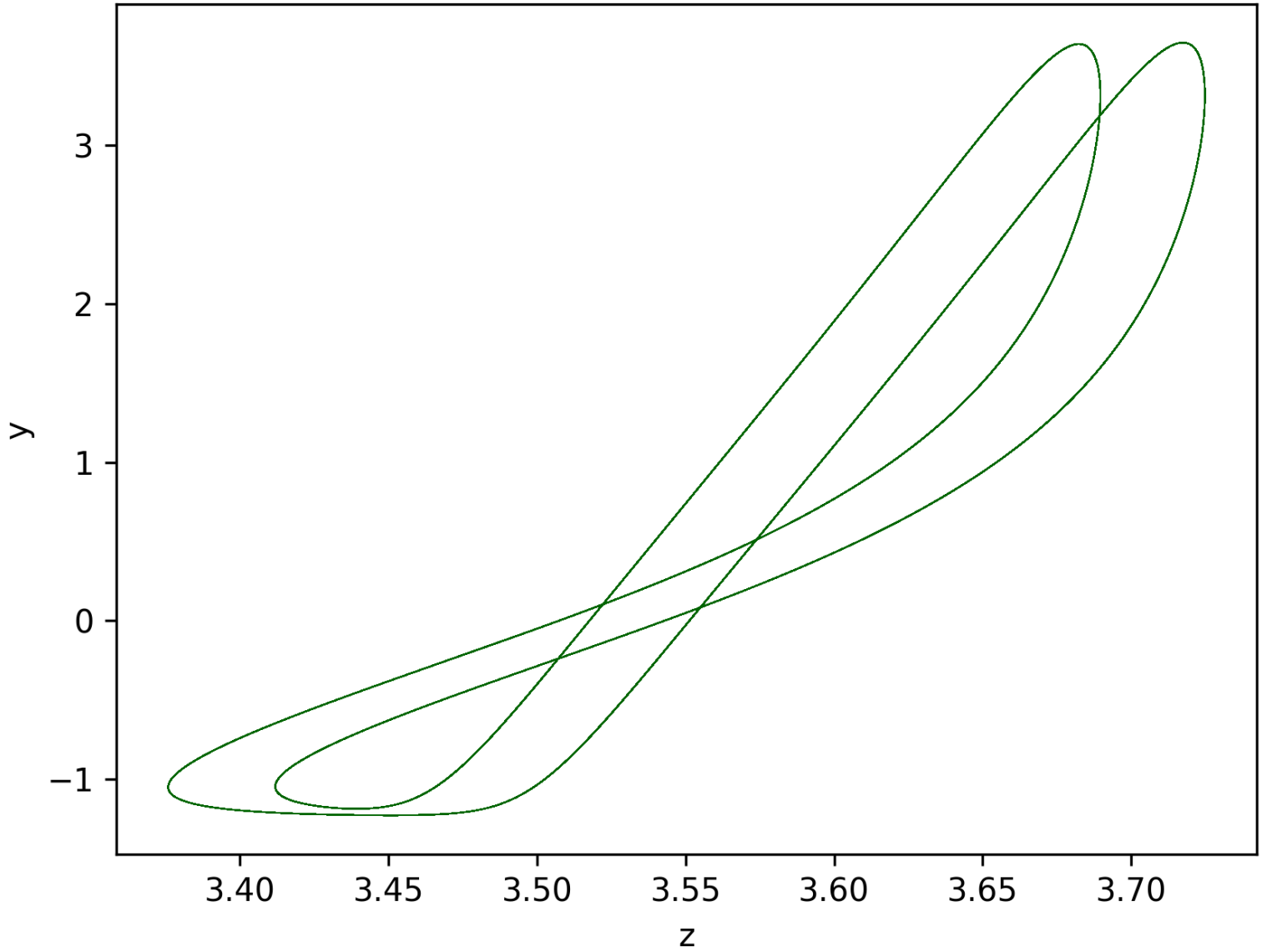
(2.4): a=2.2, b=0.392, d=-0.16, e=4.14, f=0.29   End=[-0.19889, -0.32163, 0.57459]
StSt=(-0.16, -0.383, 0.504)   Time=1000.0   Step=0.004   Start=1000

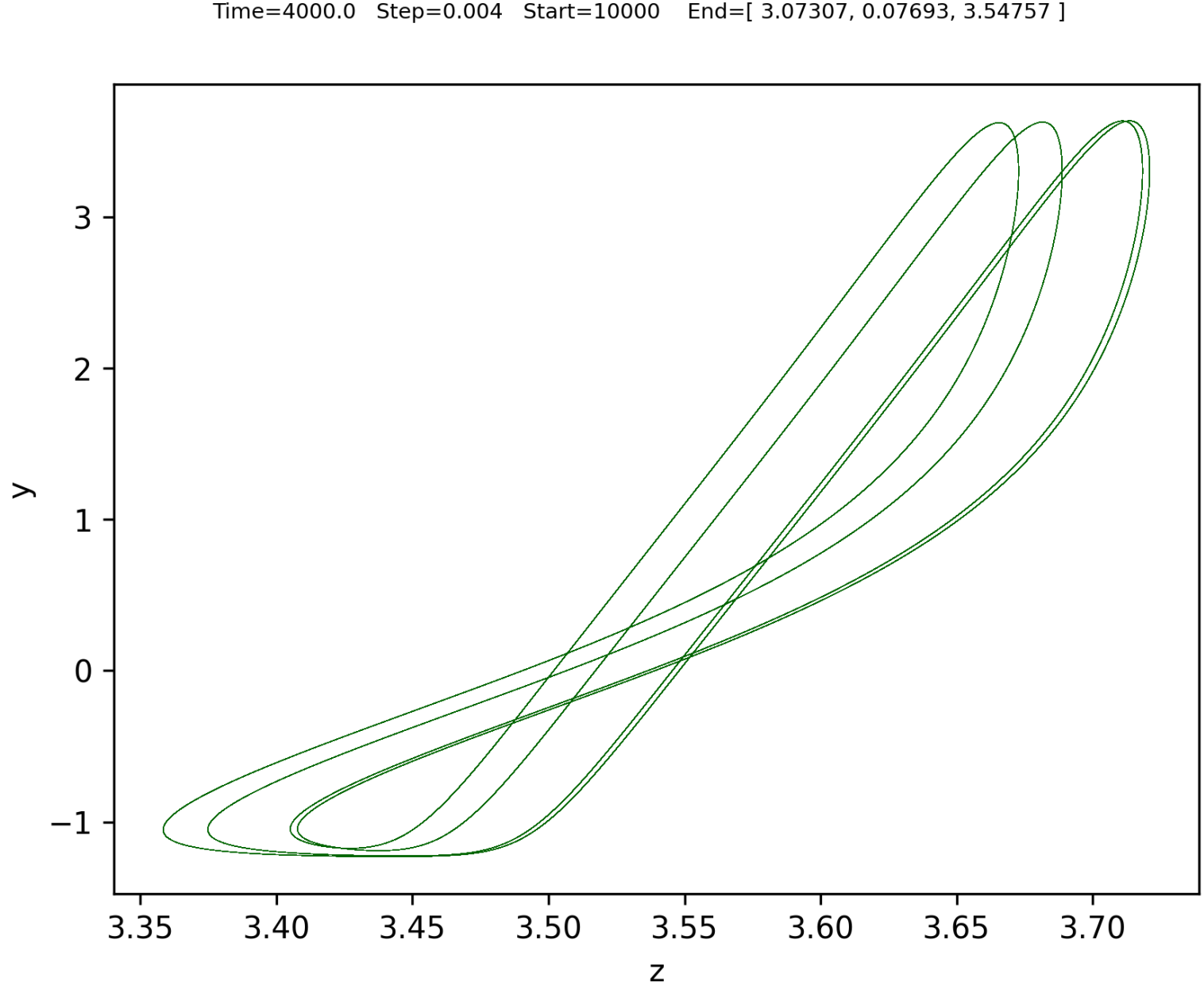


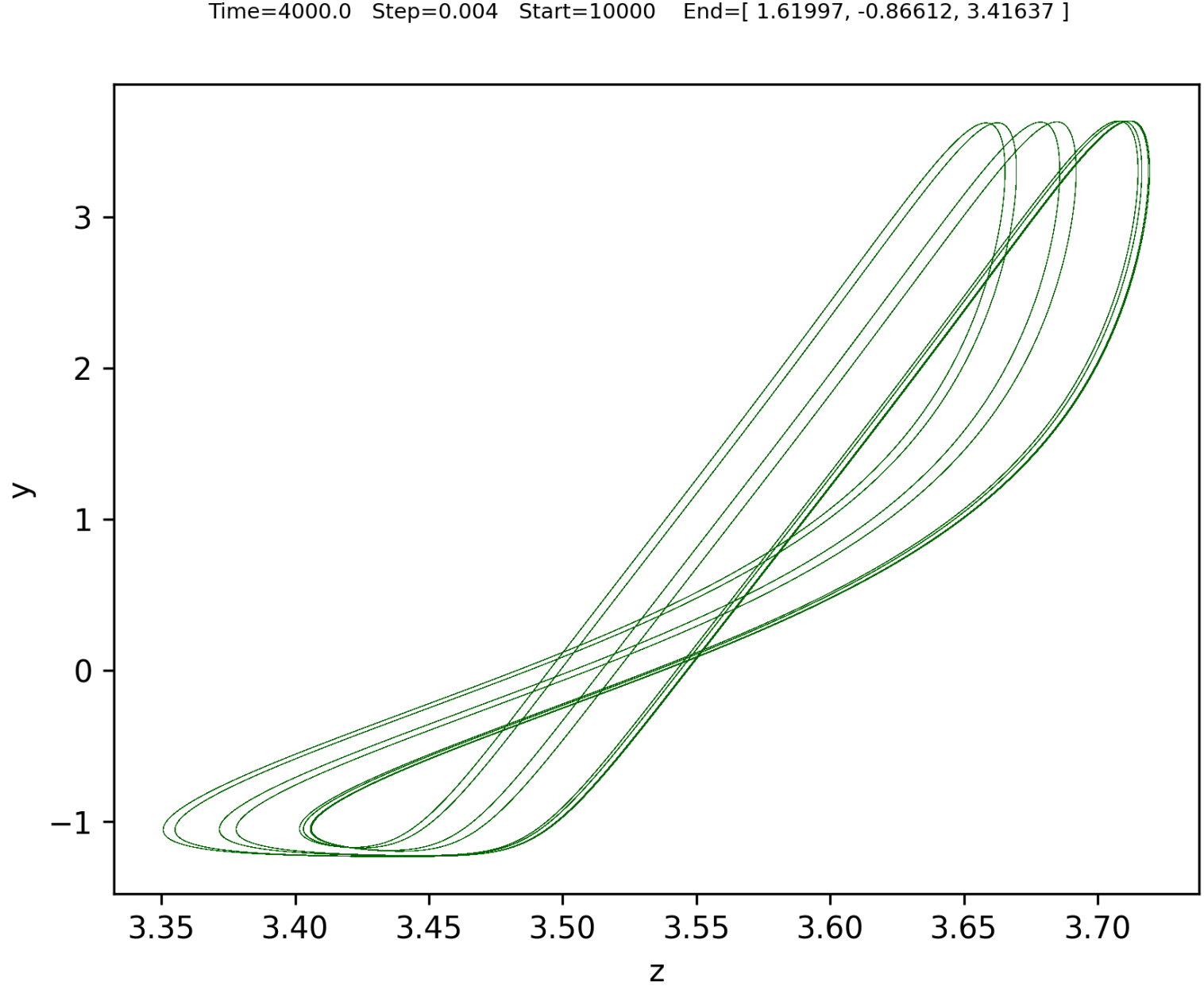
(3.3): a=0.8, b=-0.65, d=-2.2, e=2.5, f=0.08,   StSt=(3.3448 0.9741 8.3621)
Time=4000.0   Step=0.004   Start=10000   End=[0.22488, 1.55541, 3.62601]



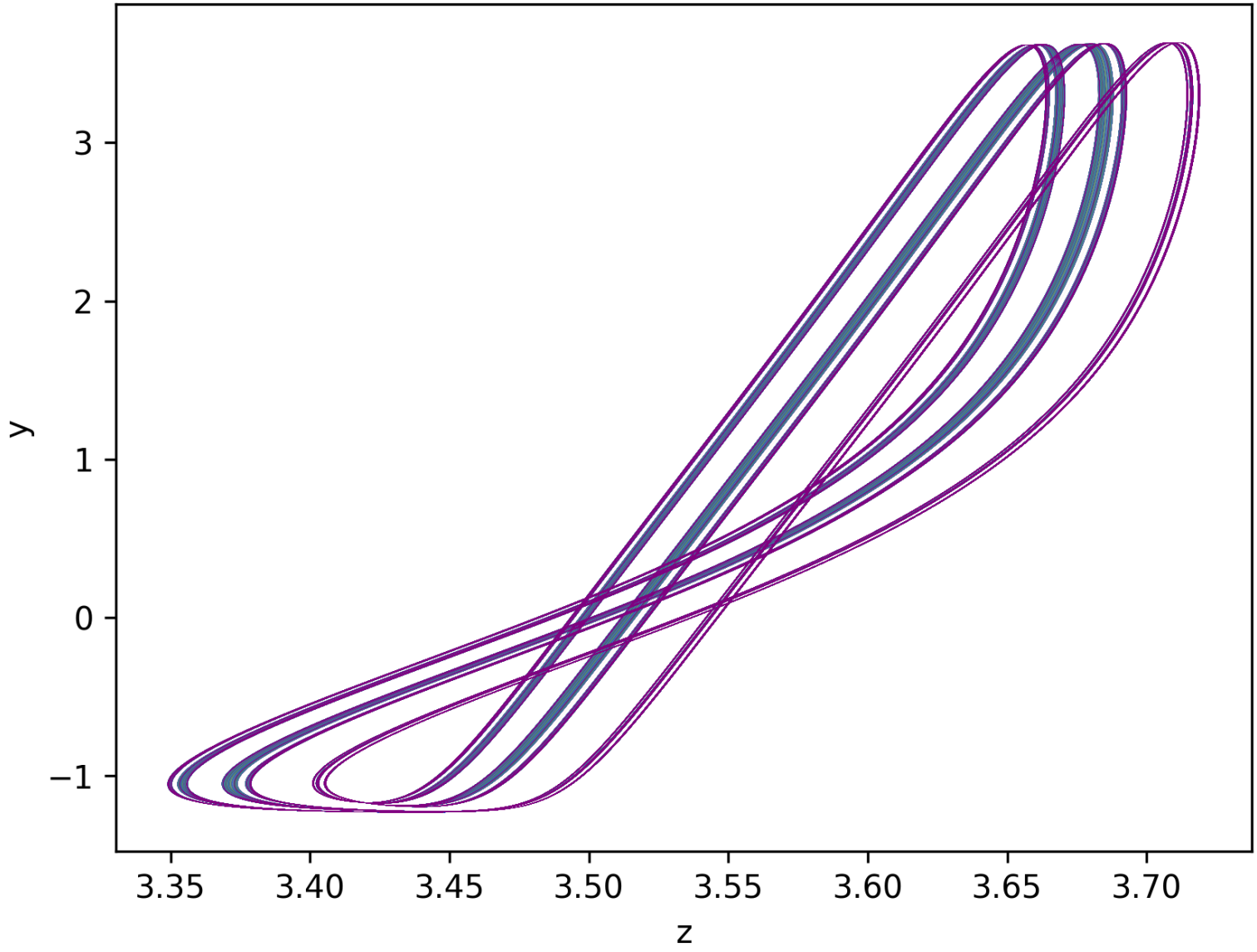
(3.3): a=0.8, b=-0.636, d=-2.2, e=2.5, f=0.08   StSt=(3.403 0.9643 8.5074)
Time=4000.0   Step=0.004   Start=10000   End=[1.13505, -1.21877, 3.47014]

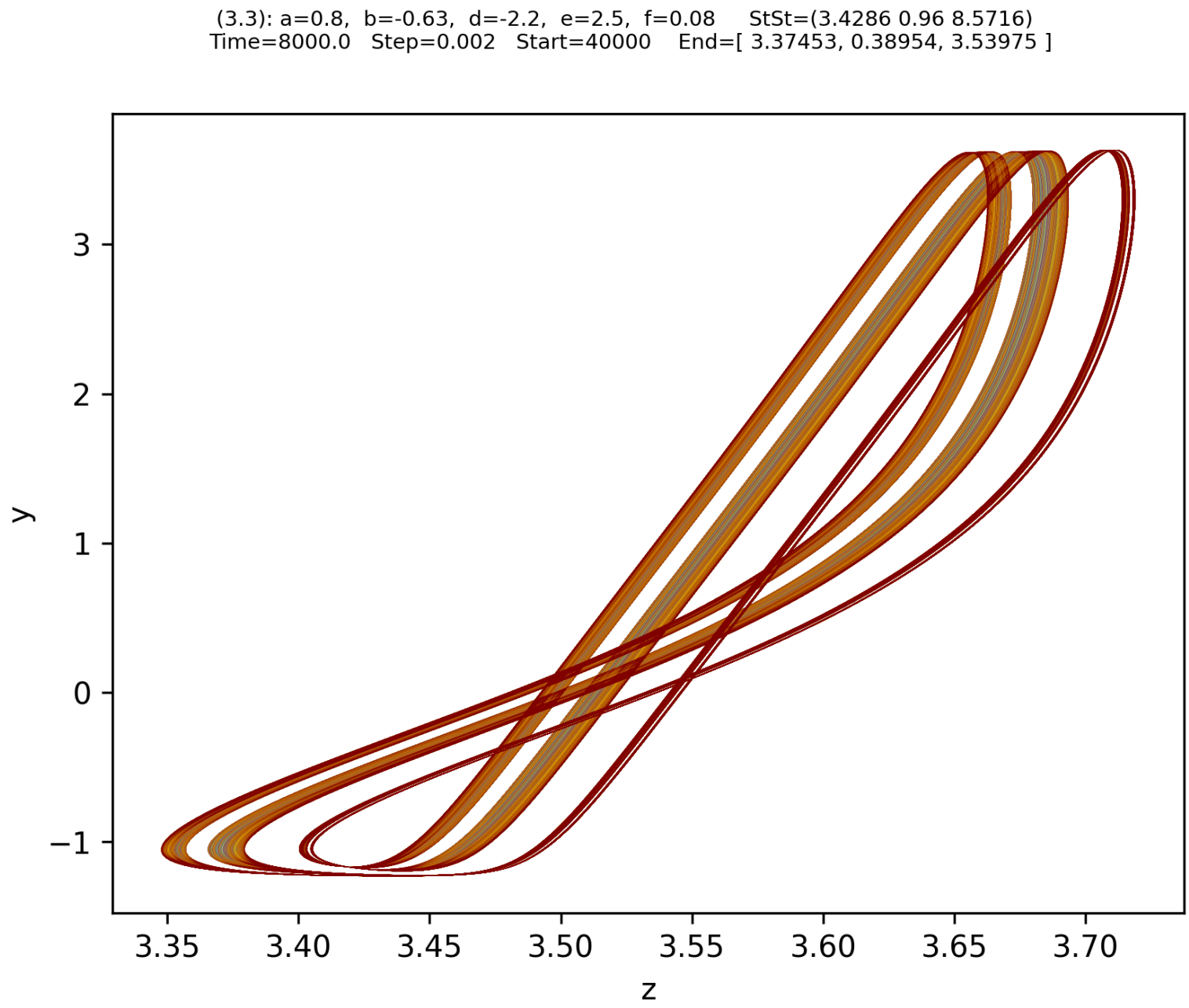



(3.3): a=0.8, b=-0.632, d=-2.2, e=2.5, f=0.08 StSt=(3.42 0.9615 8.5501)
Time=4000.0 Step=0.004 Start=10000 End=[3.07307, 0.07693, 3.54757]
3
2
1
0
−1
y
3.35
3.40
3.45
3.50
3.55
3.60
3.65
3.70
z

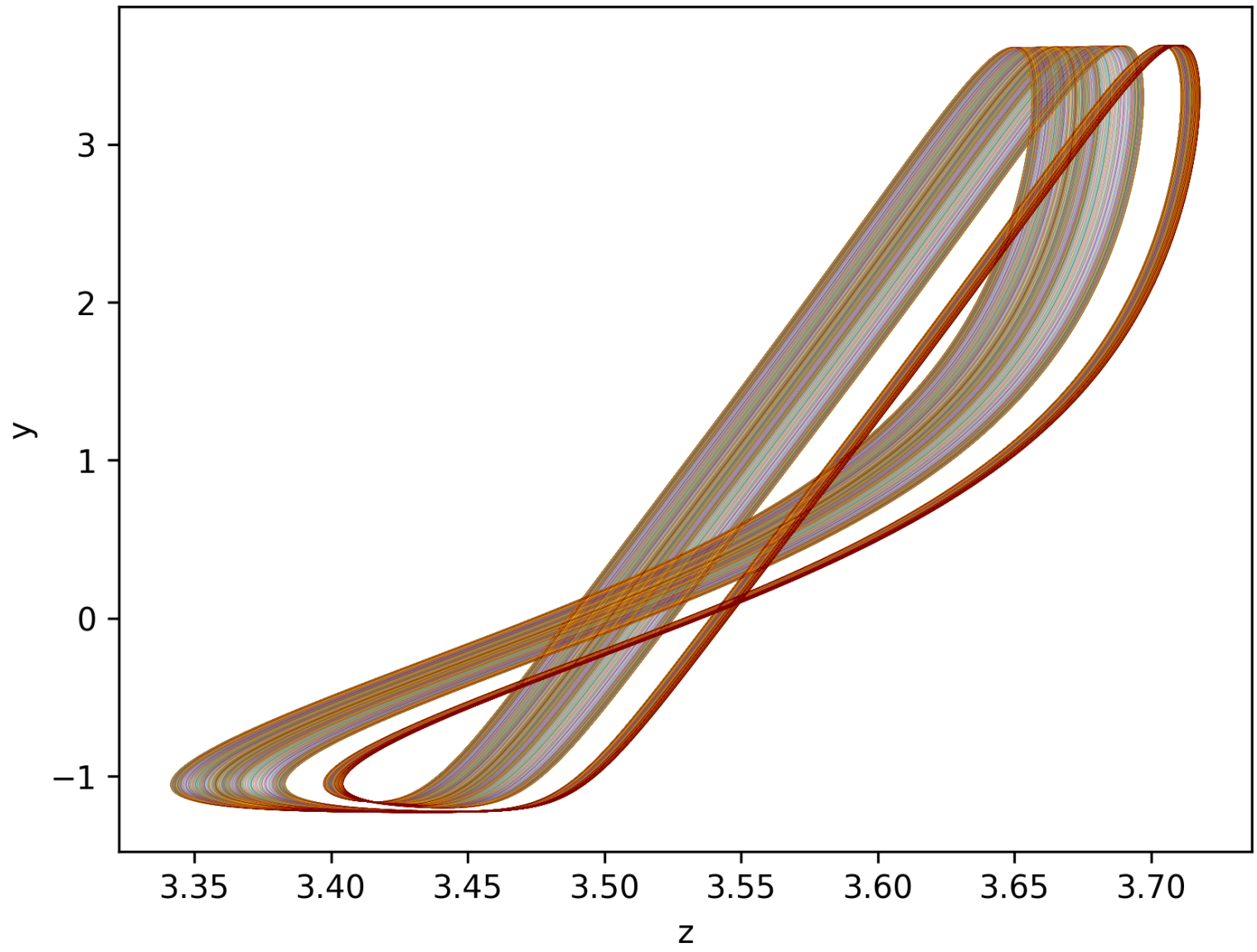

(3.3): a=0.8, b=-0.6305, d=-2.2, e=2.5, f=0.08 StSt=(3.4265 0.9604 8.5662)
Time=4000.0 Step=0.004 Start=10000 End=[1.61997, -0.86612, 3.41637]
y
z
3
2
1
0
−1
3.35
3.40
3.45
3.50
3.55
3.60
3.65
3.70

(3.3): a=0.8, b=-0.6302, d=-2.2, e=2.5, f=0.08   StSt=(3.4278 0.9602 8.5694)
Time=8000.0   Step=0.002   Start=40000   End=[1.52868, -0.92793, 3.41072]

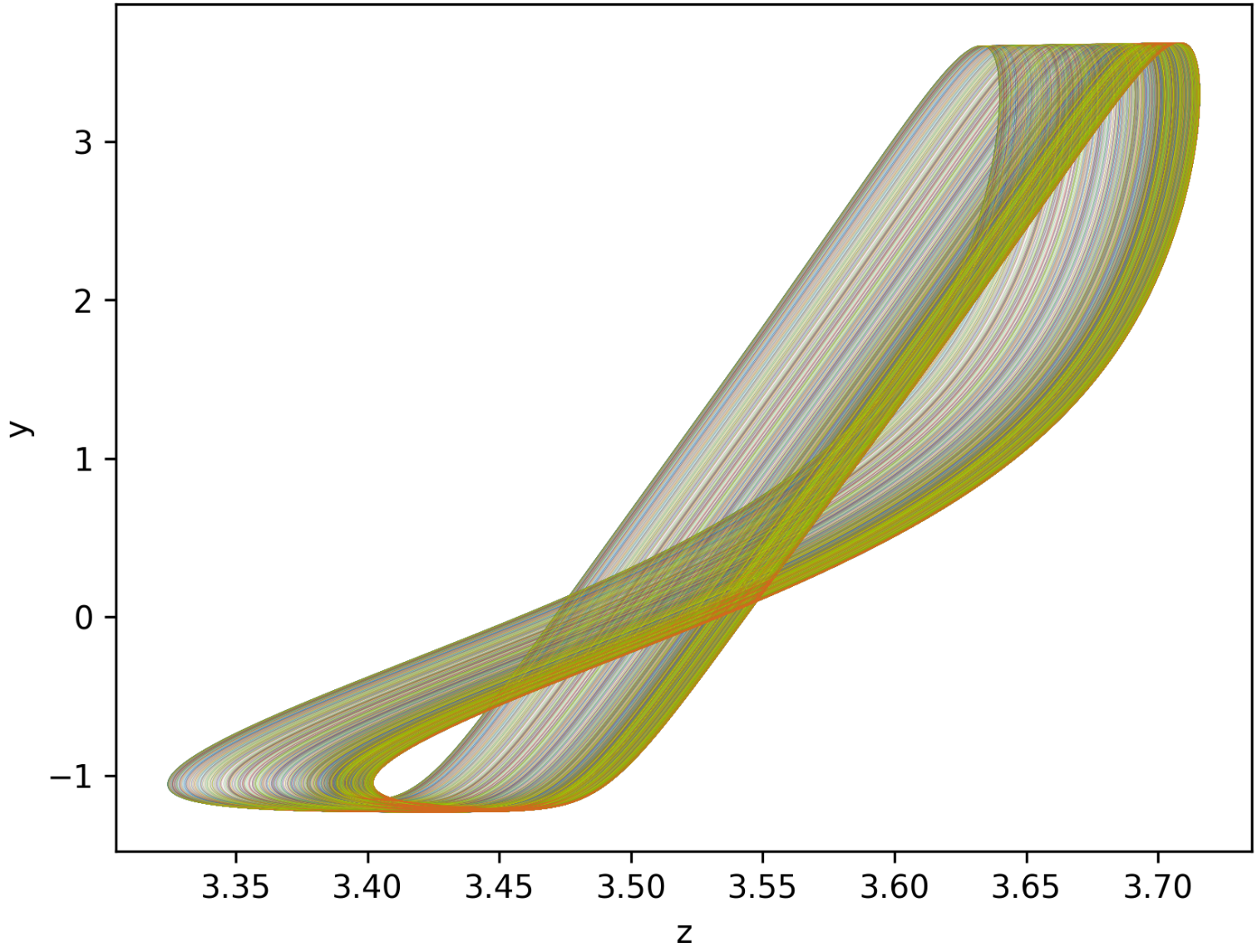



(3.3): a=0.8, b=-0.63, d=-2.2, e=2.5, f=0.08 StSt=(3.4286 0.96 8.5716)
Time=8000.0 Step=0.002 Start=40000 End=[3.37453, 0.38954, 3.53975]
y
z
3
2
1
0
−1
3.35
3.40
3.45
3.50
3.55
3.60
3.65
3.70

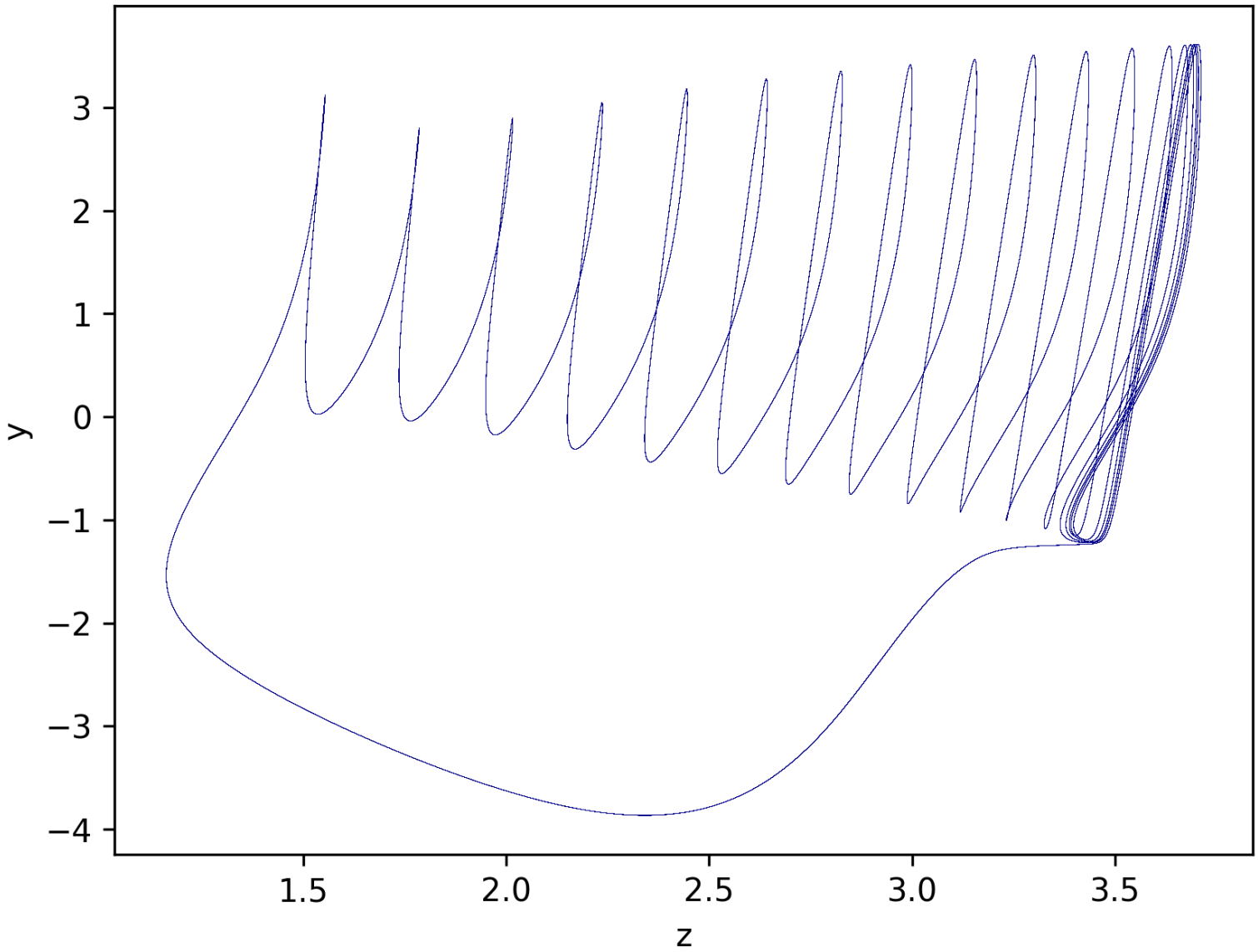
(3.3): a=0.8, b=-0.629, d=-2.2, e=2.5, f=0.08   StSt=(3.4329 0.9593 8.5824)
Time=3000.0   Step=0.002   Start=4000   End=[1.14164, -1.22331, 3.4244]



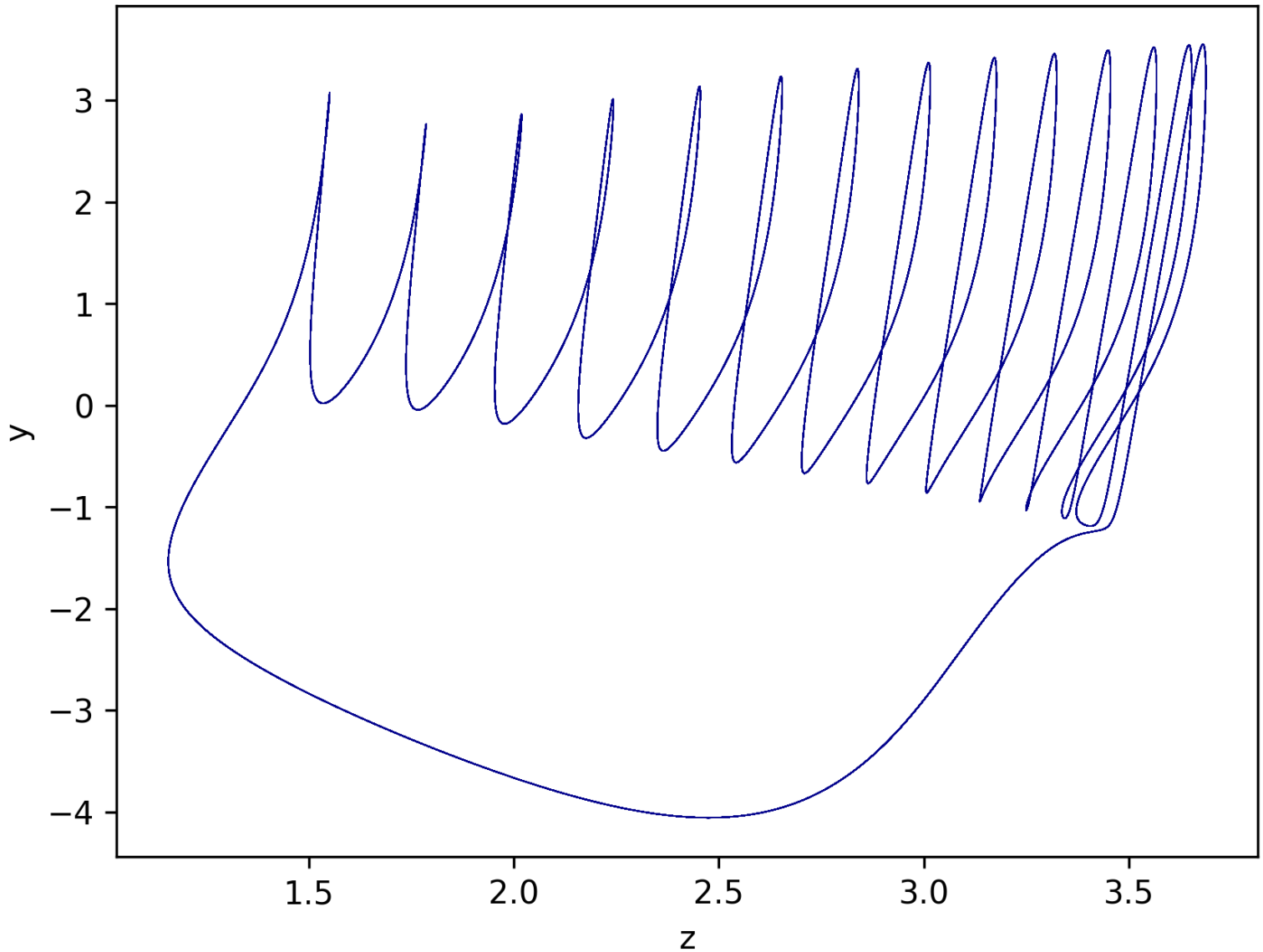
(3.3): a=0.8, b=-0.627, d=-2.2, e=2.5, f=0.08   StSt=(3.4416 0.9579 8.604)
Time=3000.0   Step=0.002   Start=4000   End=[2.2549, -0.46496, 3.46079]

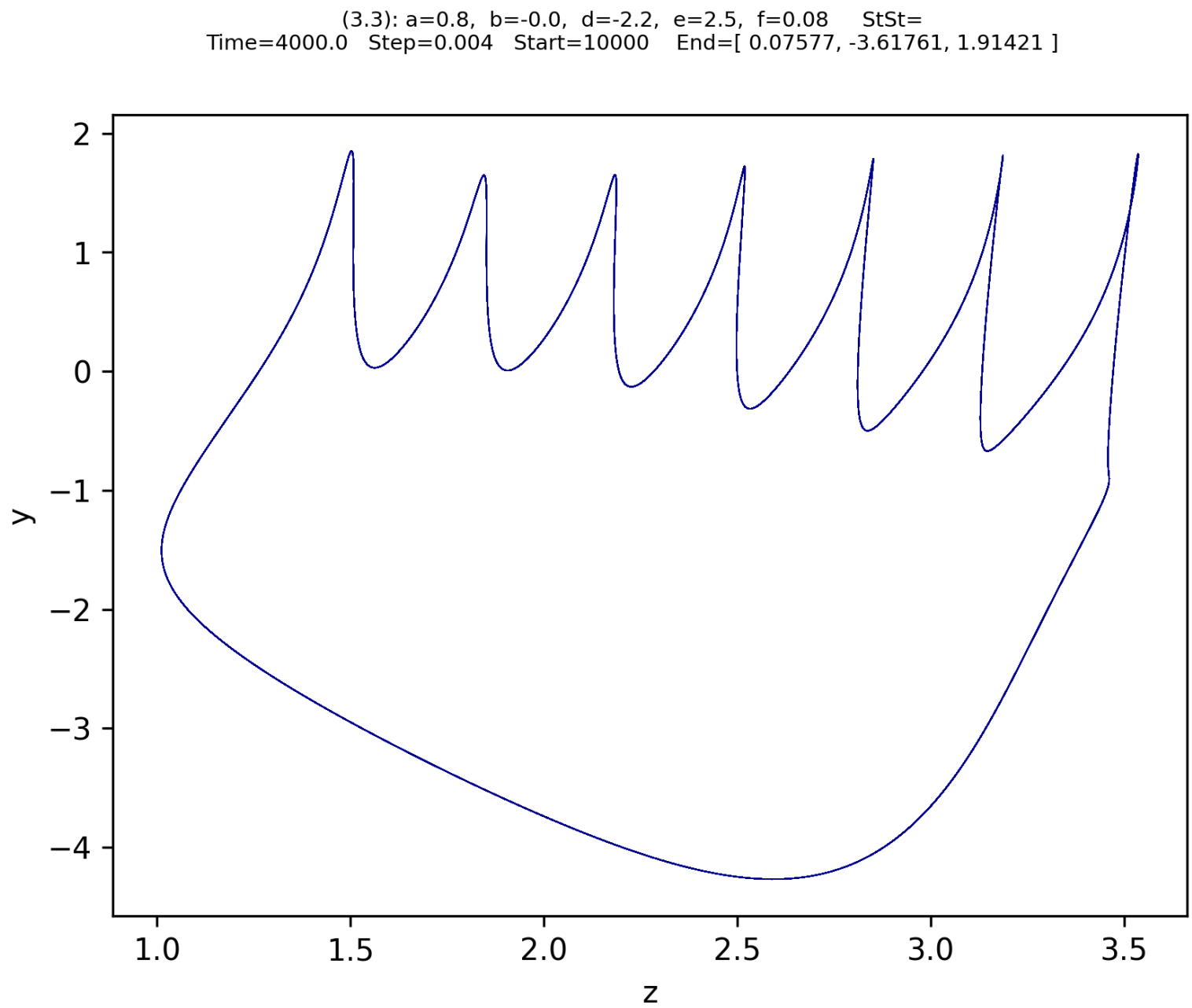


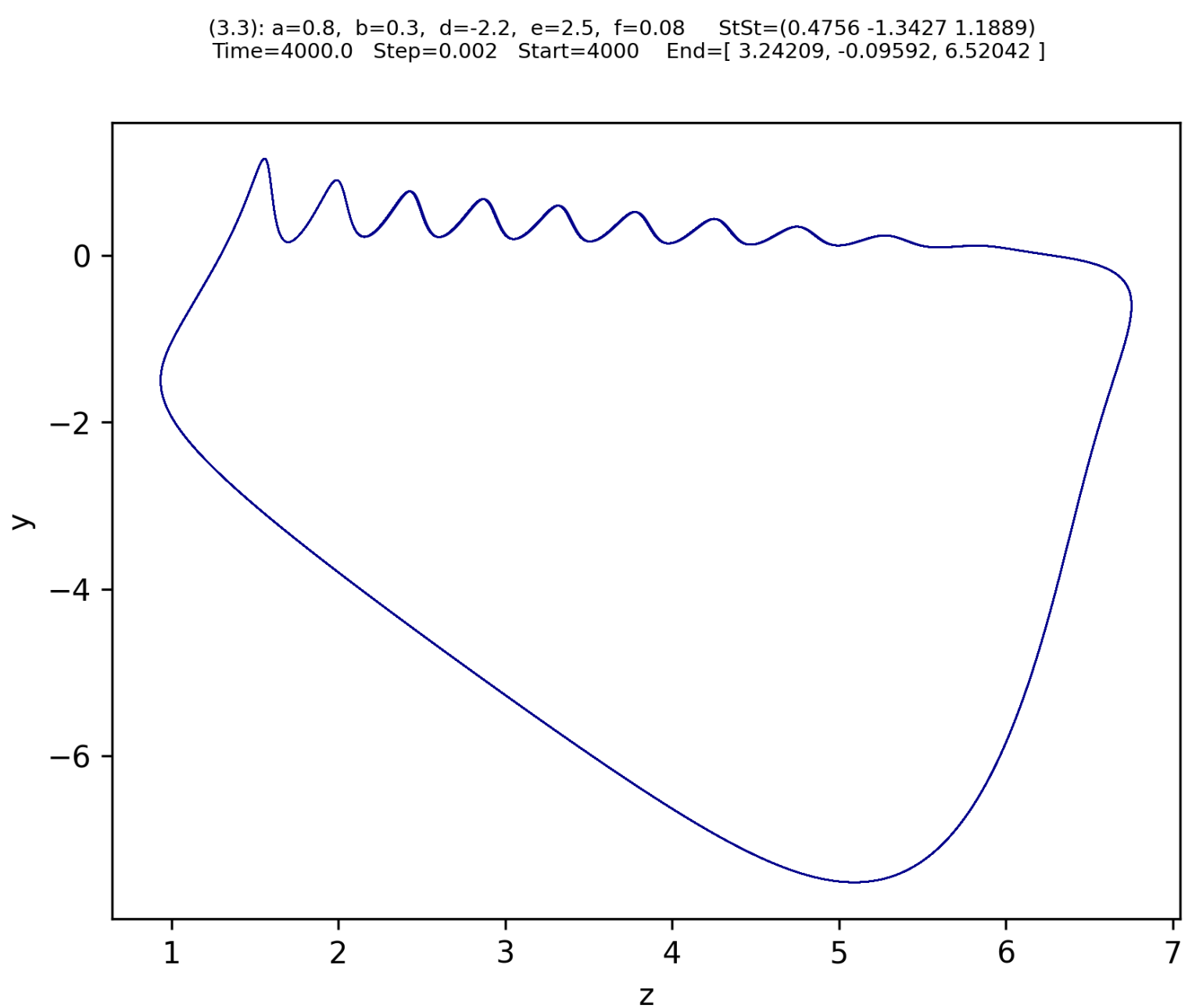
(3.3): a=0.8, b=-0.623, d=-2.2, e=2.5, f=0.08   StSt=(3.4591 0.955 8.6478)
Time=6000.0   Step=0.002   Start=4000   End=[1.876, -0.06345, 2.01192]



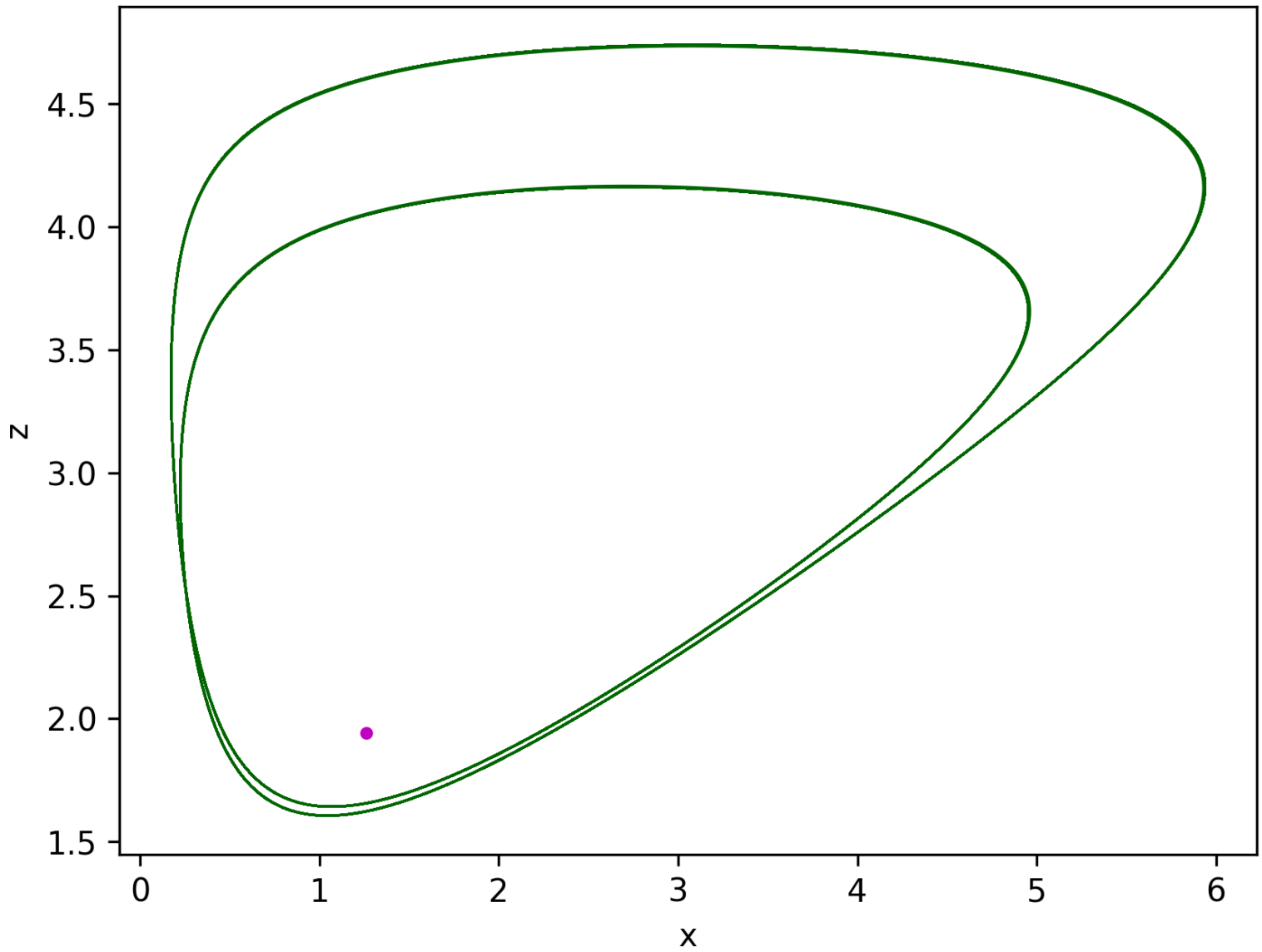
(3.3): a=0.8, b=-0.6, d=-2.2, e=2.5, f=0.08   StSt=(3.564 0.9384 8.91)
Time=4000.0   Step=0.002   Start=4000   End=[0.90565, -1.40989, 3.30955]

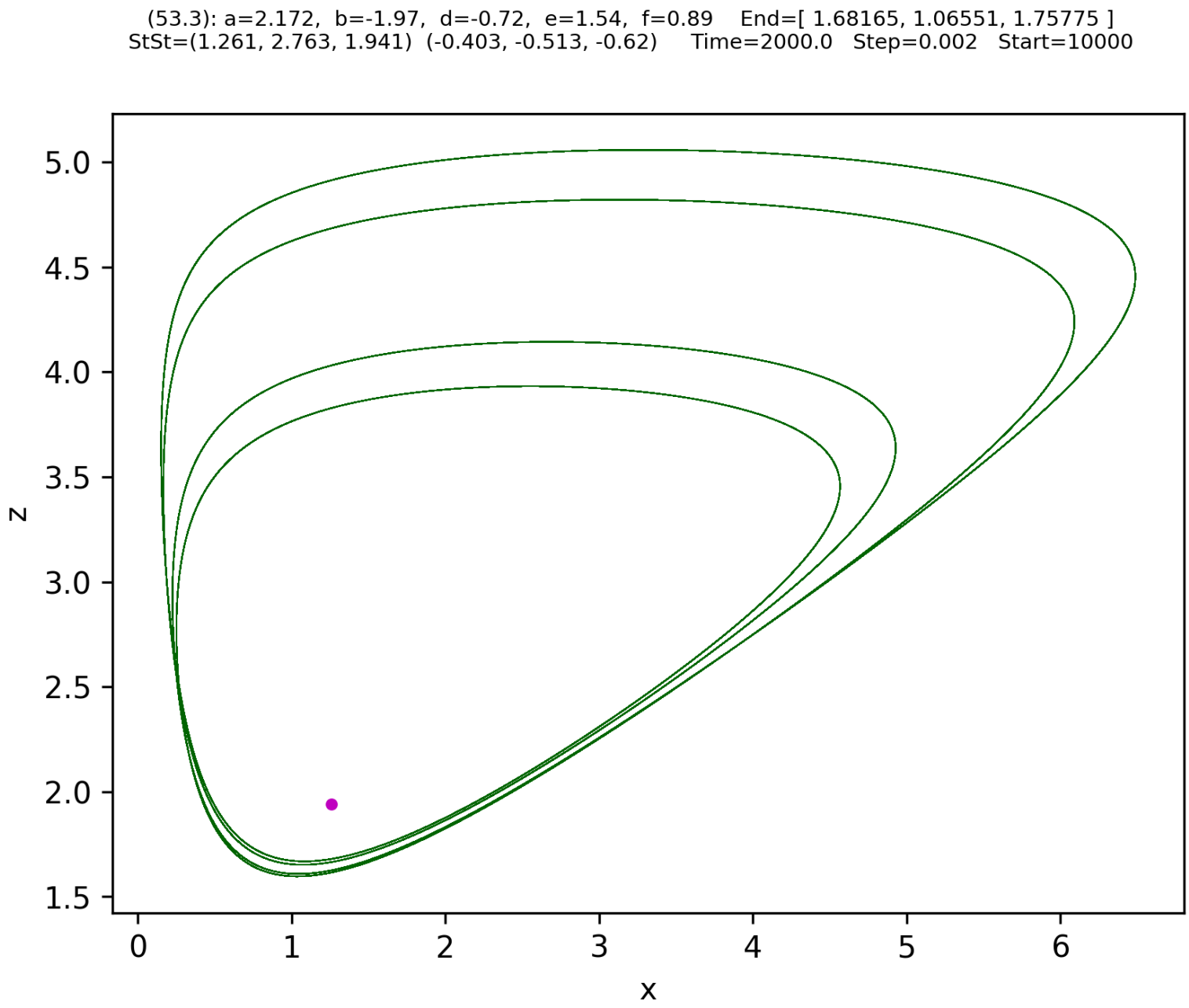


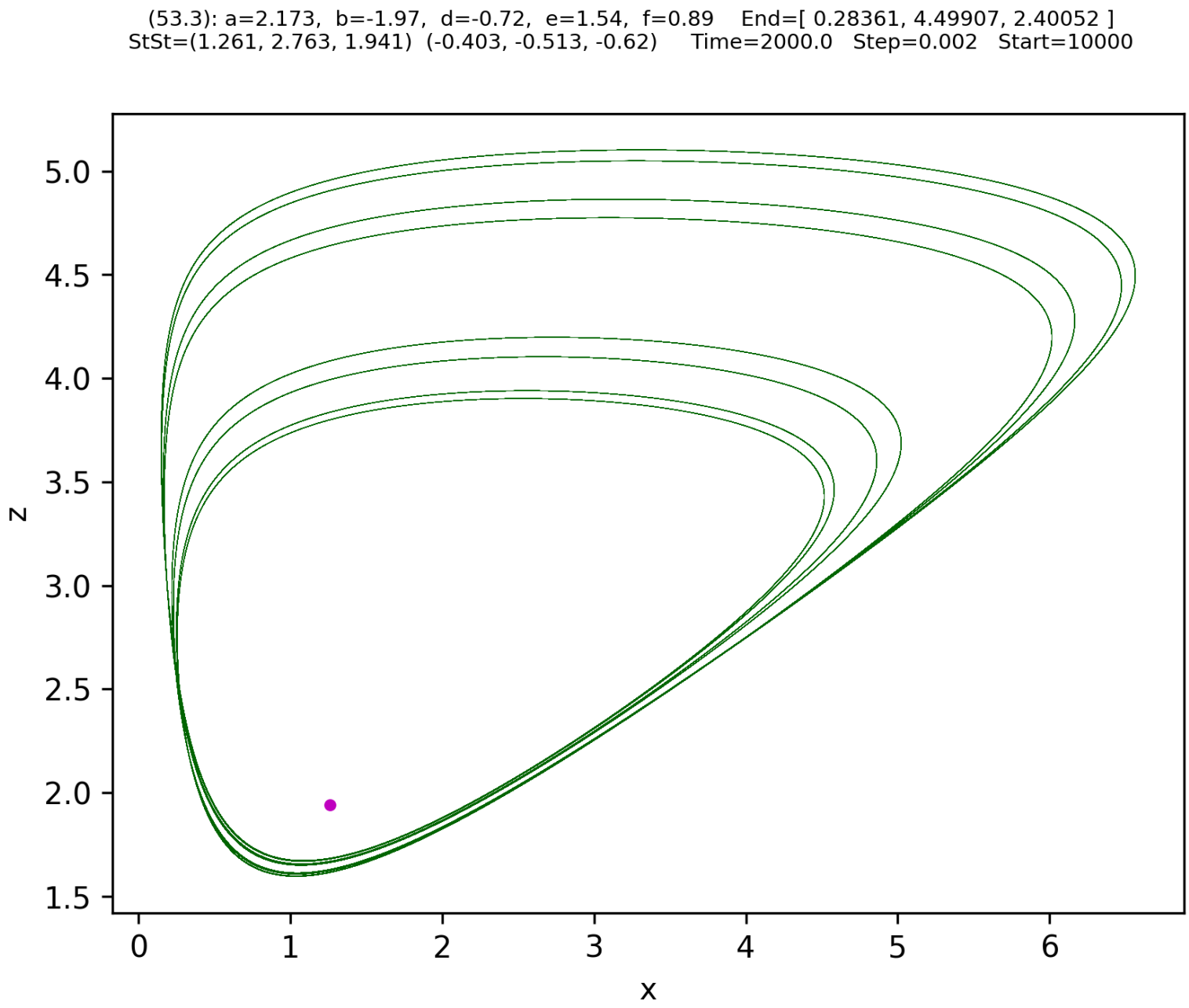

(3.3): a=0.8, b=-0.0, d=-2.2, e=2.5, f=0.08 StSt=
Time=4000.0 Step=0.004 Start=10000 End=[0.07577, -3.61761, 1.91421]
2
1
0
−1
−2
−3
−4
y
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
z


(3.3): a=0.8, b=0.3, d=-2.2, e=2.5, f=0.08 StSt=(0.4756 -1.3427 1.1889)
Time=4000.0 Step=0.002 Start=4000 End=[3.24209, -0.09592, 6.52042]
0
−2
−4
−6
y
1
2
3
4
5
6
7
z

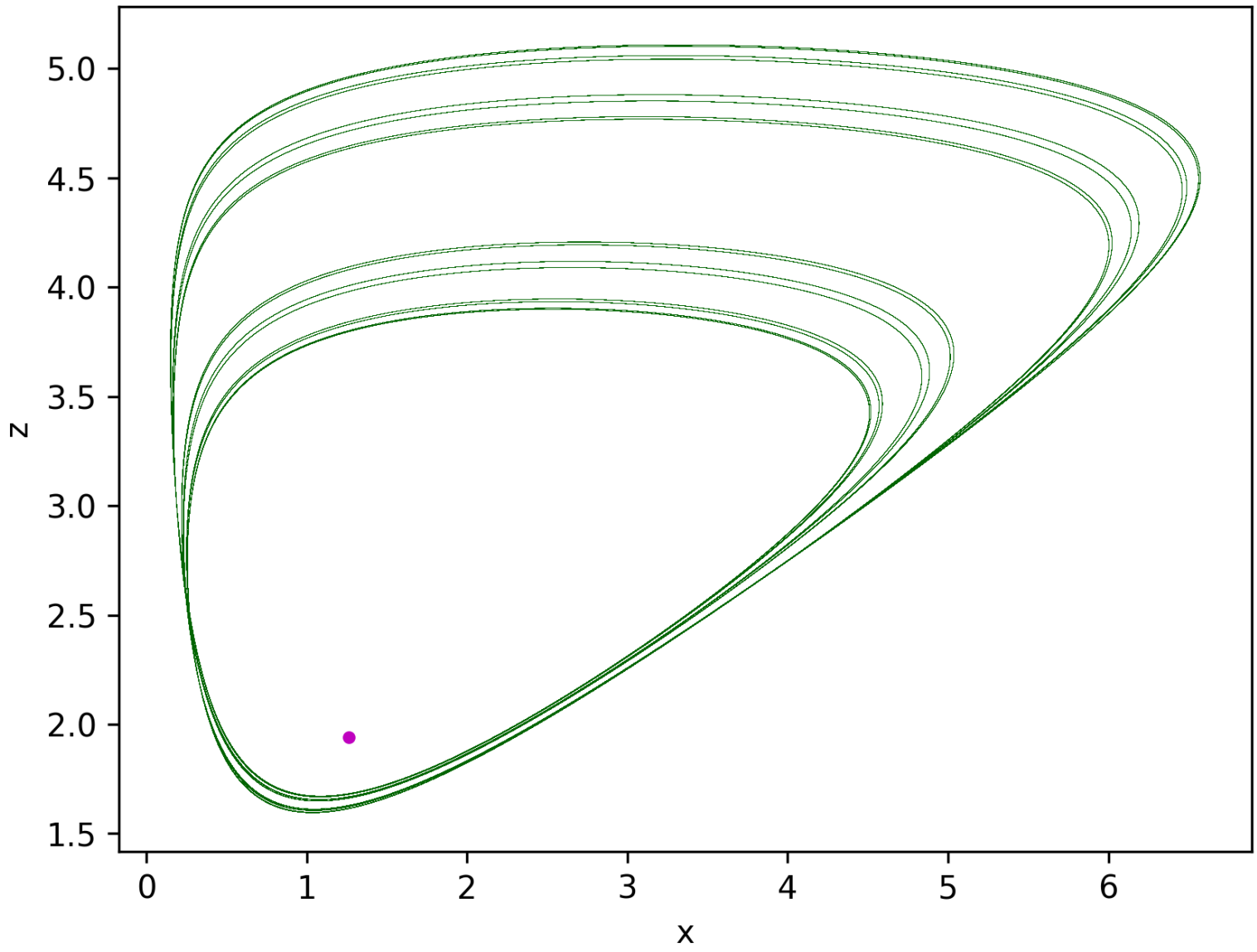
(53.3): a=2.16, b=-1.97, d=-0.72, e=1.54, f=0.89   End=[0.31288, 3.78271, 2.24306]
StSt=(1.261, 2.763, 1.941) (-0.403, -0.513, -0.62)   Time=1000.0   Step=0.002   Start=10000



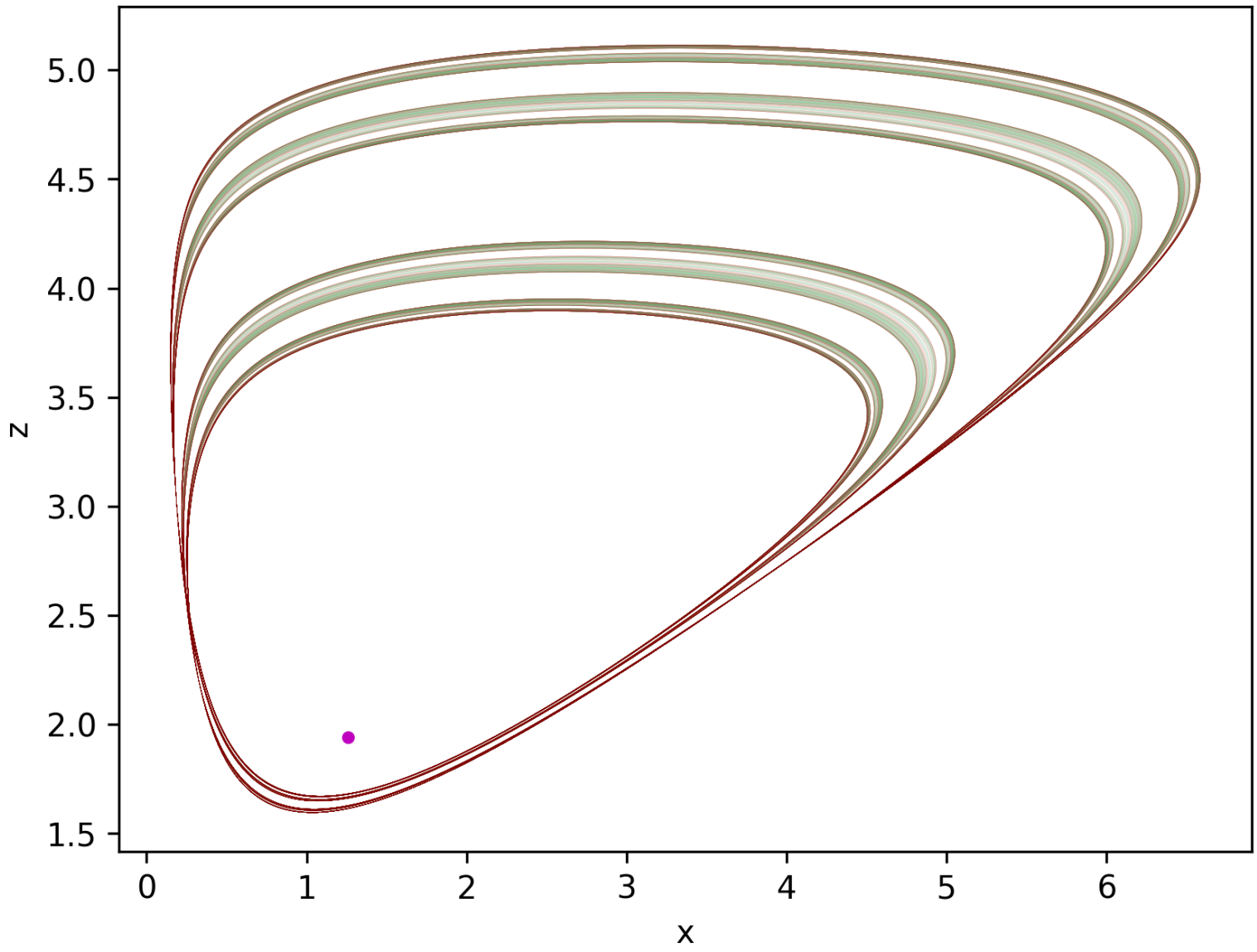

(53.3): a=2.172, b=-1.97, d=-0.72, e=1.54, f=0.89 End=[1.68165, 1.06551, 1.75775]
StSt=(1.261, 2.763, 1.941) (-0.403, -0.513, -0.62) Time=2000.0 Step=0.002 Start=10000
5.0
4.5
4.0
3.5
3.0
2.5
2.0
1.5
z
0
1
2
3
4
5
6
x


(53.3): a=2.173, b=-1.97, d=-0.72, e=1.54, f=0.89 End=[0.28361, 4.49907, 2.40052]
StSt=(1.261, 2.763, 1.941) (-0.403, -0.513, -0.62) Time=2000.0 Step=0.002 Start=10000
5.0
4.5
4.0
3.5
3.0
2.5
2.0
1.5
z
0
1
2
3
4
5
6
x

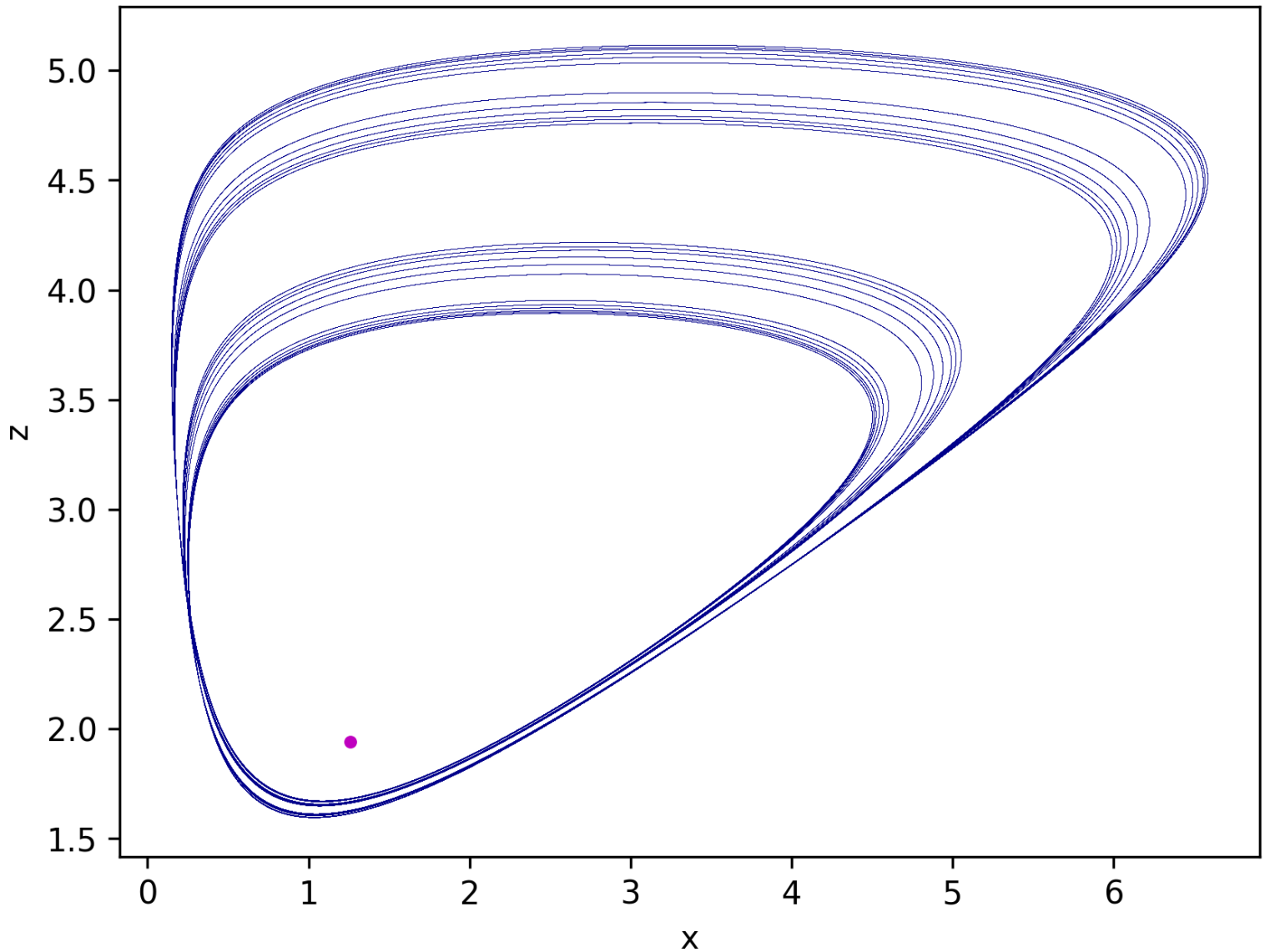
(53.3): a=2.1731, b=-1.97, d=-0.72, e=1.54, f=0.89   End=[4.48229, 0.72819, 2.99745]
StSt=(1.261, 2.763, 1.941) (-0.403, -0.513, -0.62)   Time=4000.0   Step=0.002   Start=10000



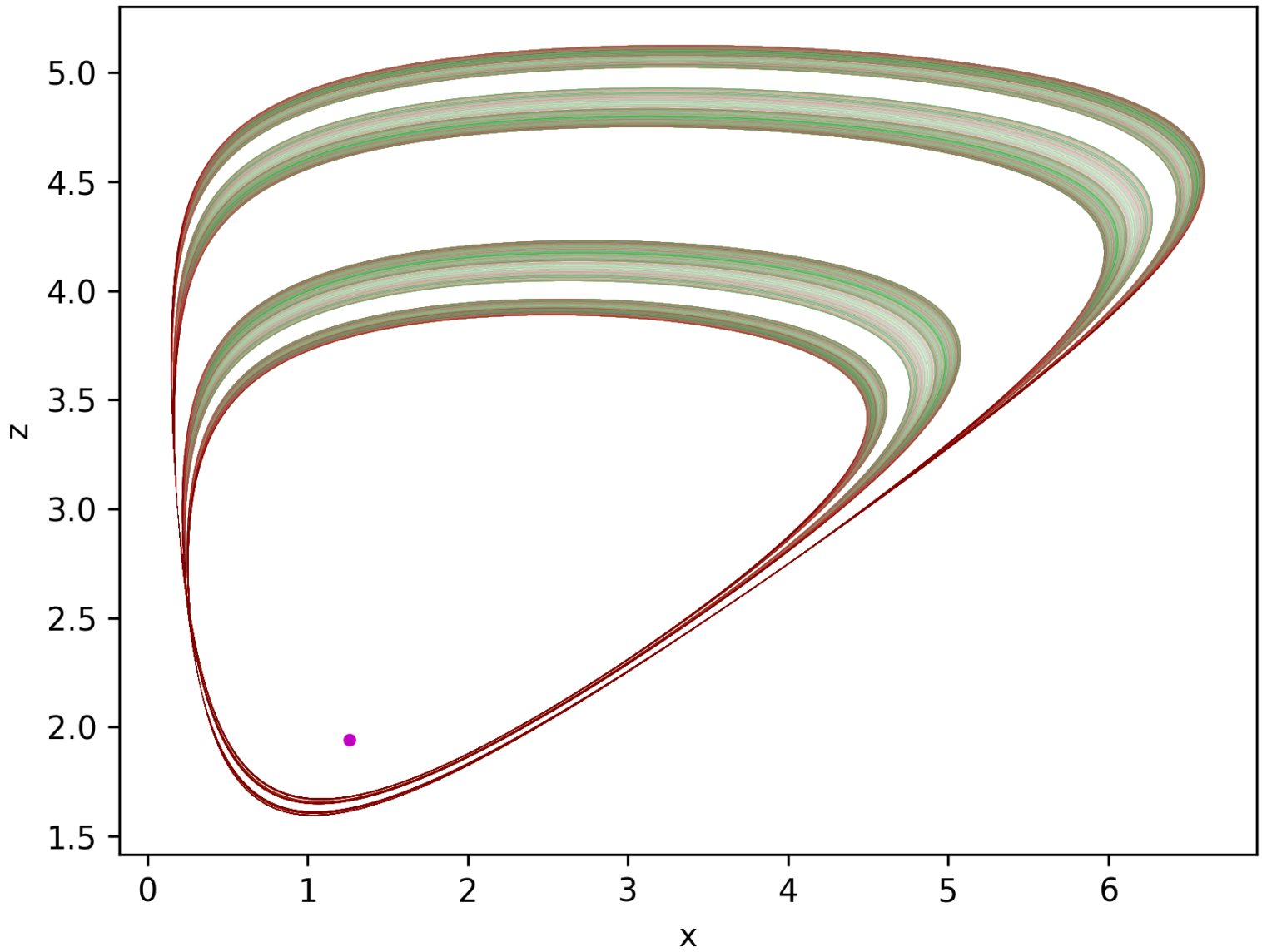
(53.3): a=2.17326, b=-1.97, d=-0.72, e=1.54, f=0.89   End=[2.07531, 0.94569, 1.85226]
StSt=(1.261, 2.763, 1.941) (-0.403, -0.513, -0.62)   Time=2500.0   Step=0.002   Start=10000



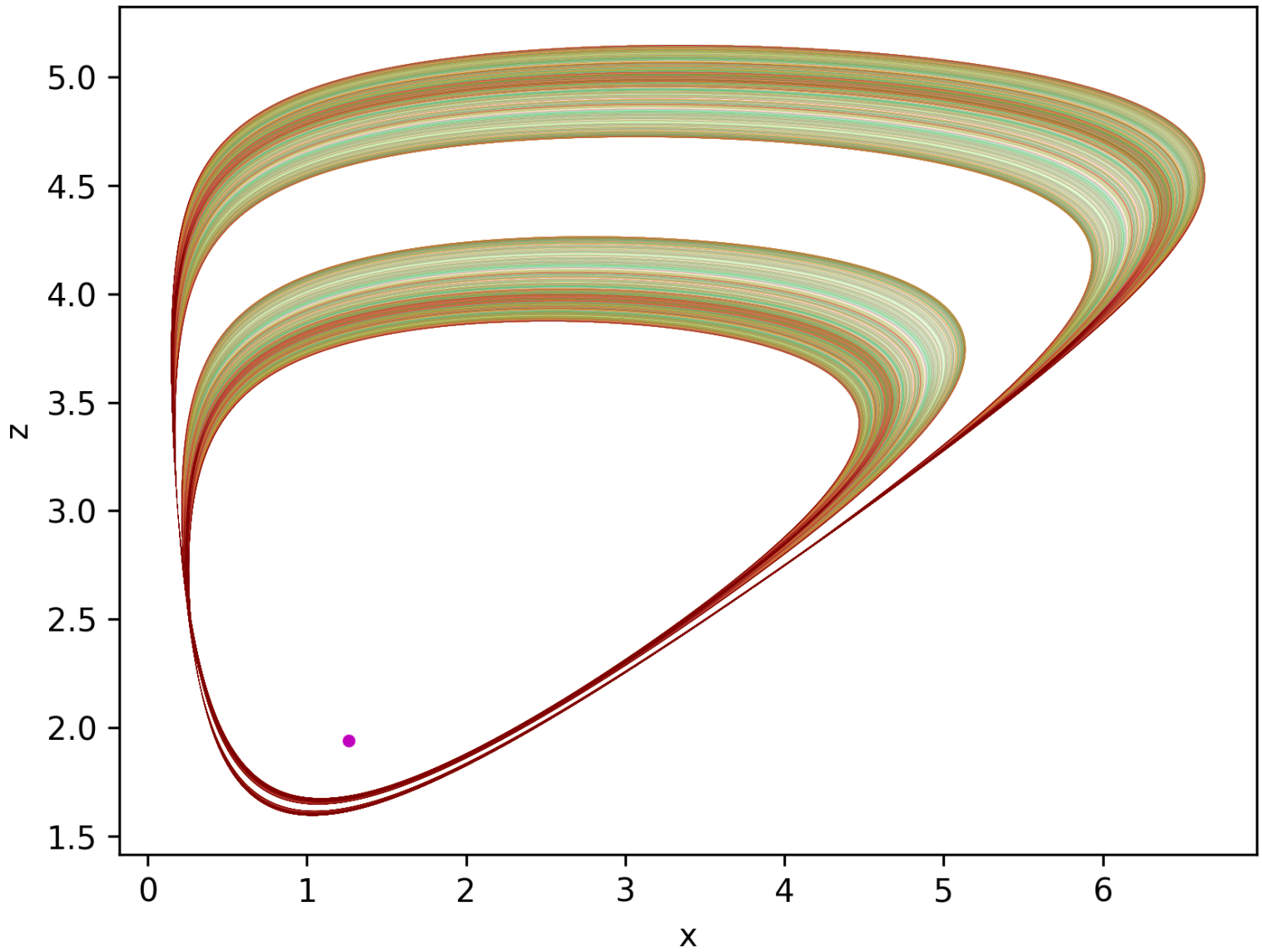
(53.3): a=2.17327, b=-1.97, d=-0.72, e=1.54, f=0.89   End=[1.32231, 1.20632, 1.6383]
StSt=(1.261, 2.763, 1.941) (-0.403, -0.513, -0.62)   Time=8000.0   Step=0.002   Start=1000

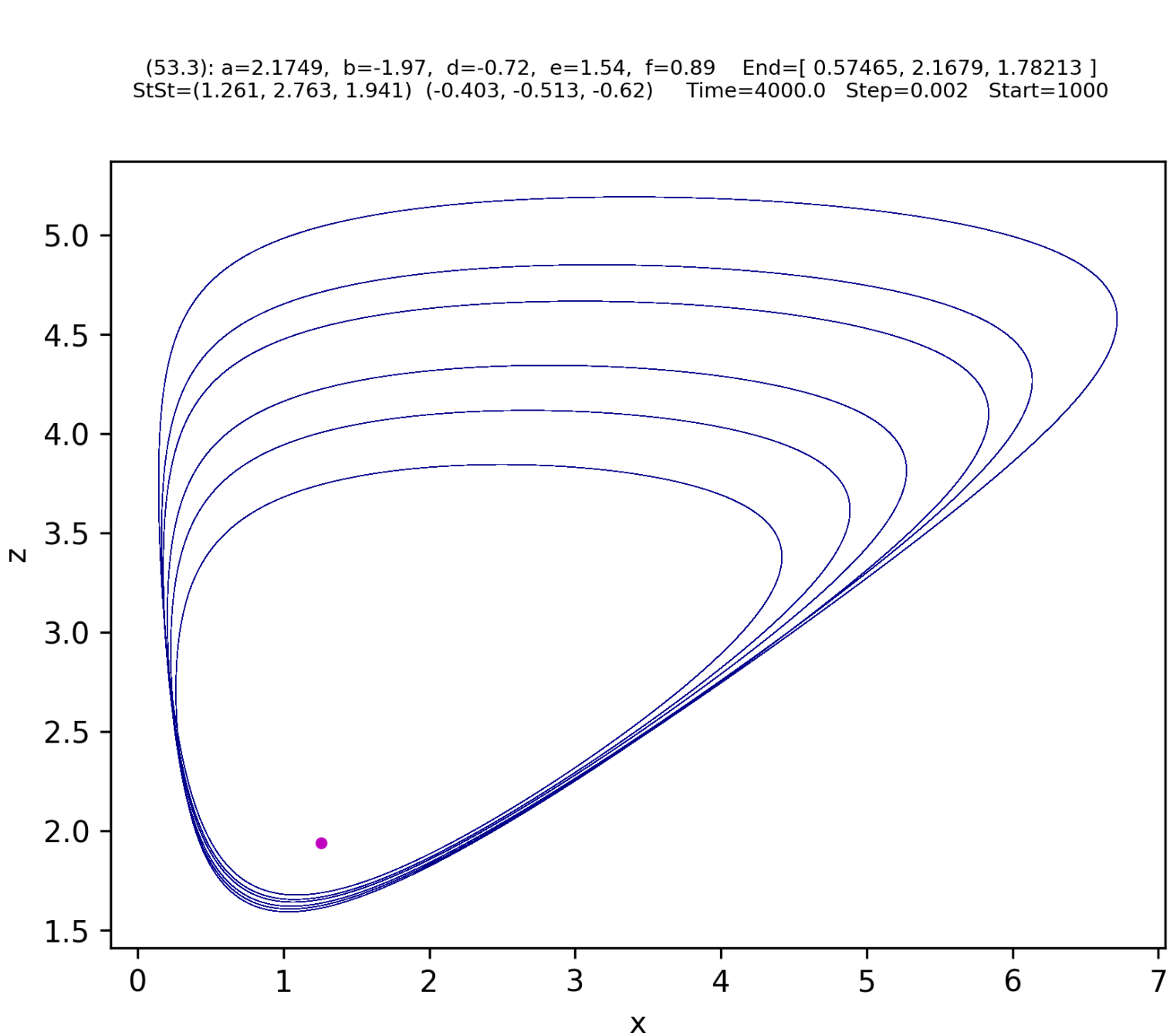


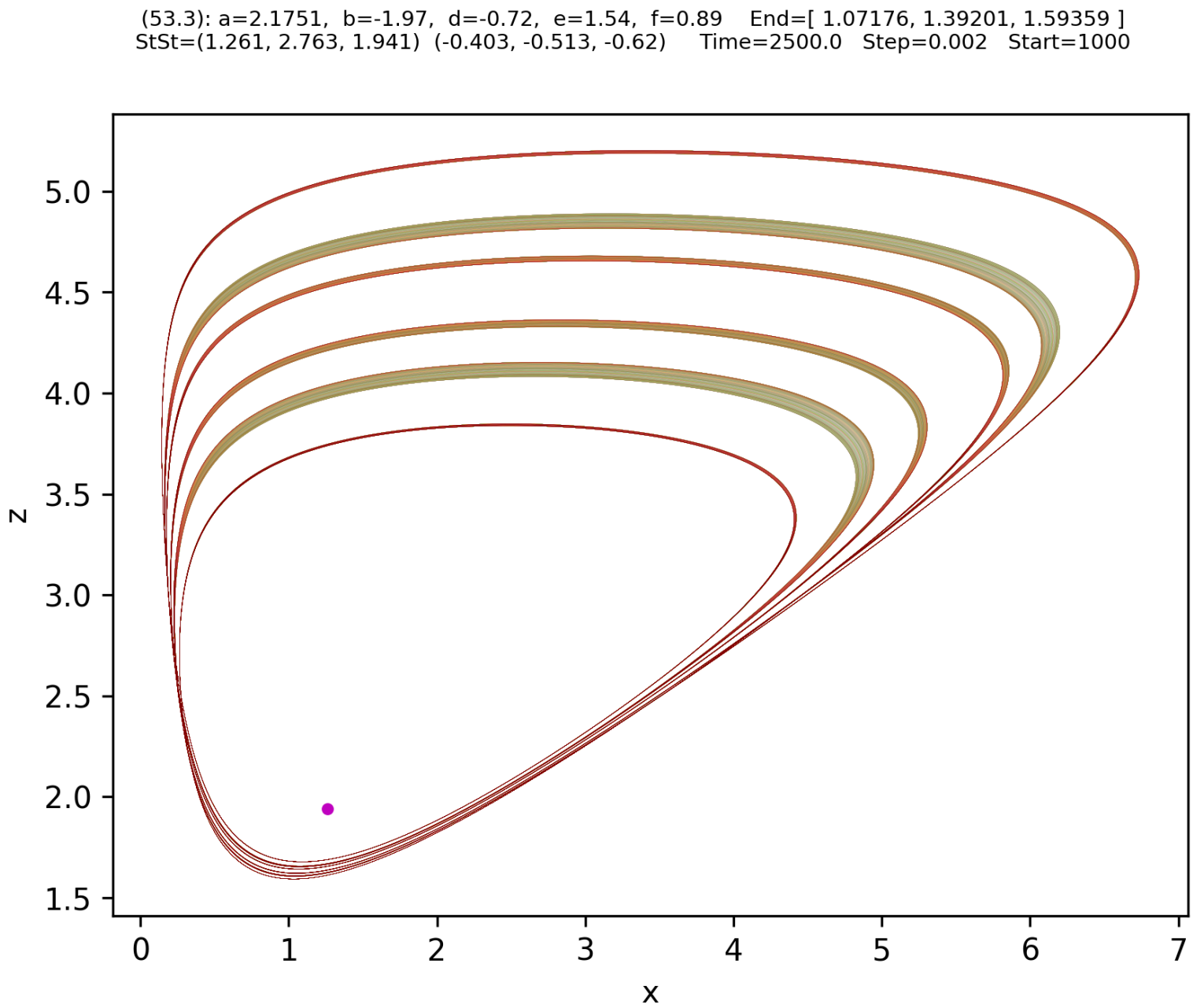
(53.3): a=2.1735, b=-1.97, d=-0.72, e=1.54, f=0.89   End=[0.2675, 6.89356, 2.9886]
StSt=(1.261, 2.763, 1.941) (-0.403, -0.513, -0.62)   Time=3000.0   Step=0.002   Start=1000



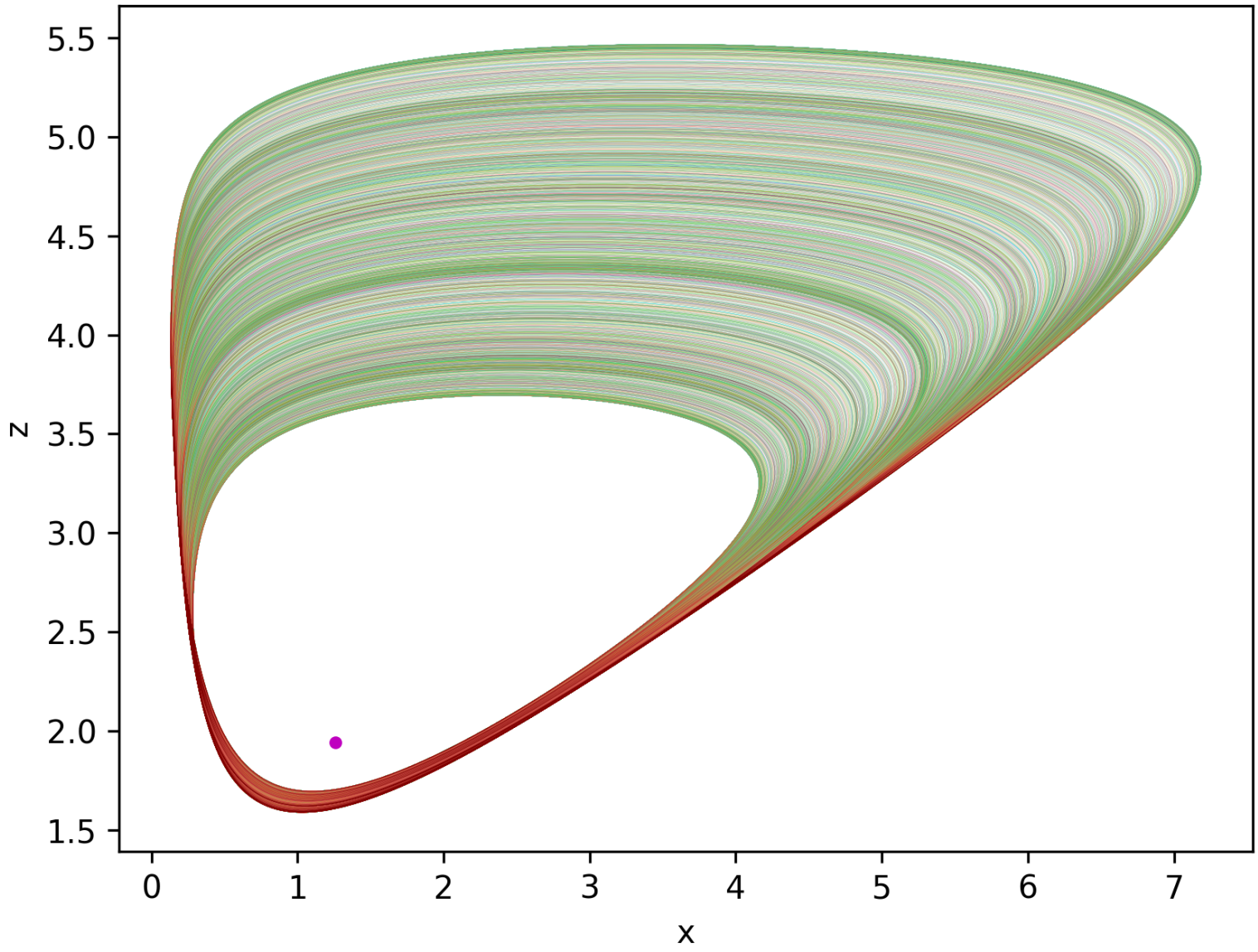
(53.3): a=2.174, b=-1.97, d=-0.72, e=1.54, f=0.89   End=[5.05057, 0.7444, 3.30295]
StSt=(1.261, 2.763, 1.941) (-0.403, -0.513, -0.62)   Time=2000.0   Step=0.002   Start=1000



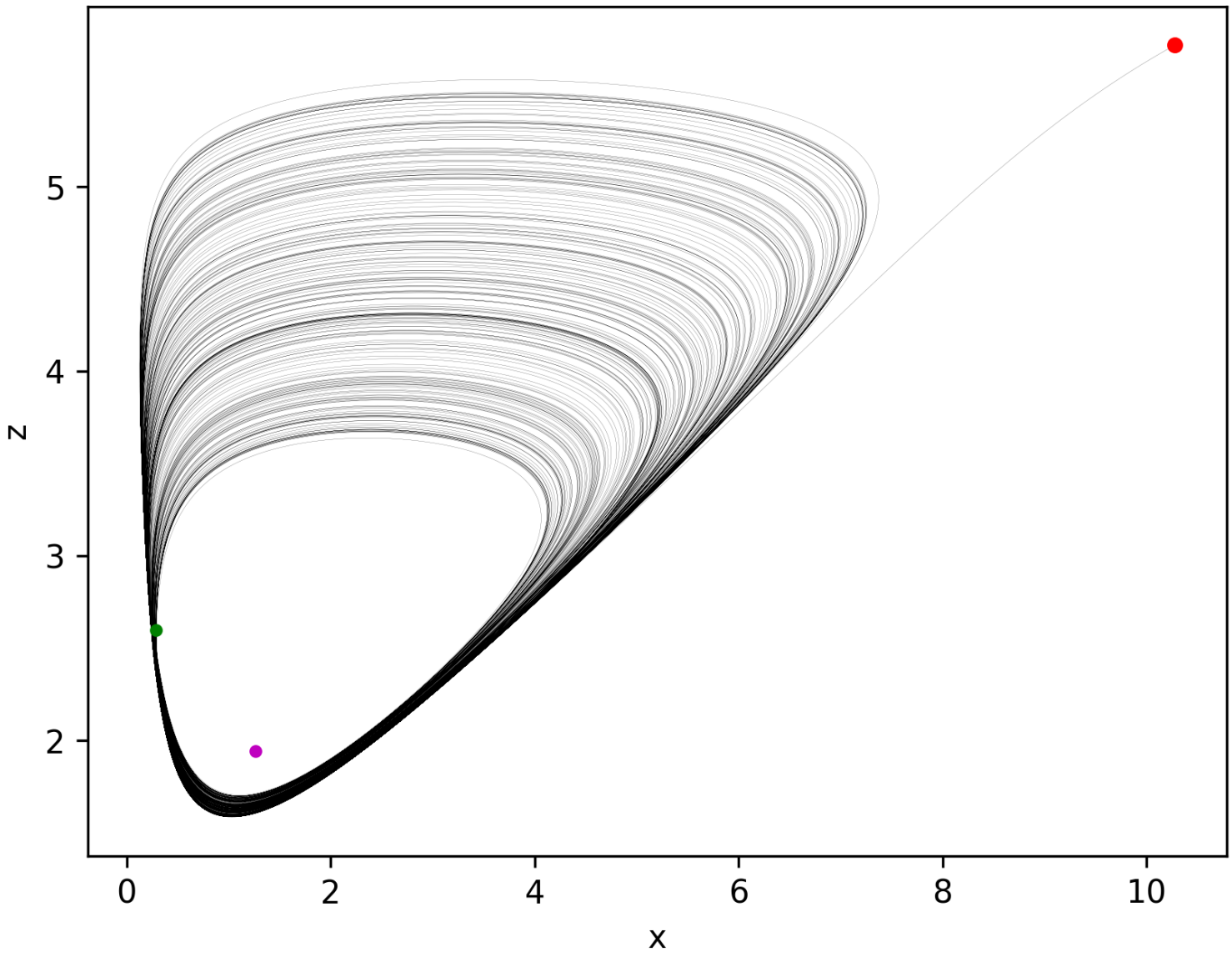

(53.3): a=2.1749, b=-1.97, d=-0.72, e=1.54, f=0.89 End=[0.57465, 2.1679, 1.78213]
StSt=(1.261, 2.763, 1.941) (-0.403, -0.513, -0.62) Time=4000.0 Step=0.002 Start=1000
5.0
4.5
4.0
3.5
3.0
2.5
2.0
1.5
z
0
1
2
3
4
5
6
7
x

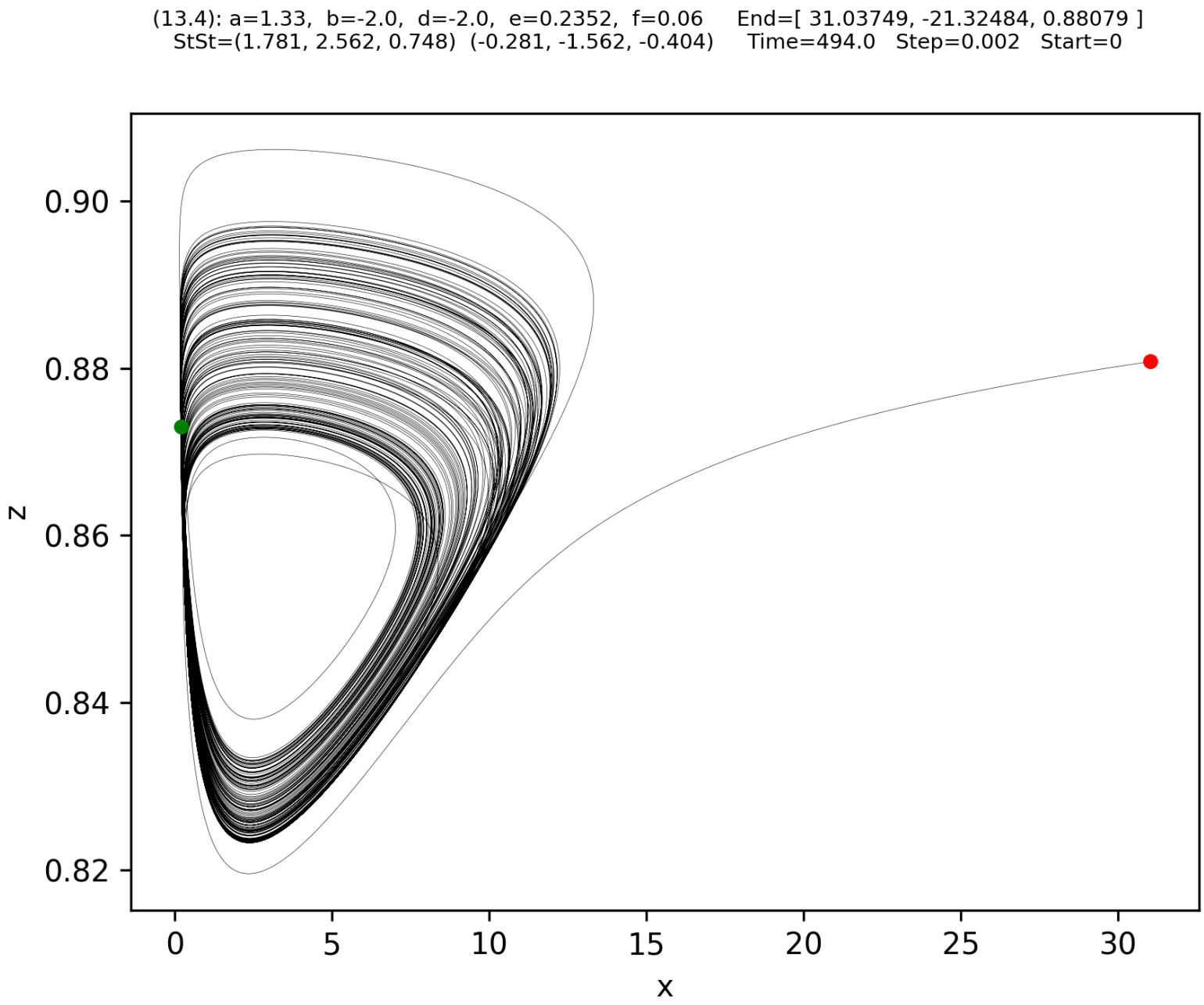

(53.3): a=2.1751, b=-1.97, d=-0.72, e=1.54, f=0.89 End=[1.07176, 1.39201, 1.59359]
StSt=(1.261, 2.763, 1.941) (-0.403, -0.513, -0.62) Time=2500.0 Step=0.002 Start=1000
5.0
4.5
4.0
3.5
3.0
2.5
2.0
1.5
z
0
1
2
3
4
5
6
7
x

(53.3): a=2.179, b=-1.97, d=-0.72, e=1.54, f=0.89   End=[4.15961, 1.95348, 3.18262]
StSt=(1.261, 2.763, 1.941) (-0.403, -0.513, -0.62)   Time=2500.0   Step=0.002   Start=1000

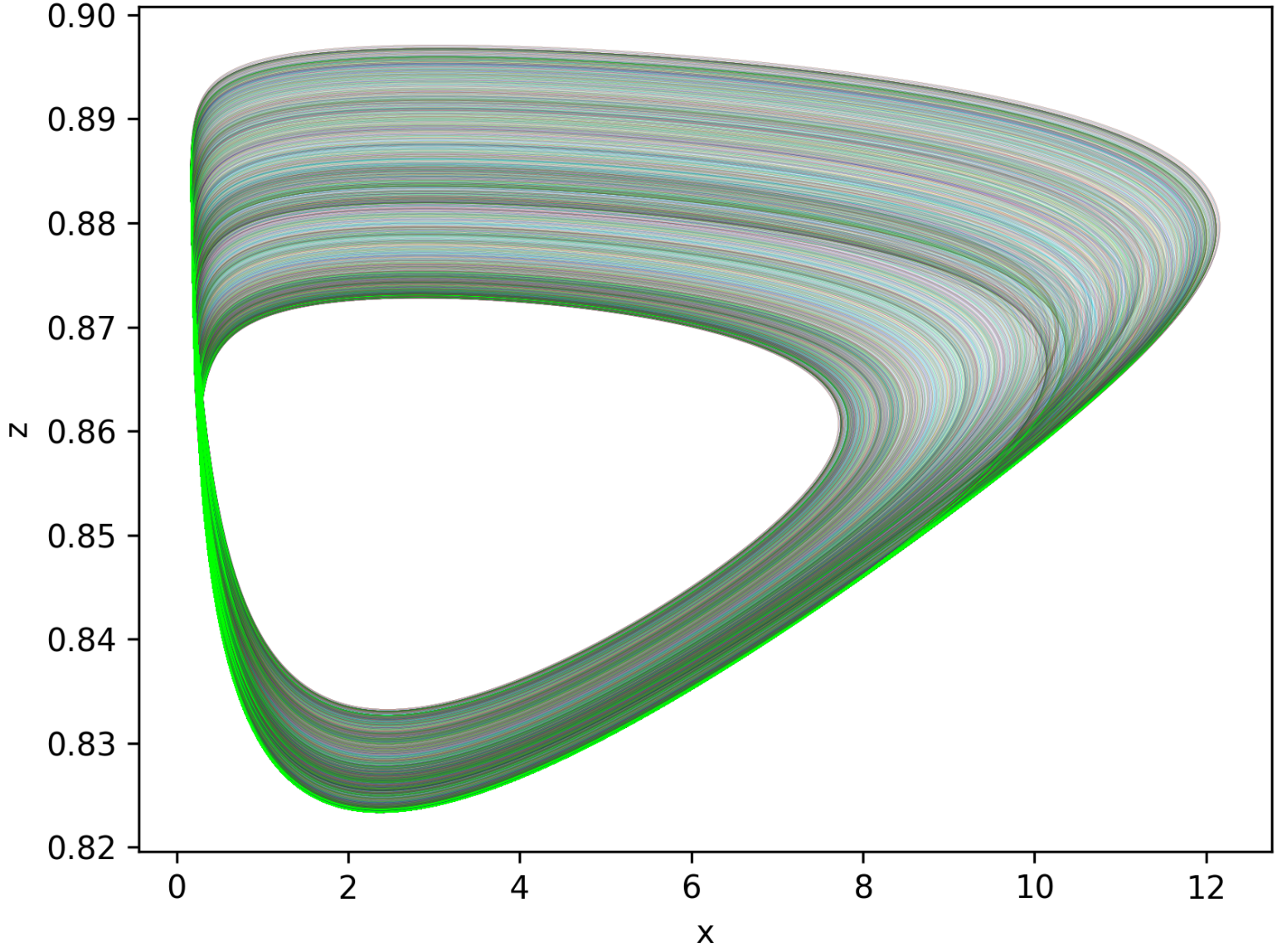


(53.3): a=2.1794, b=-1.97, d=-0.72, e=1.54, f=0.89   End=[10.27713, -0.7712, 5.76563]
StSt=(1.261, 2.763, 1.941) (-0.403, -0.513, -0.62)   Time=702.0   Step=0.002   Start=0

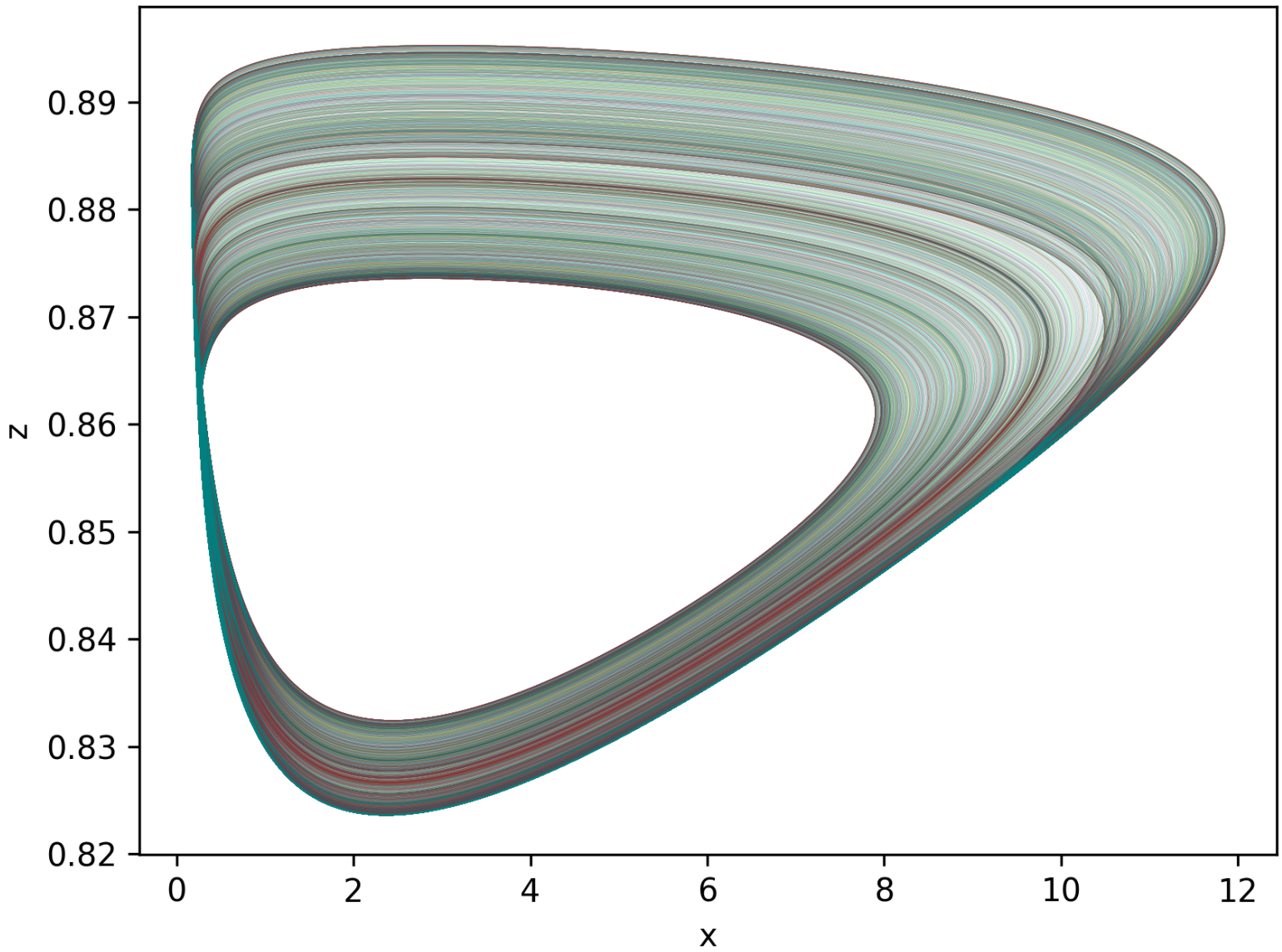



(13.4): a=1.33, b=-2.0, d=-2.0, e=0.2352, f=0.06 End=[31.03749, -21.32484, 0.88079]
StSt=(1.781, 2.562, 0.748) (-0.281, -1.562, -0.404) Time=494.0 Step=0.002 Start=0
0.90
0.88
0.86
0.84
0.82
z
0
5
10
15
20
25
30
x

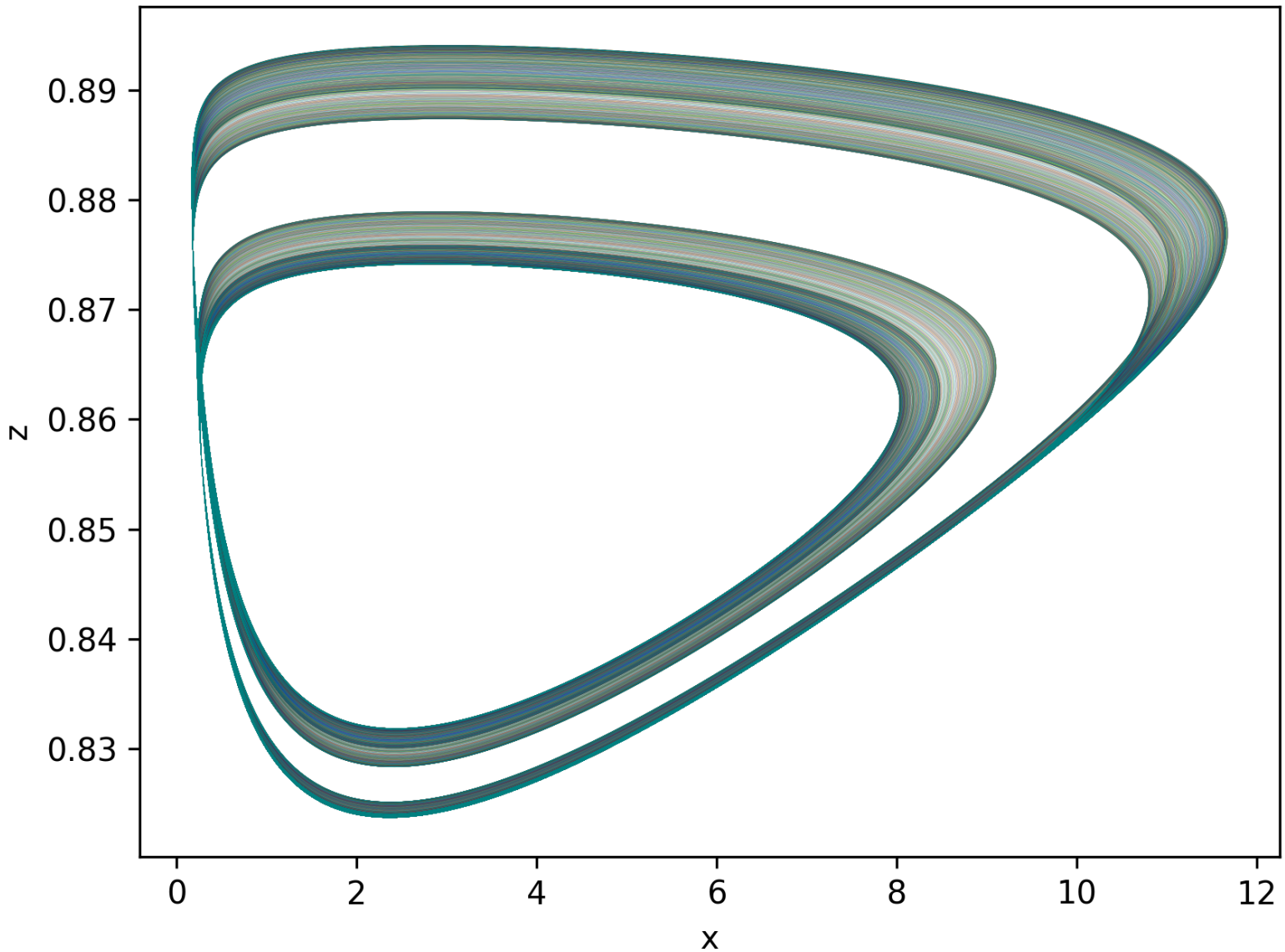
(13.4): a=1.33, b=-2.0, d=-2.0, e=0.2353, f=0.06   End=[0.20017, 8.8191, 0.87422]
StSt=(1.781, 2.562, 0.748) (-0.281, -1.562, -0.404)   Time=3000.0   Step=0.002   Start=1000



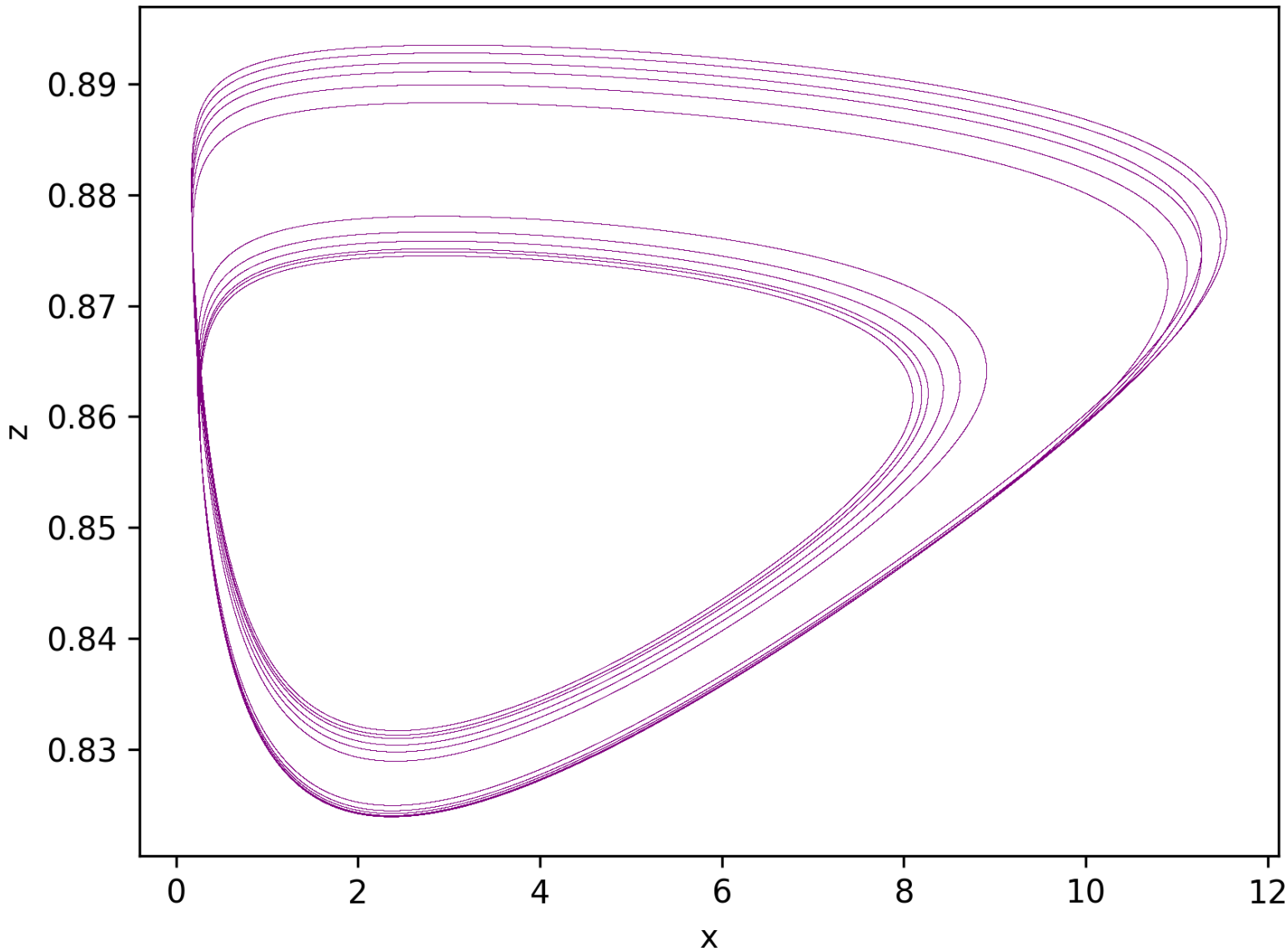
(13.4): a=1.33, b=-2.0, d=-2.0, e=0.2357, f=0.06 End=[1.35491, 11.53887, 0.87296]
StSt=(1.781, 2.562, 0.749) (-0.281, -1.562, -0.404) Time=3000.0 Step=0.002 Start=1000



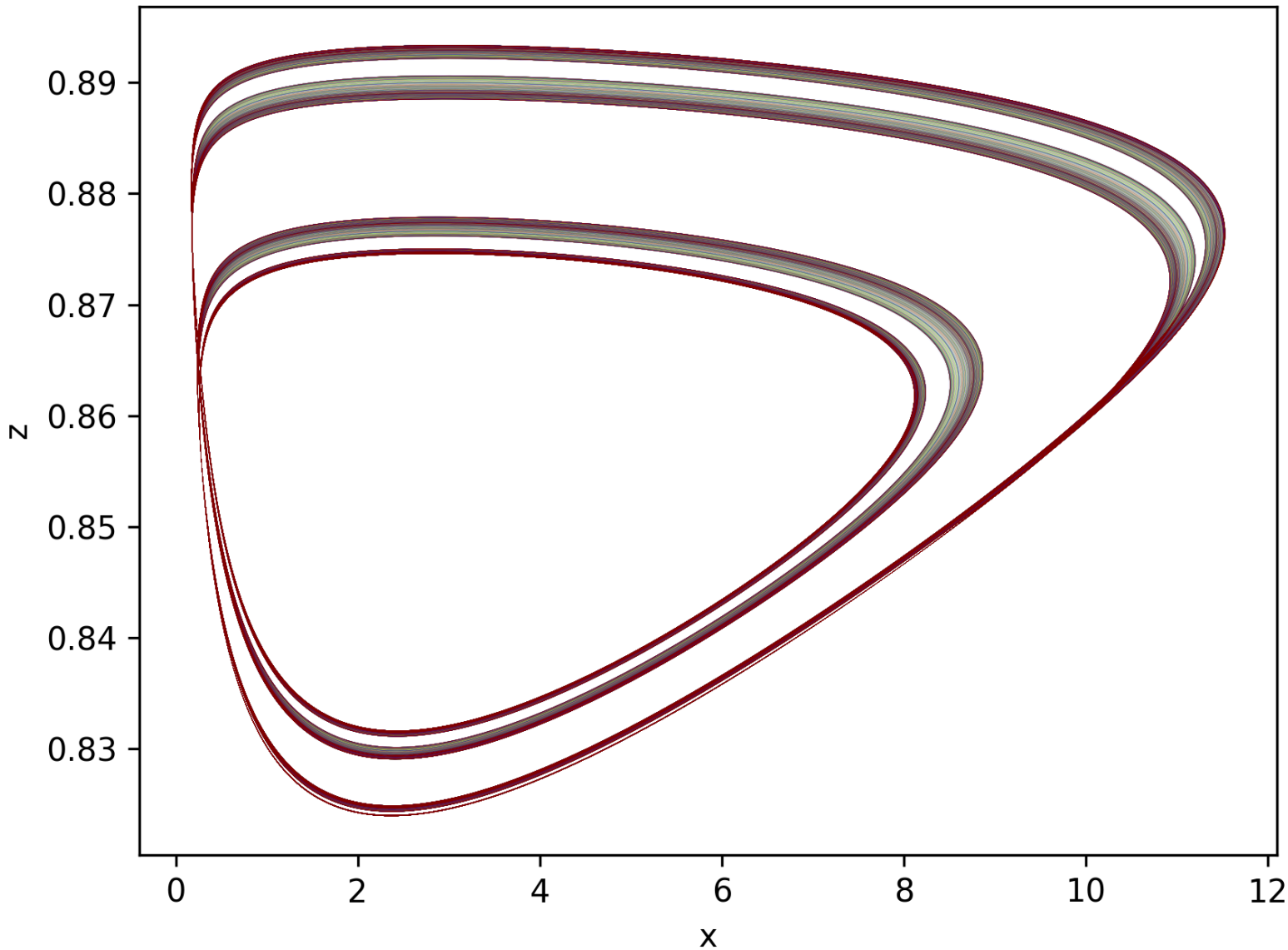
(13.4): a=1.33, b=-2.0, d=-2.0, e=0.2359, f=0.06 End=[1.12025, 1.61016, 0.82882]
StSt=(1.781, 2.562, 0.749) (-0.281, -1.562, -0.405) Time=3000.0 Step=0.002 Start=1000



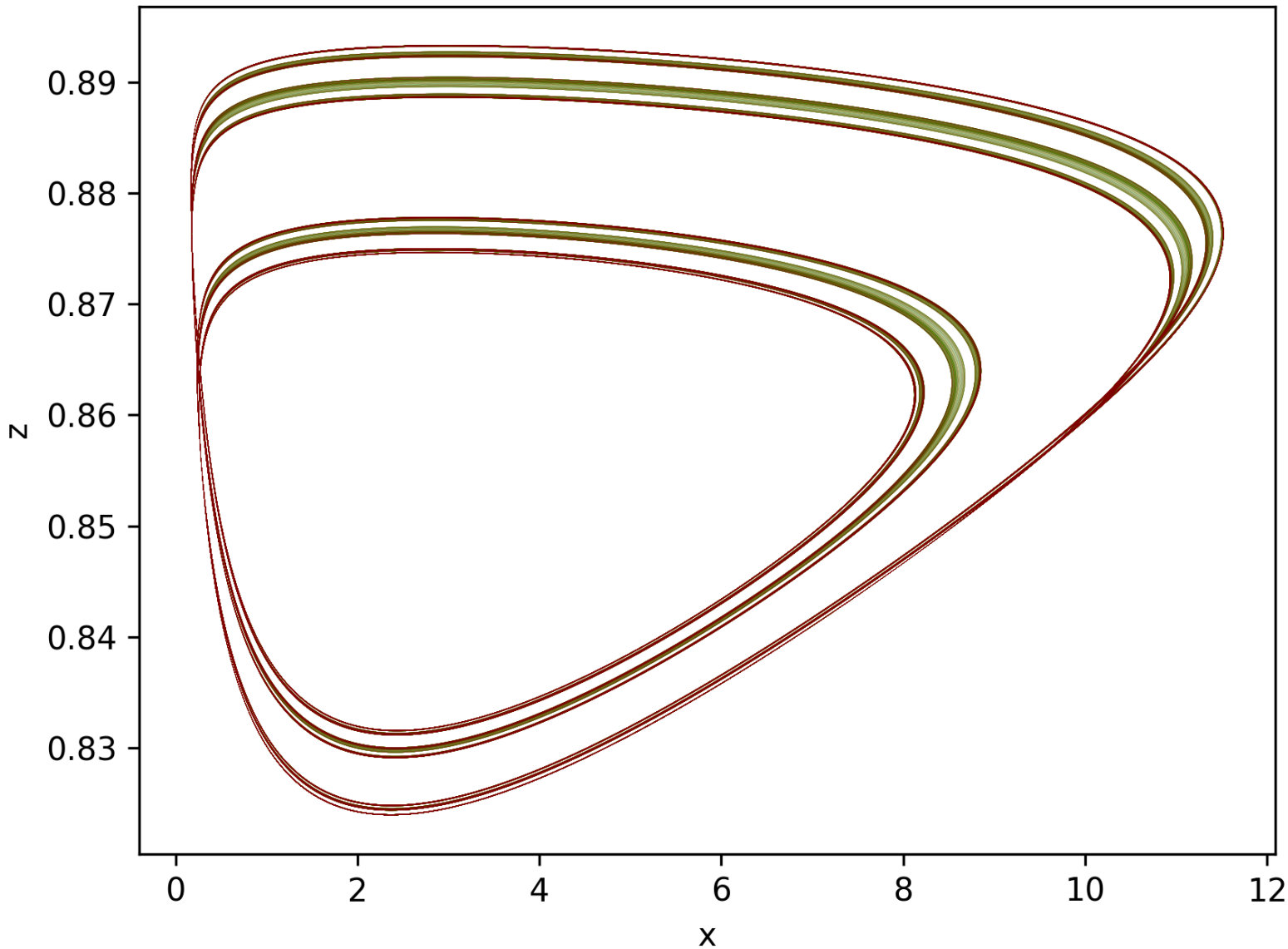
(13.4): a=1.33, b=-2.0, d=-2.0, e=0.236105, f=0.06 End=[0.80581, 2.22328, 0.83956]
StSt=(1.781, 2.562, 0.749) (-0.281, -1.562, -0.405) Time=8000.0 Step=0.001 Start=80000



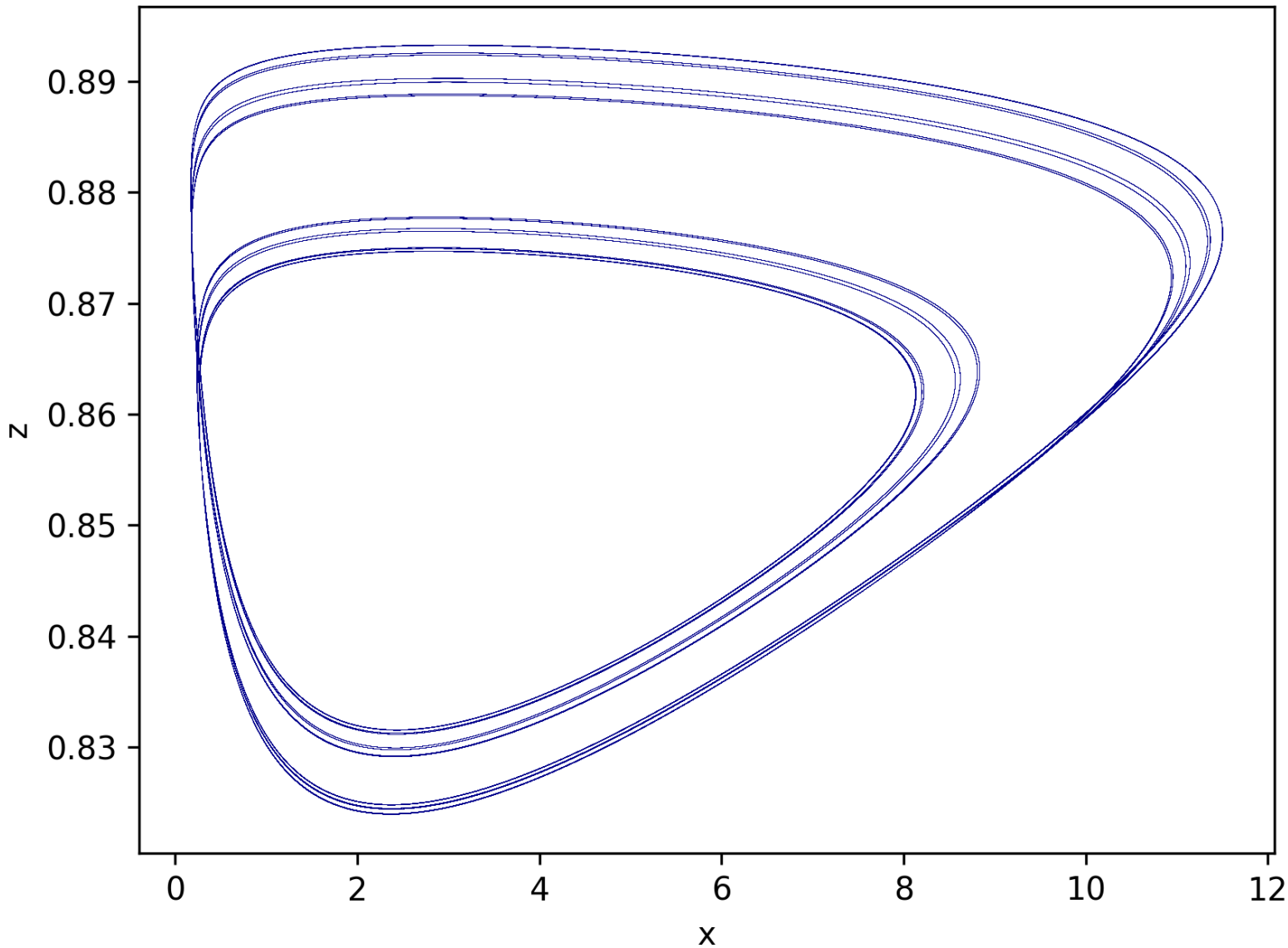
(13.4): a=1.33, b=-2.0, d=-2.0, e=0.23615, f=0.06 End=[5.58252, 0.36135, 0.83376]
StSt=(1.781, 2.562, 0.749) (-0.281, -1.562, -0.405) Time=3000.0 Step=0.002 Start=1000

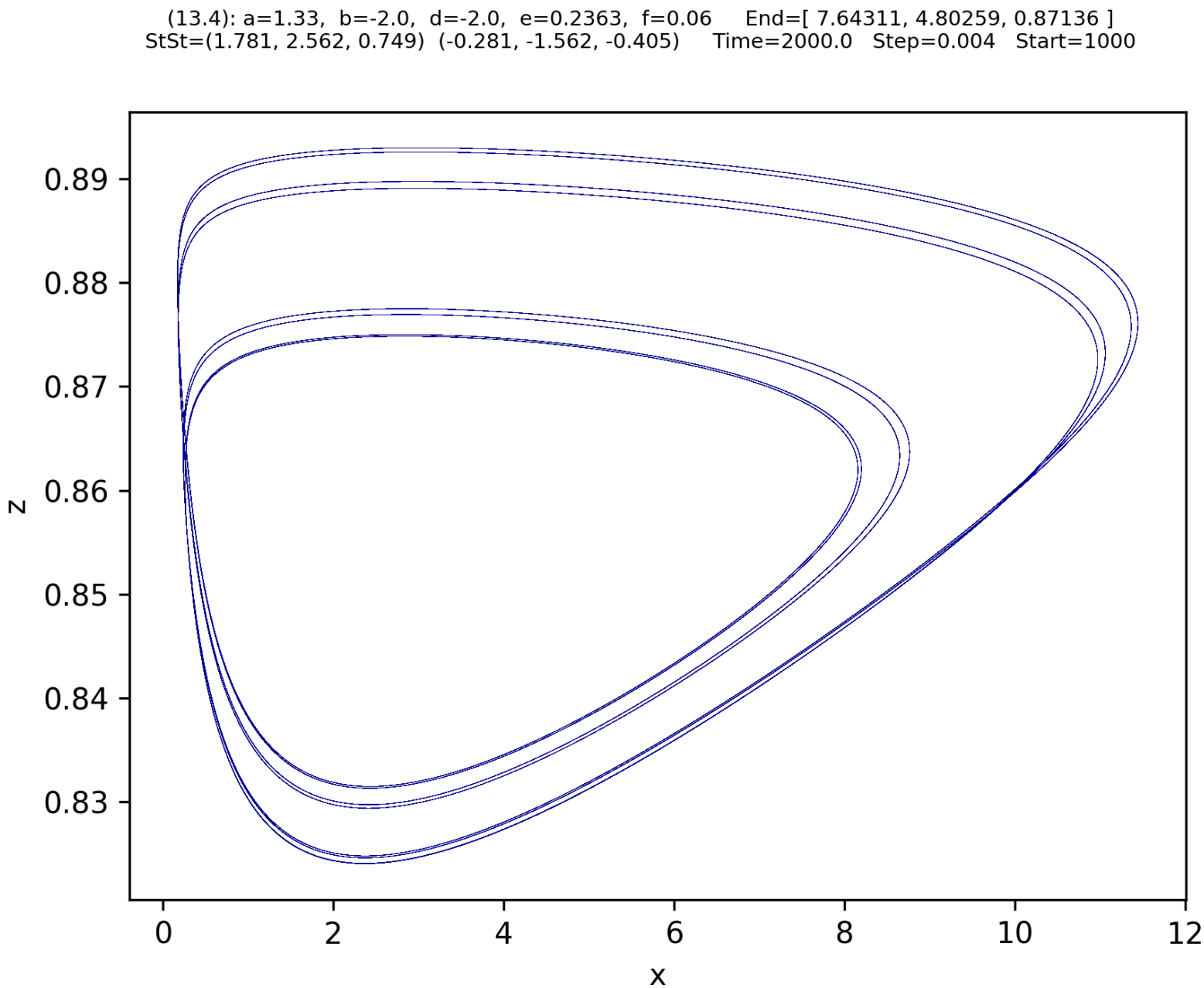


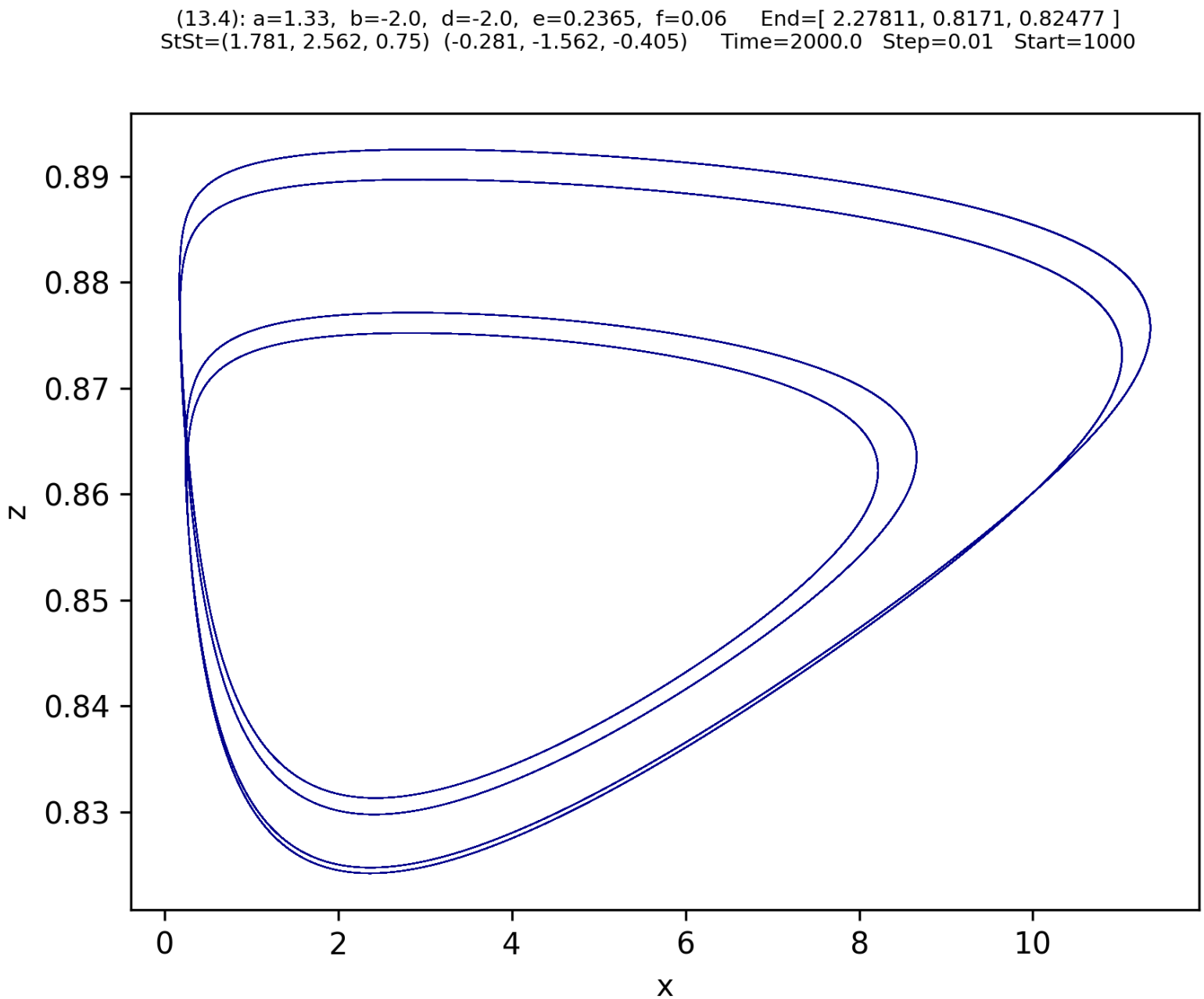
(13.4): a=1.33, b=-2.0, d=-2.0, e=0.23617, f=0.06 End=[0.25916, 6.75337, 0.86249]
StSt=(1.781, 2.562, 0.749) (-0.281, -1.562, -0.405) Time=3000.0 Step=0.002 Start=1000



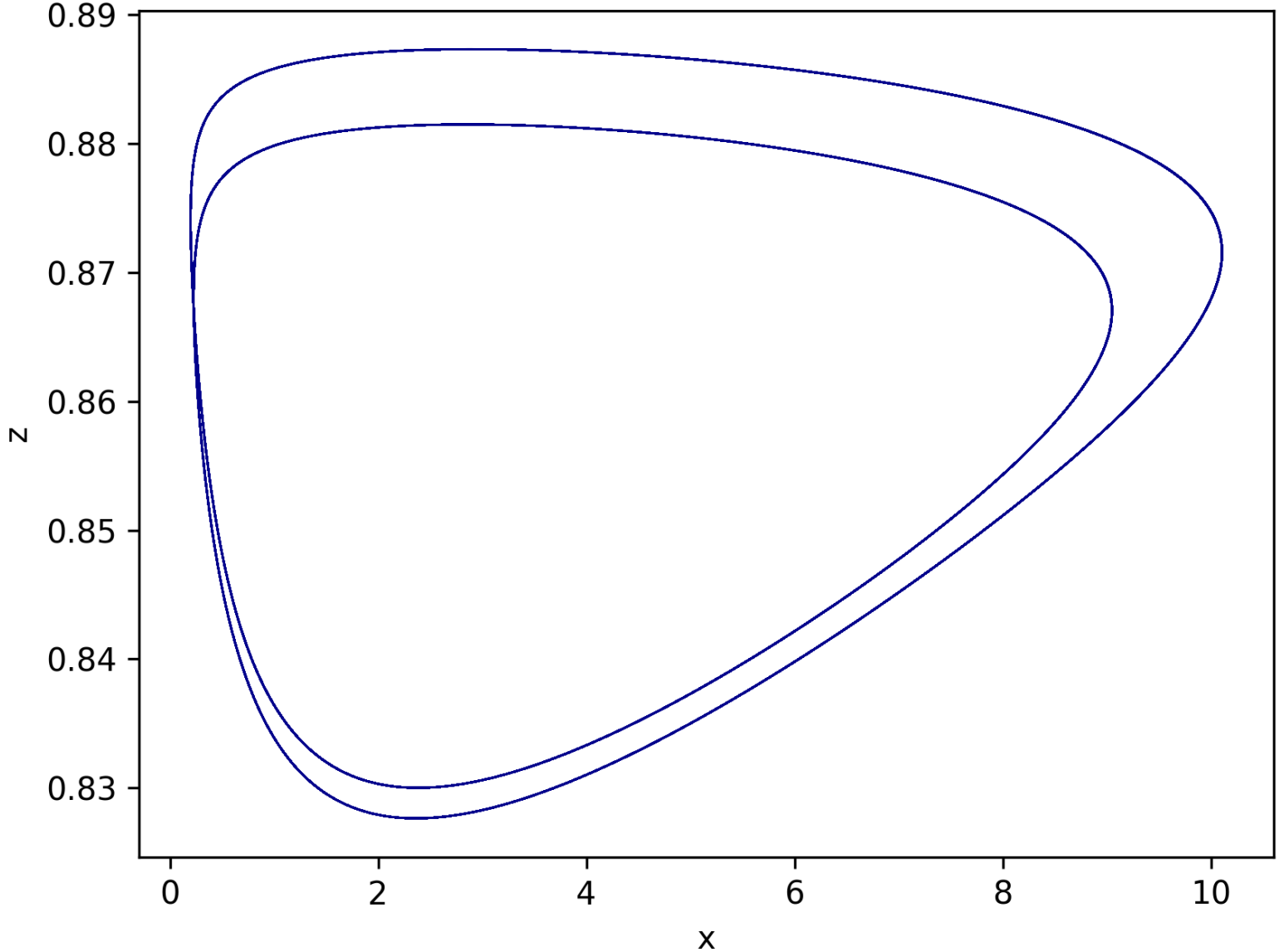
(13.4): a=1.33, b=-2.0, d=-2.0, e=0.2362, f=0.06 End=[1.30294, 1.39422, 0.82717]
StSt=(1.781, 2.562, 0.749) (-0.281, -1.562, -0.405) Time=4000.0 Step=0.002 Start=1000



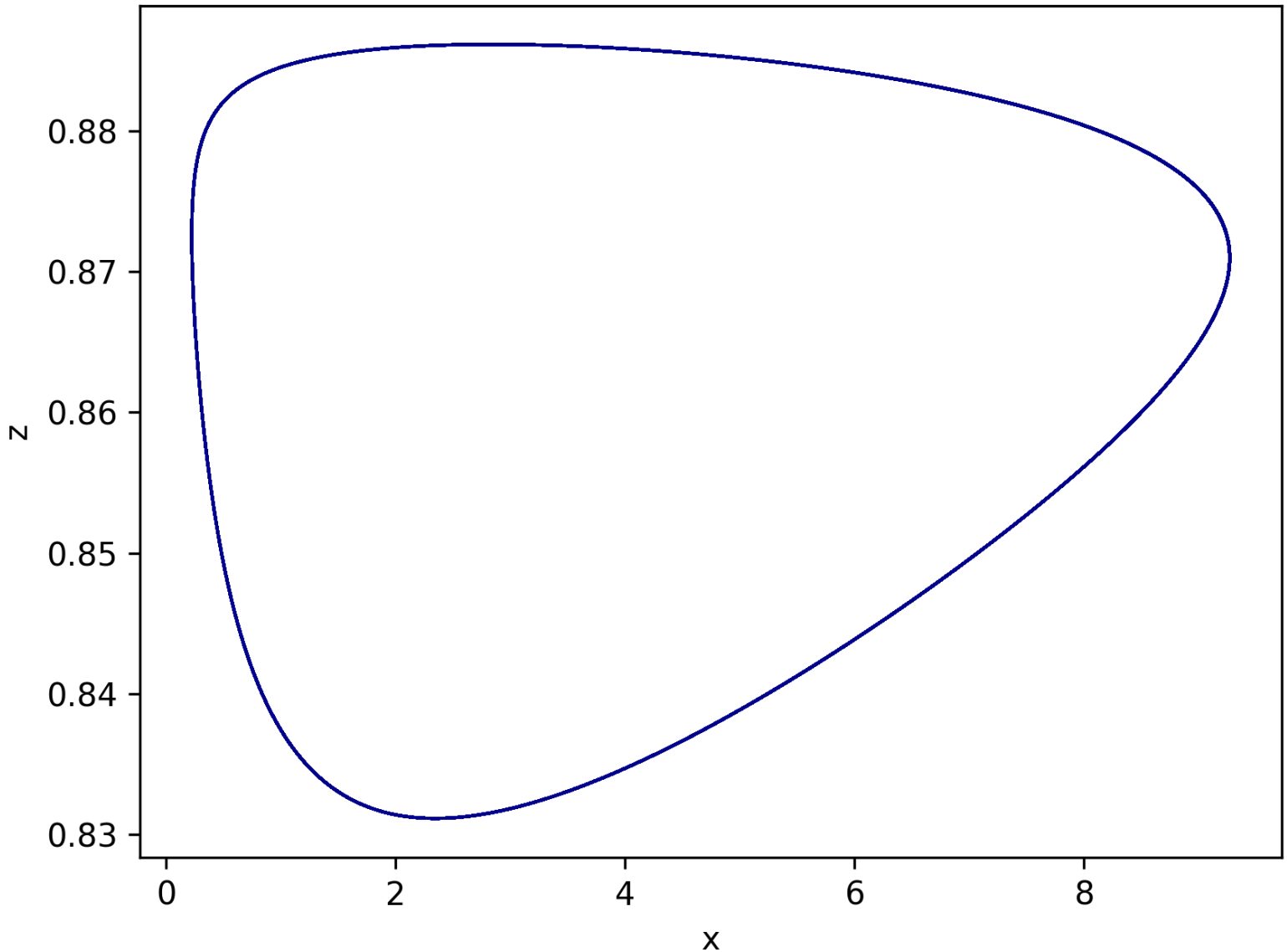

(13.4): a=1.33, b=-2.0, d=-2.0, e=0.2363, f=0.06 End=[7.64311, 4.80259, 0.87136]
StSt=(1.781, 2.562, 0.749) (-0.281, -1.562, -0.405) Time=2000.0 Step=0.004 Start=1000
0.89
0.88
0.87
0.86
0.85
0.84
0.83
z
0
2
4
6
8
10
12
x


(13.4): a=1.33, b=-2.0, d=-2.0, e=0.2365, f=0.06 End=[2.27811, 0.8171, 0.82477]
StSt=(1.781, 2.562, 0.75) (-0.281, -1.562, -0.405) Time=2000.0 Step=0.01 Start=1000
0.89
0.88
0.87
0.86
0.85
0.84
0.83
z
0
2
4
6
8
10
x

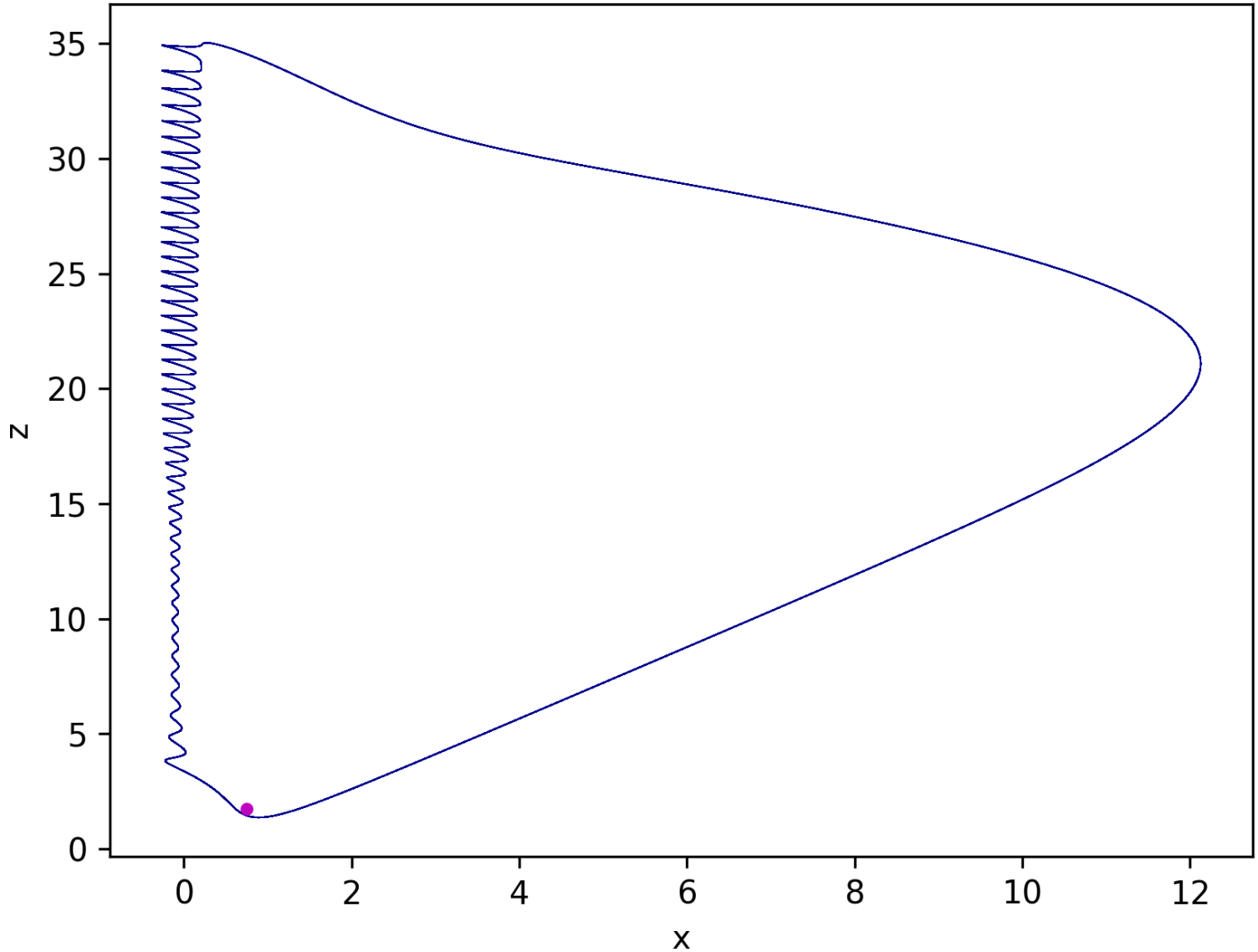
(13.4): a=1.33, b=-2.0, d=-2.0, e=0.24, f=0.06   End=[2.93242, 11.79399, 0.8815]
StSt=(1.781, 2.562, 0.753) (-0.281, -1.562, -0.407)   Time=1000.0   Step=0.01   Start=1000



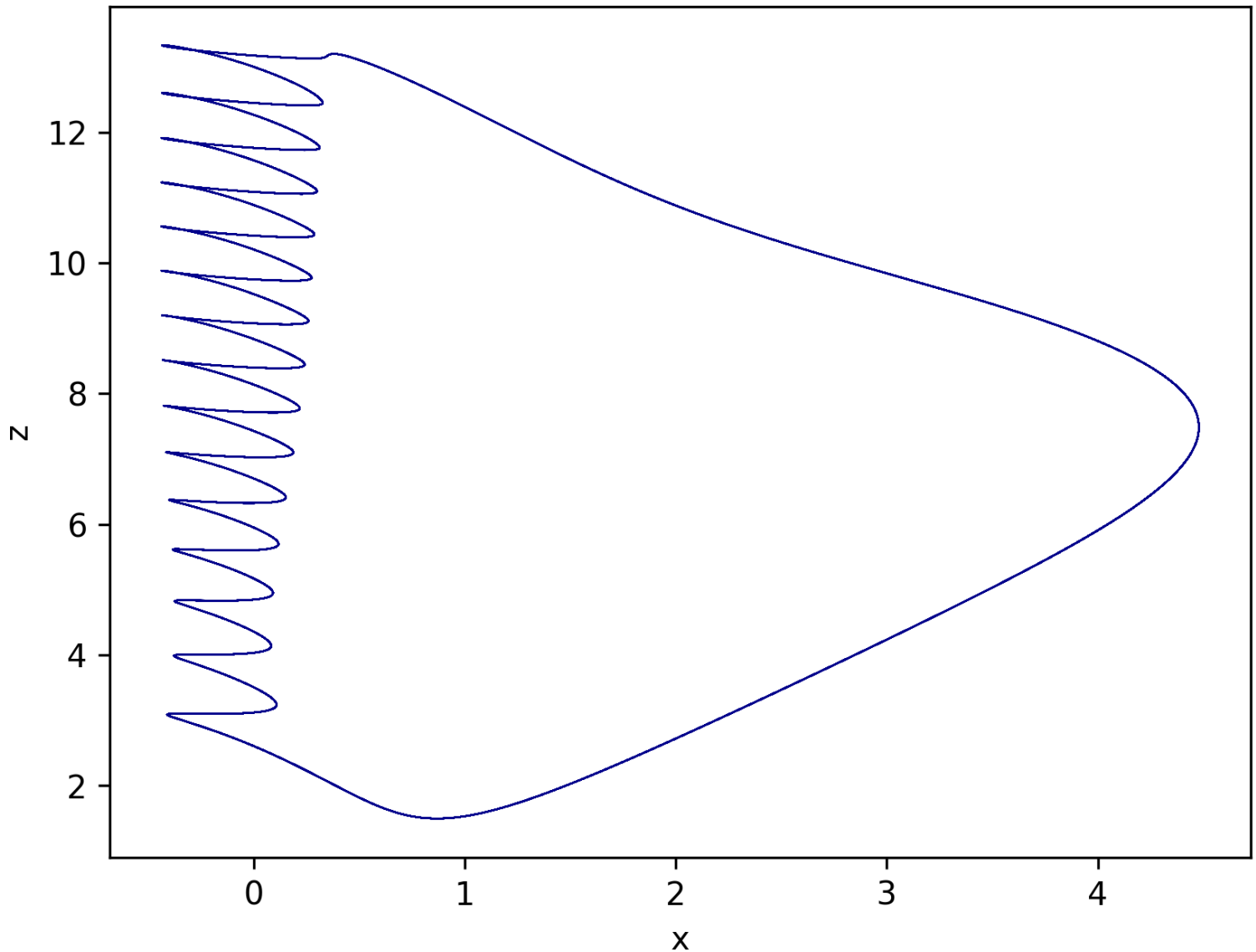
(13.4): a=1.33, b=-2.0, d=-2.0, e=0.245, f=0.06   End=[3.33324, 11.67722, 0.88606]
StSt=(1.781, 2.562, 0.758) (-0.281, -1.562, -0.41)   Time=1000.0   Step=0.01   Start=1000



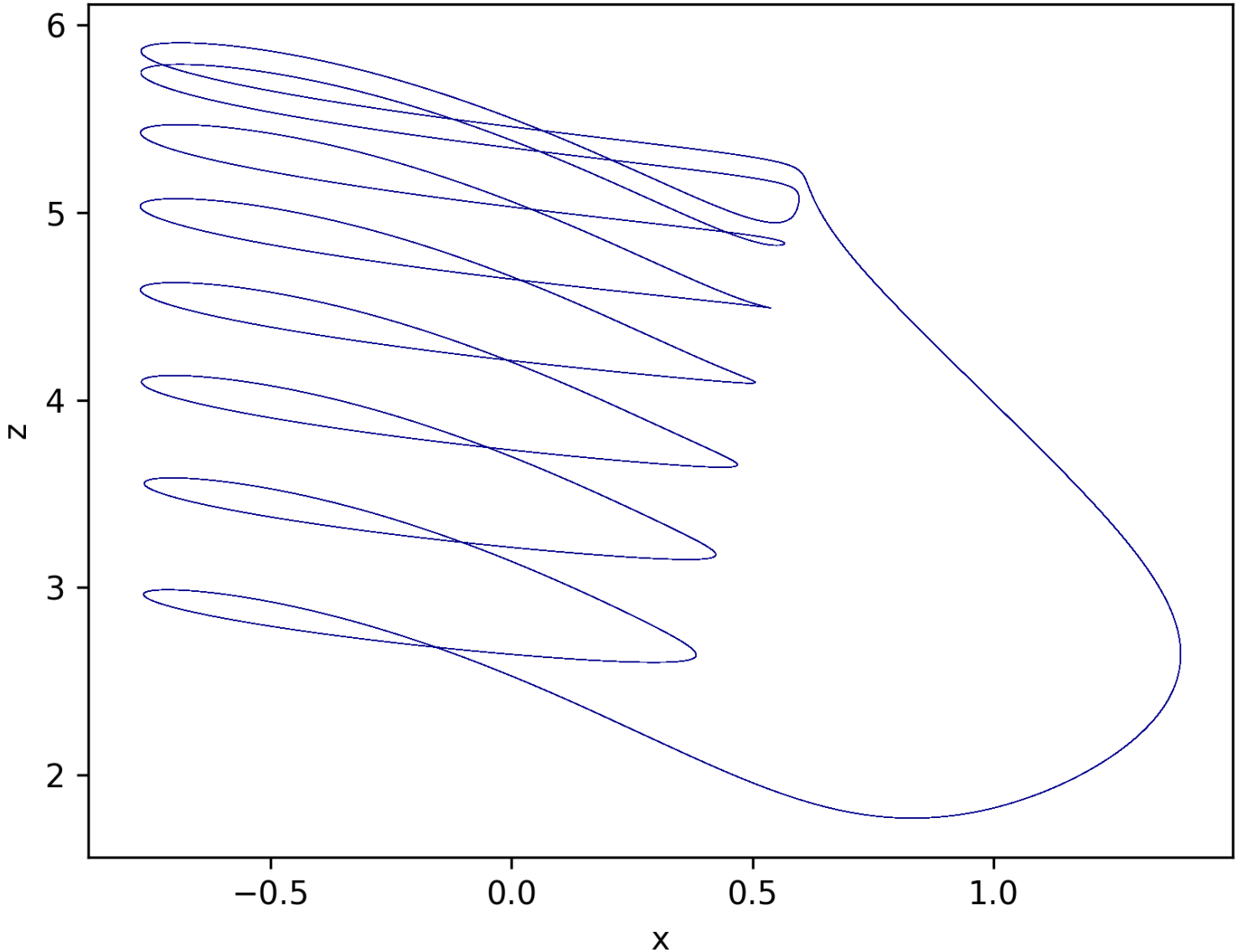
(19.3): a=1.8, b=-1.1, d=-0.25, e=0.8, f=0.5   End=[4.3642, -0.2706, 29.9673]
StSt=(0.75, -1.062, 1.727)   Time=8000.0   Step=0.001   Start=10000

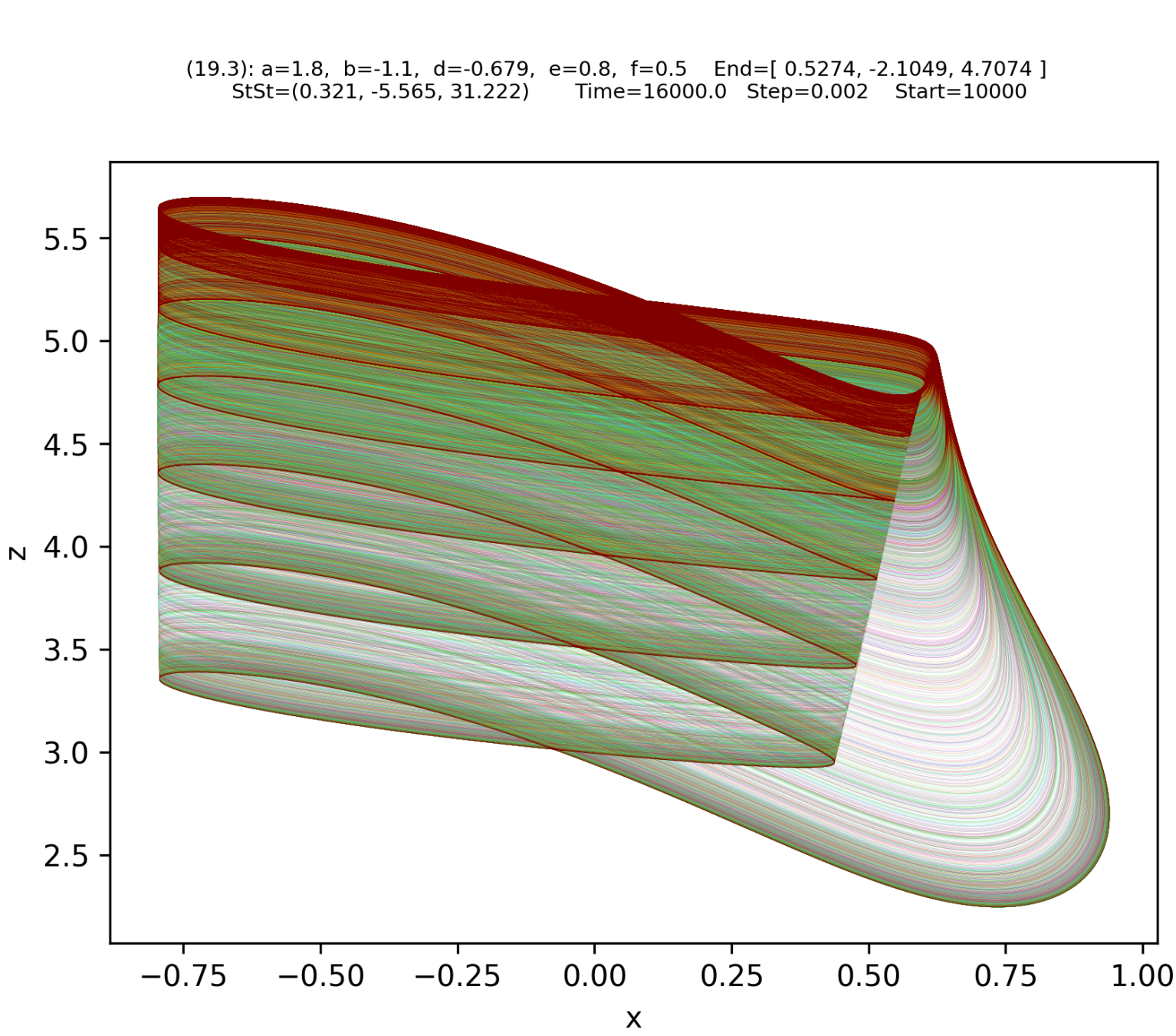


(19.3): a=1.8, b=-1.1, d=-0.4, e=0.8, f=0.5 End=[-0.0801, -3.1744, 8.2302]
StSt=(0.6, -1.636, 3.156) Time=4000.0 Step=0.002 Start=10000

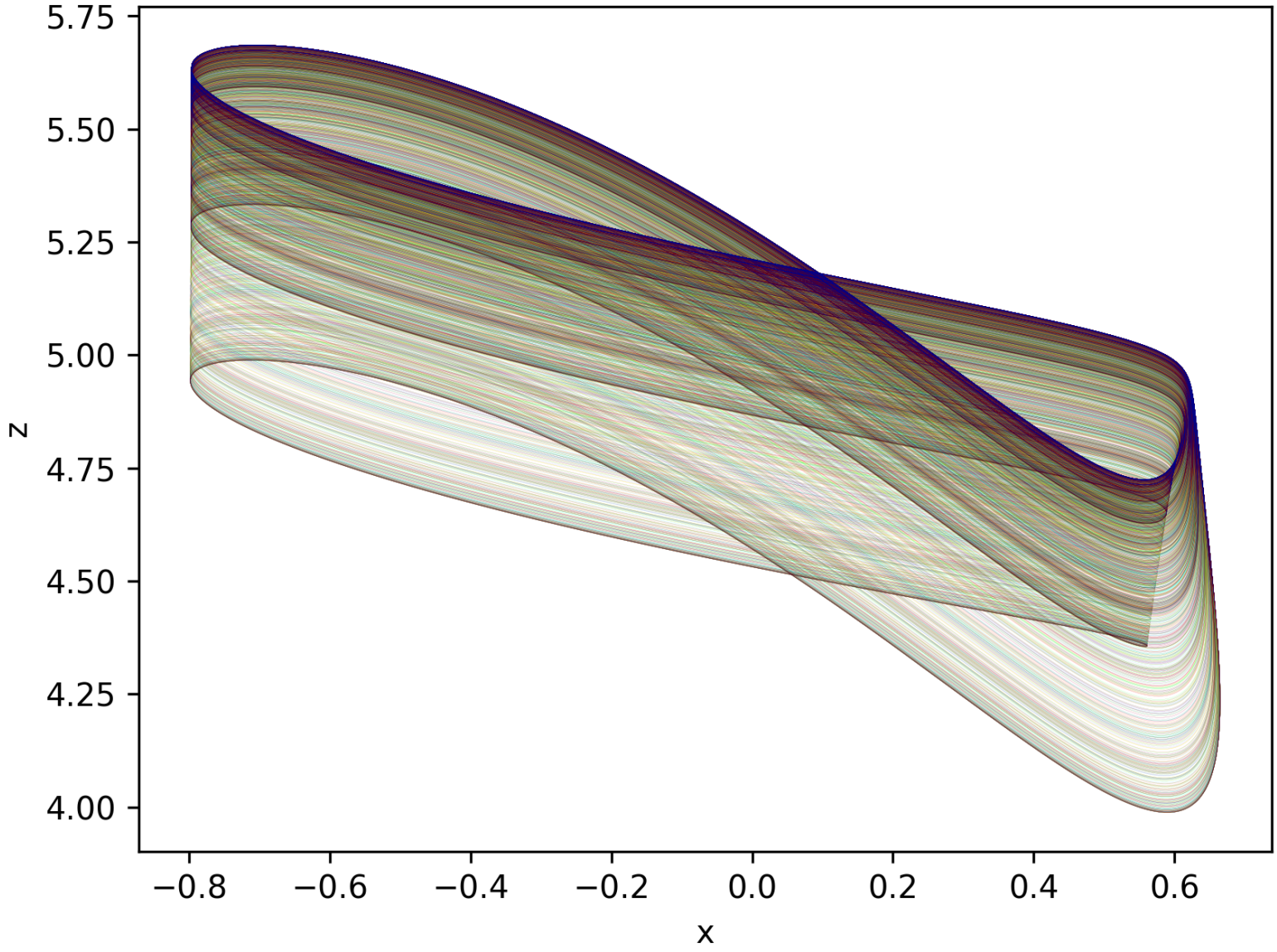


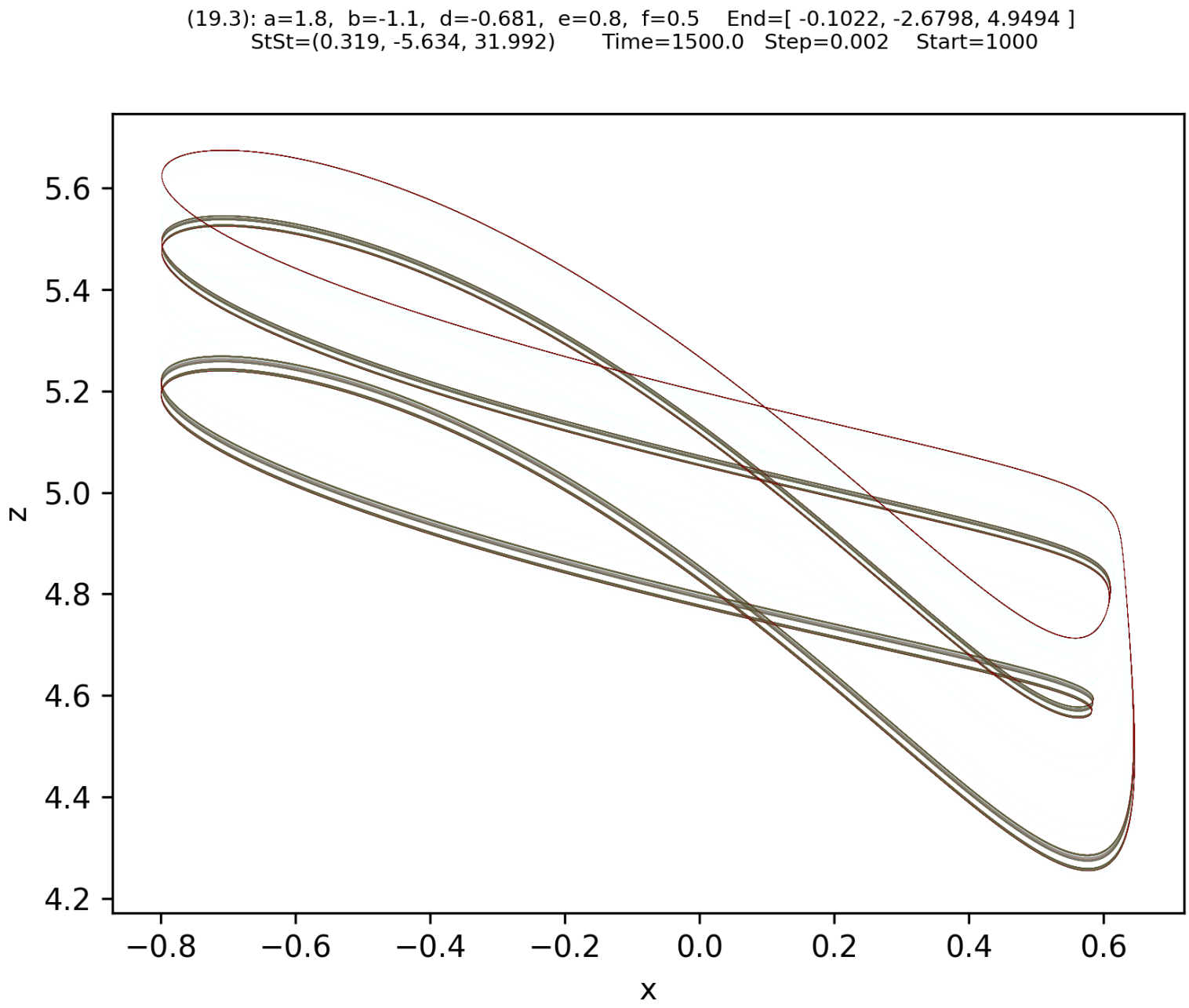
(19.3): a=1.8, b=-1.1, d=-0.66, e=0.8, f=0.5   End=[0.5368, -2.0216, 4.492]
StSt=(0.34, -4.969, 24.965)   Time=6000.0   Step=0.001   Start=1000

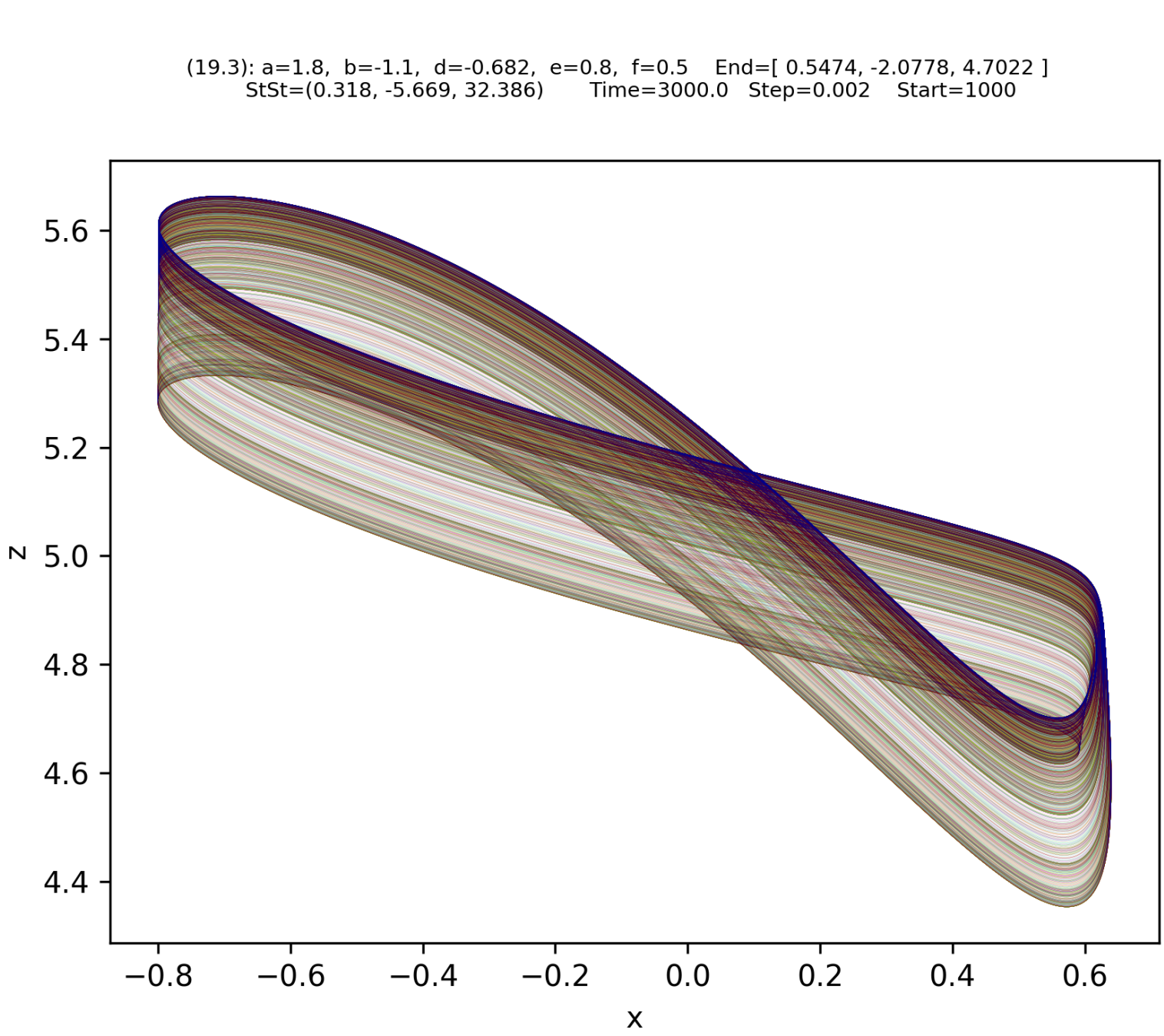


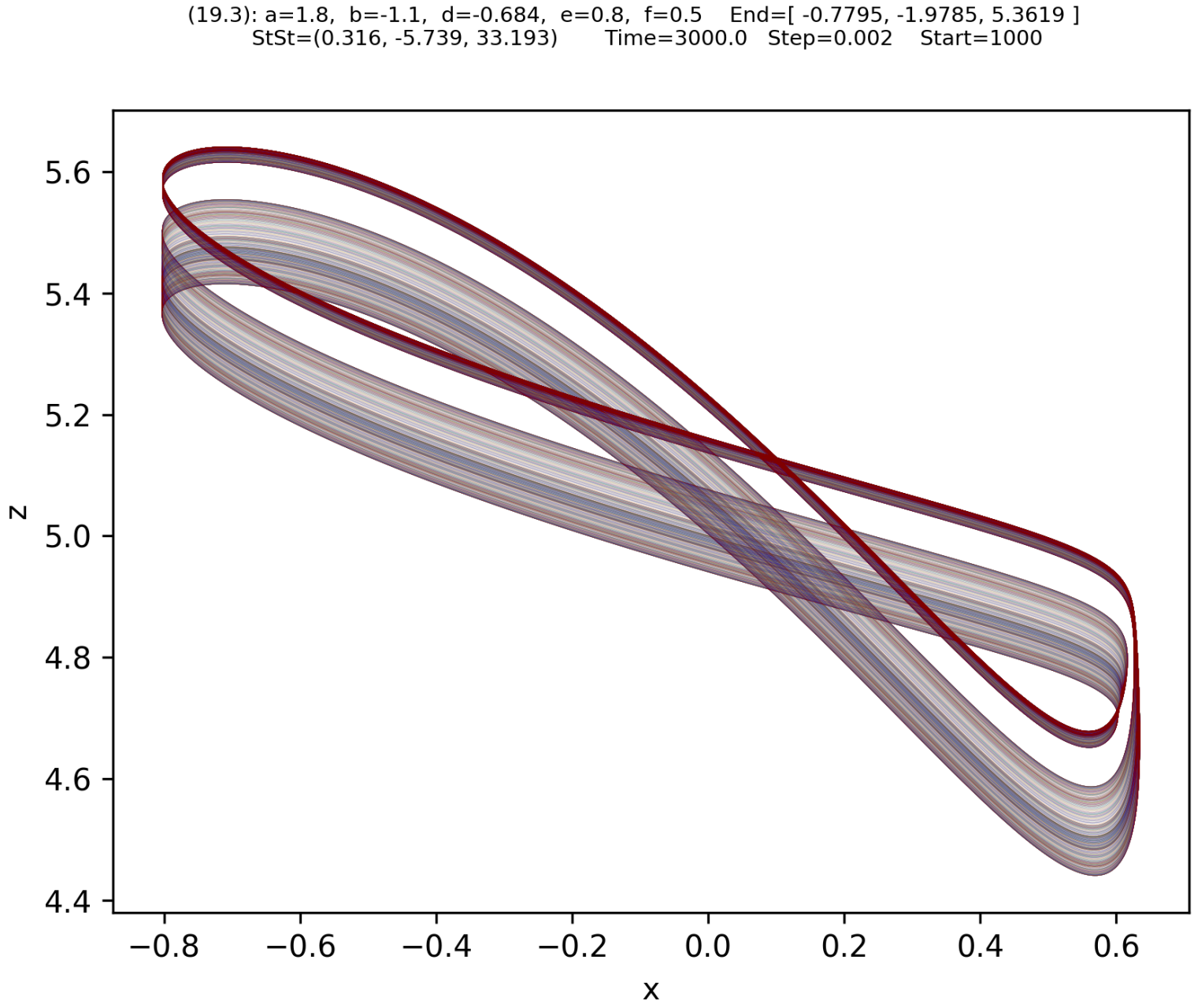

(19.3): a=1.8, b=-1.1, d=-0.679, e=0.8, f=0.5 End=[0.5274, -2.1049, 4.7074]
StSt=(0.321, -5.565, 31.222) Time=16000.0 Step=0.002 Start=10000
5.5
5.0
4.5
4.0
3.5
3.0
2.5
z
−0.75
−0.50
−0.25
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00
x

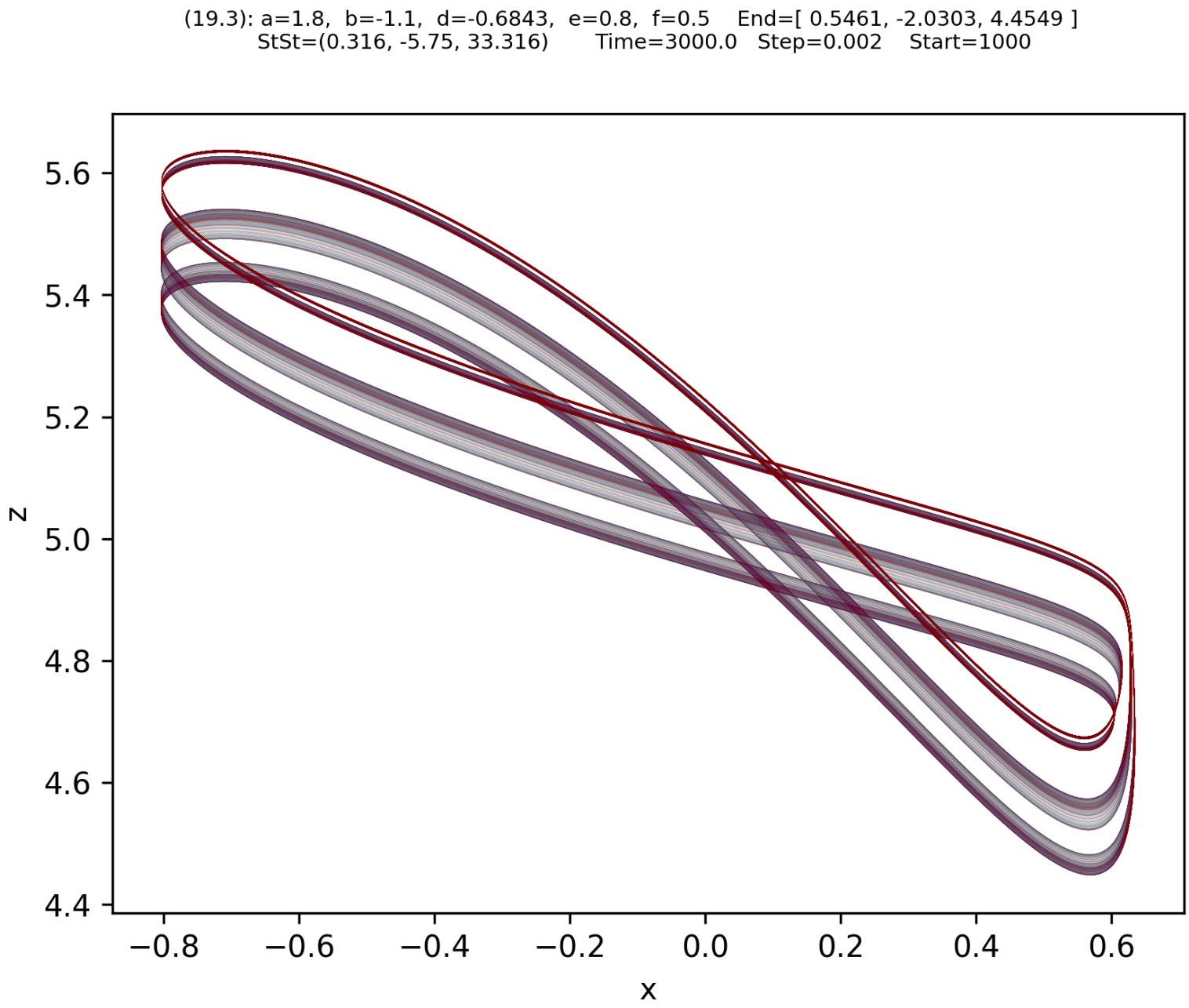
(19.3): a=1.8, b=-1.1, d=-0.68, e=0.8, f=0.5   End=[0.4609, -1.9364, 4.8446]
StSt=(0.32, -5.599, 31.604)   Time=3000.0   Step=0.002   Start=1000

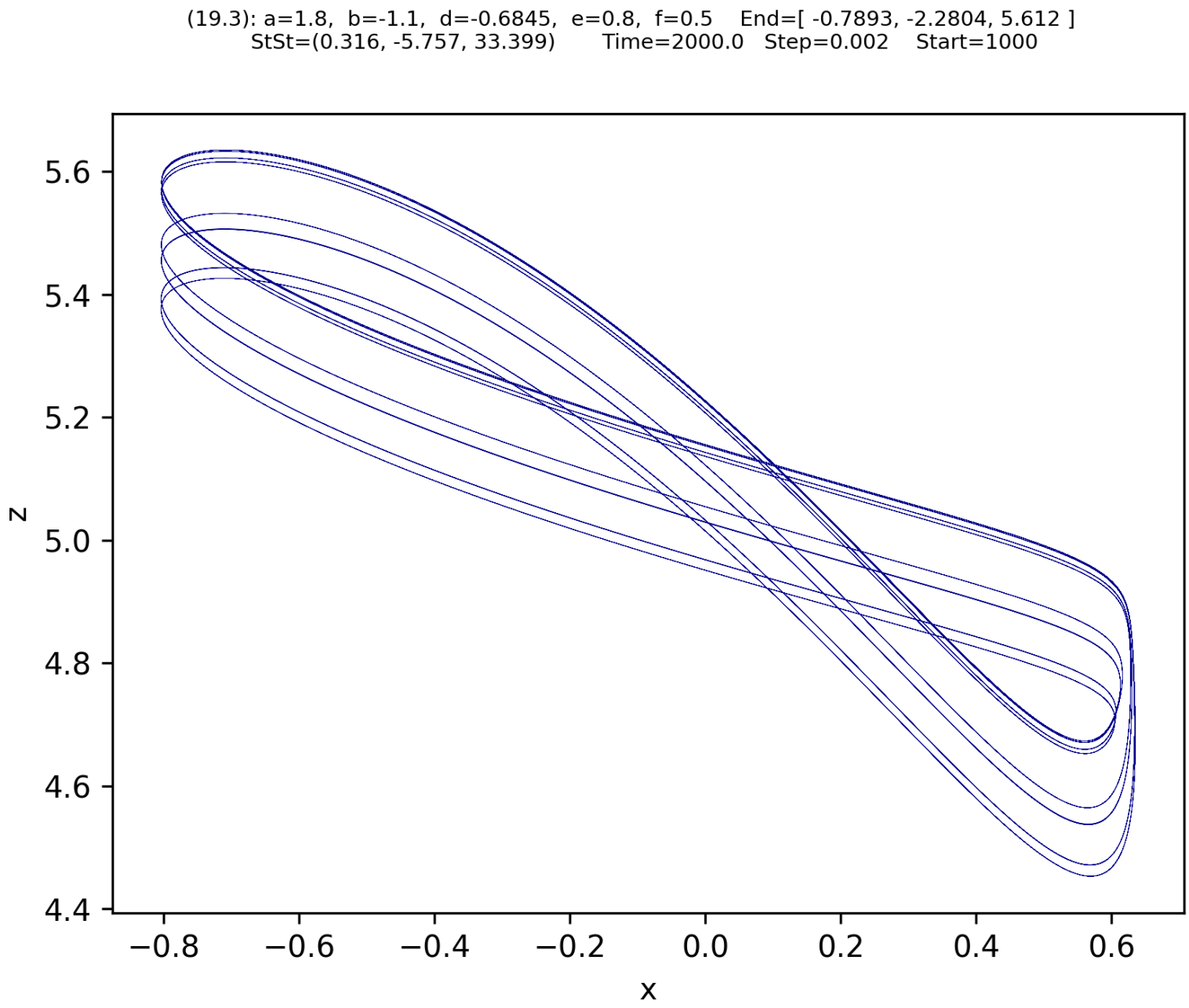


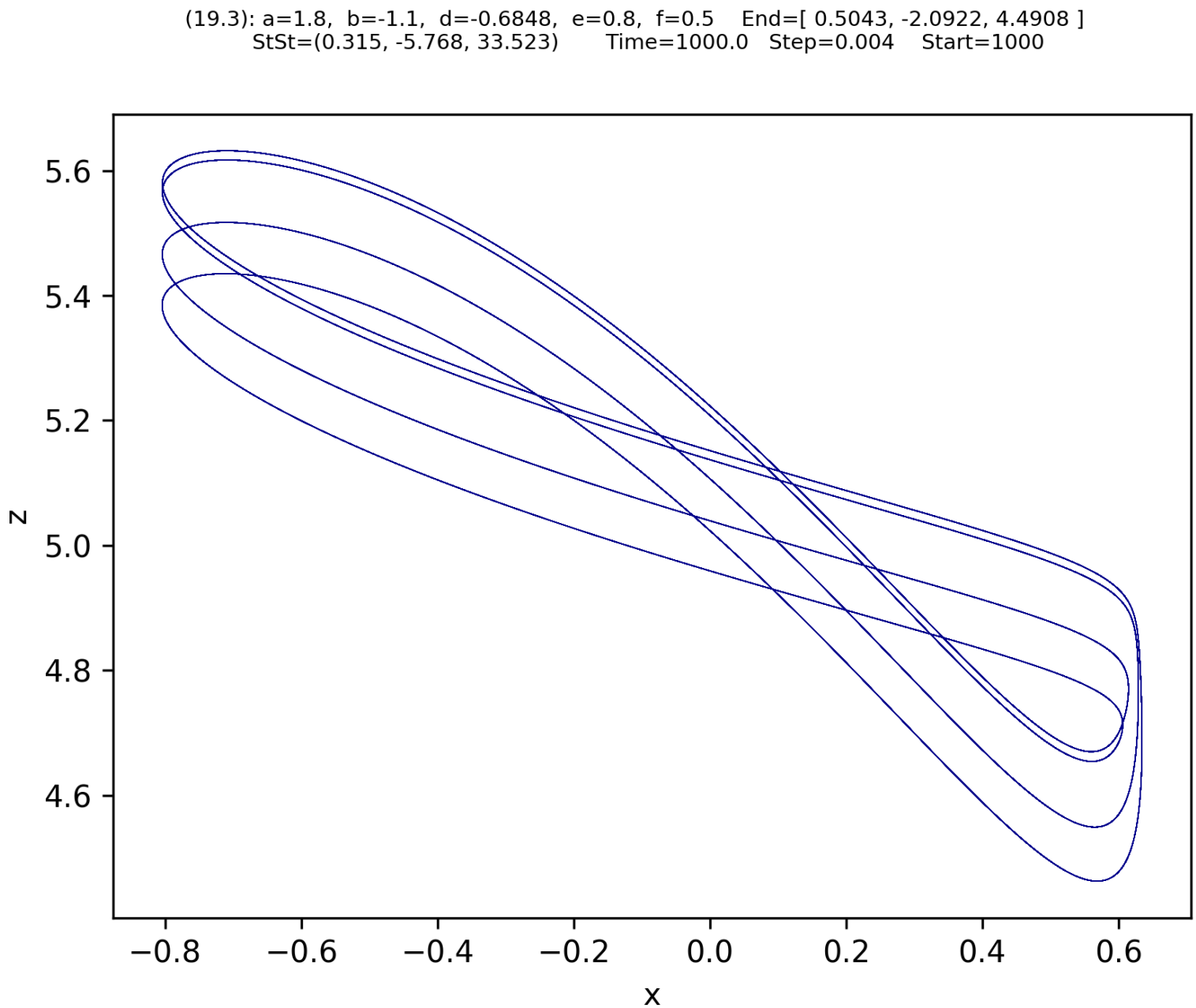

(19.3): a=1.8, b=-1.1, d=-0.681, e=0.8, f=0.5 End=[-0.1022, -2.6798, 4.9494]
StSt=(0.319, -5.634, 31.992) Time=1500.0 Step=0.002 Start=1000
5.6
5.4
5.2
5.0
4.8
4.6
4.4
4.2
z
−0.8
−0.6
−0.4
−0.2
0.0
0.2
0.4
0.6
x

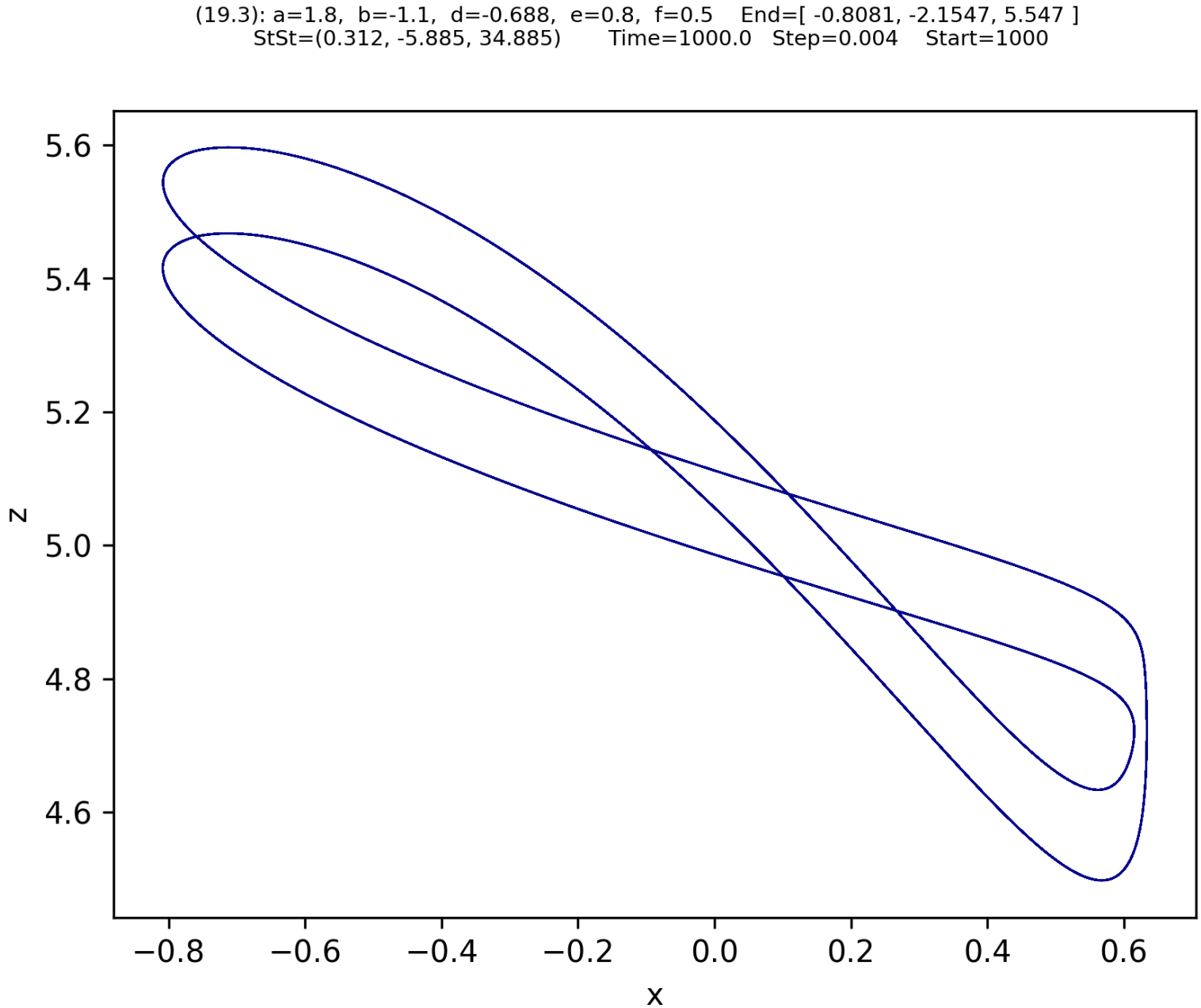

(19.3): a=1.8, b=-1.1, d=-0.682, e=0.8, f=0.5 End=[0.5474, -2.0778, 4.7022]
StSt=(0.318, -5.669, 32.386) Time=3000.0 Step=0.002 Start=1000
5.6
5.4
5.2
5.0
4.8
4.6
4.4
z
−0.8
−0.6
−0.4
−0.2
0.0
0.2
0.4
0.6
x


(19.3): a=1.8, b=-1.1, d=-0.684, e=0.8, f=0.5 End=[-0.7795, -1.9785, 5.3619]
StSt=(0.316, -5.739, 33.193) Time=3000.0 Step=0.002 Start=1000
5.6
5.4
5.2
5.0
4.8
4.6
4.4
z
−0.8
−0.6
−0.4
−0.2
0.0
0.2
0.4
0.6
x

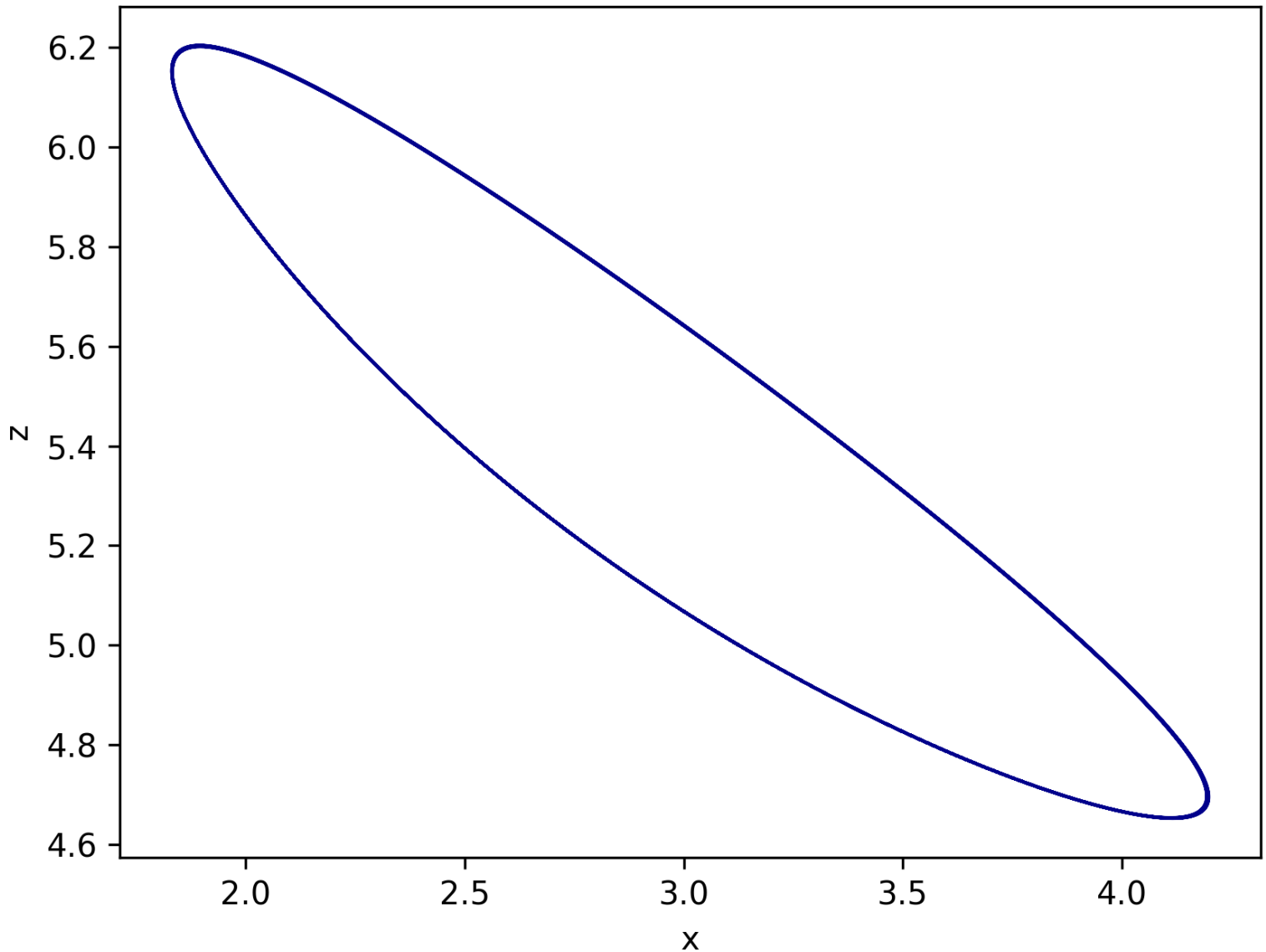

(19.3): a=1.8, b=-1.1, d=-0.6843, e=0.8, f=0.5 End=[0.5461, -2.0303, 4.4549]
StSt=(0.316, -5.75, 33.316) Time=3000.0 Step=0.002 Start=1000
5.6
5.4
5.2
5.0
4.8
4.6
4.4
z
−0.8
−0.6
−0.4
−0.2
0.0
0.2
0.4
0.6
x


(19.3): a=1.8, b=-1.1, d=-0.6845, e=0.8, f=0.5 End=[-0.7893, -2.2804, 5.612]
StSt=(0.316, -5.757, 33.399) Time=2000.0 Step=0.002 Start=1000
5.6
5.4
5.2
5.0
4.8
4.6
4.4
z
−0.8
−0.6
−0.4
−0.2
0.0
0.2
0.4
0.6
x

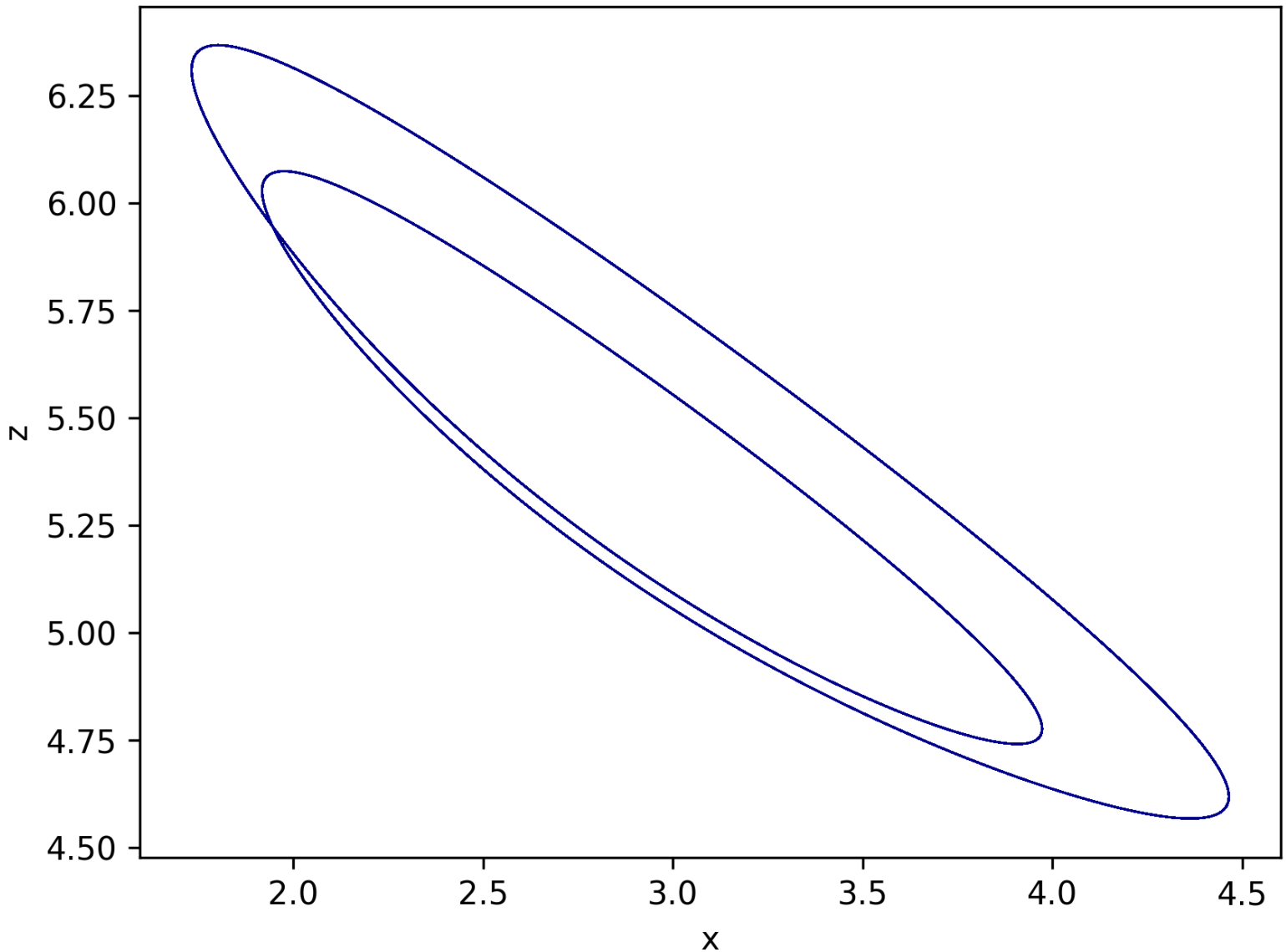

(19.3): a=1.8, b=-1.1, d=-0.6848, e=0.8, f=0.5 End=[0.5043, -2.0922, 4.4908]
StSt=(0.315, -5.768, 33.523) Time=1000.0 Step=0.004 Start=1000
5.6
5.4
5.2
5.0
4.8
4.6
z
−0.8
−0.6
−0.4
−0.2
0.0
0.2
0.4
0.6
x

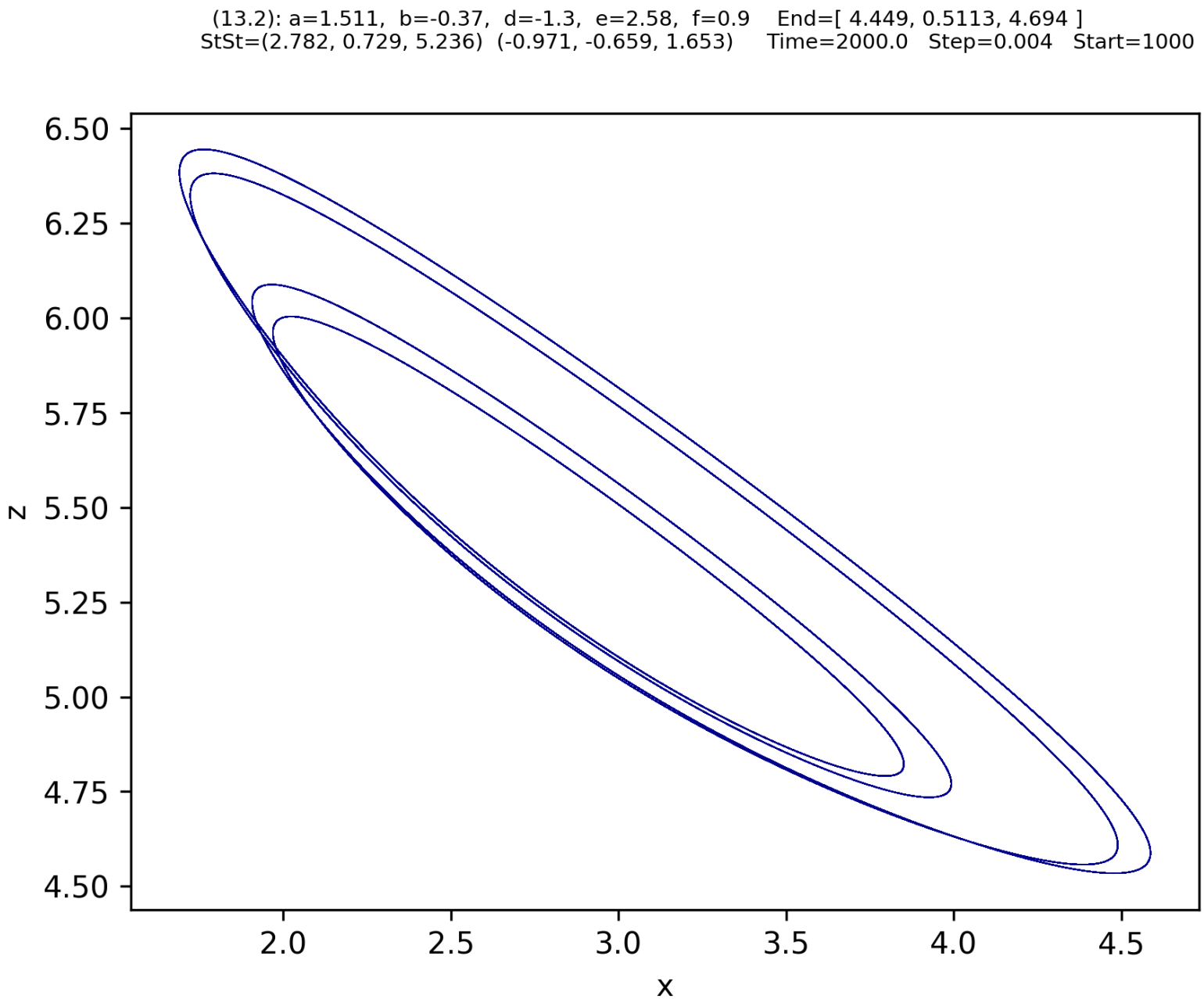

(19.3): a=1.8, b=-1.1, d=-0.688, e=0.8, f=0.5 End=[-0.8081, -2.1547, 5.547]
StSt=(0.312, -5.885, 34.885) Time=1000.0 Step=0.004 Start=1000
5.6
5.4
5.2
5.0
4.8
4.6
z
−0.8
−0.6
−0.4
−0.2
0.0
0.2
0.4
0.6
x

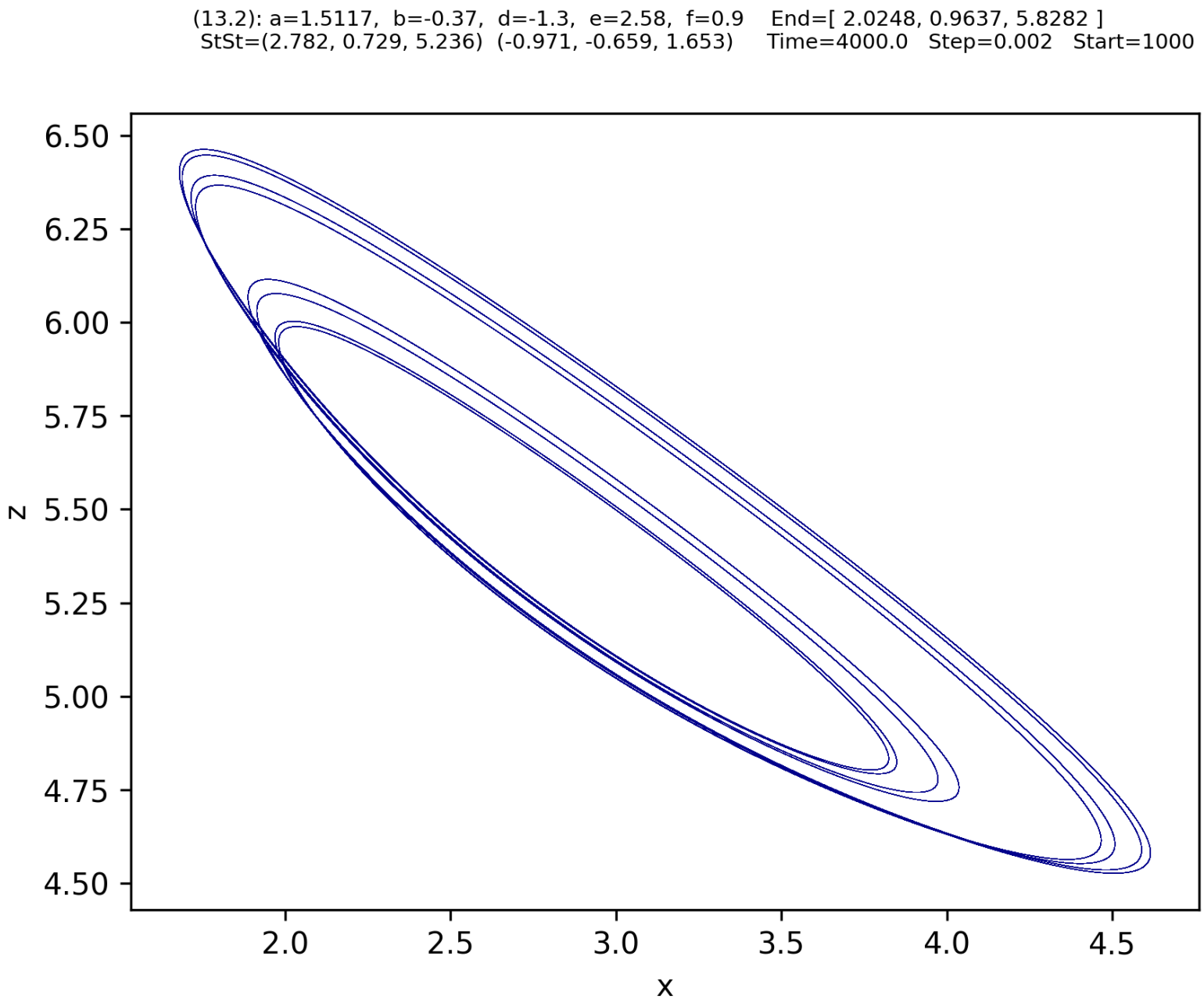
(13.2): a=1.5, b=-0.37, d=-1.3, e=2.58, f=0.9   End=[4.1777, 0.5183, 4.7463]
StSt=(2.782, 0.729, 5.236) (-0.971, -0.659, 1.653)   Time=1000.0   Step=0.004   Start=1000



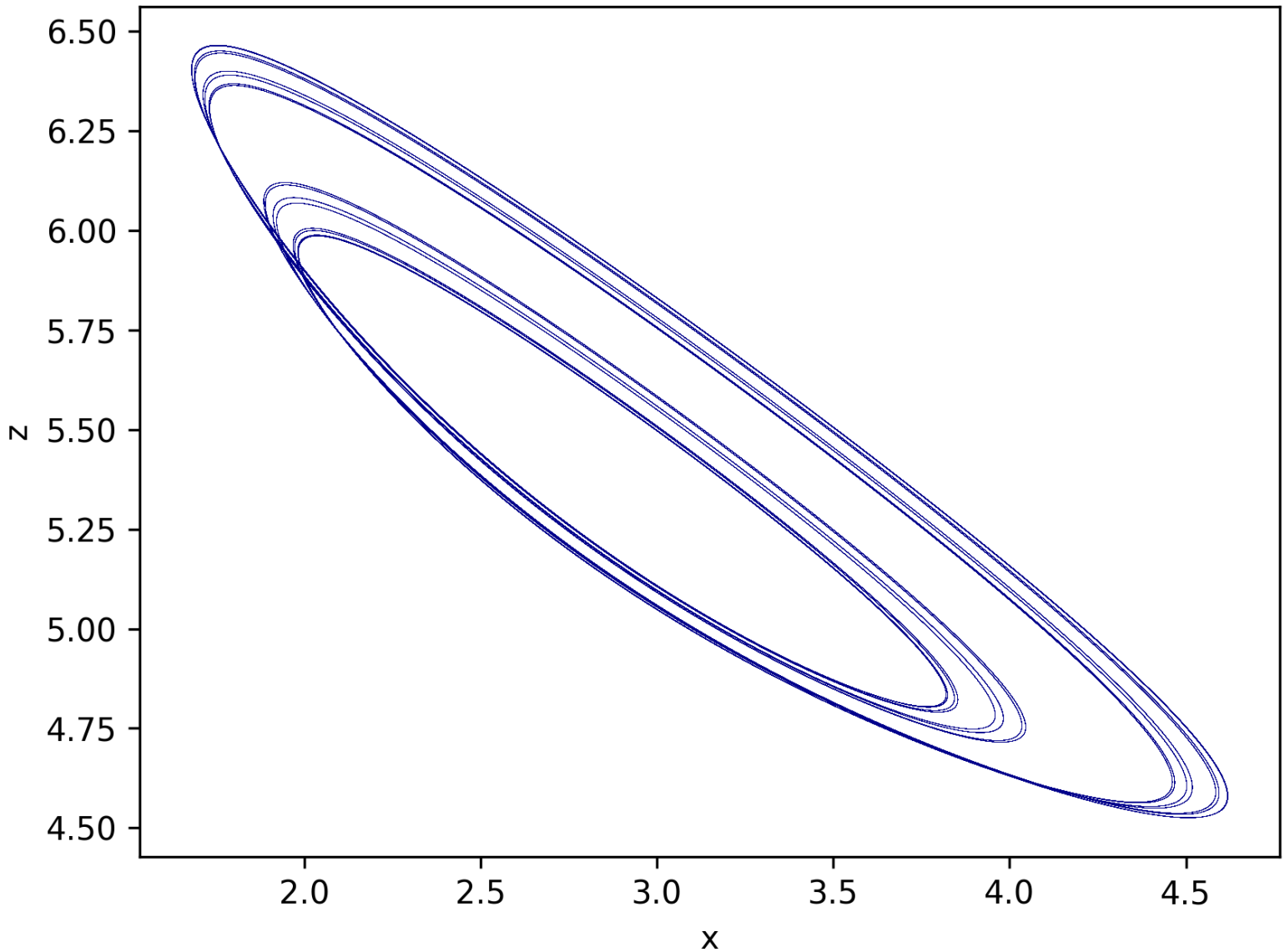
(13.2): a=1.507, b=-0.37, d=-1.3, e=2.58, f=0.9   End=[1.7953, 1.3664, 6.3672]
StSt=(2.782, 0.729, 5.236) (-0.971, -0.659, 1.653)   Time=1000.0   Step=0.004   Start=1000

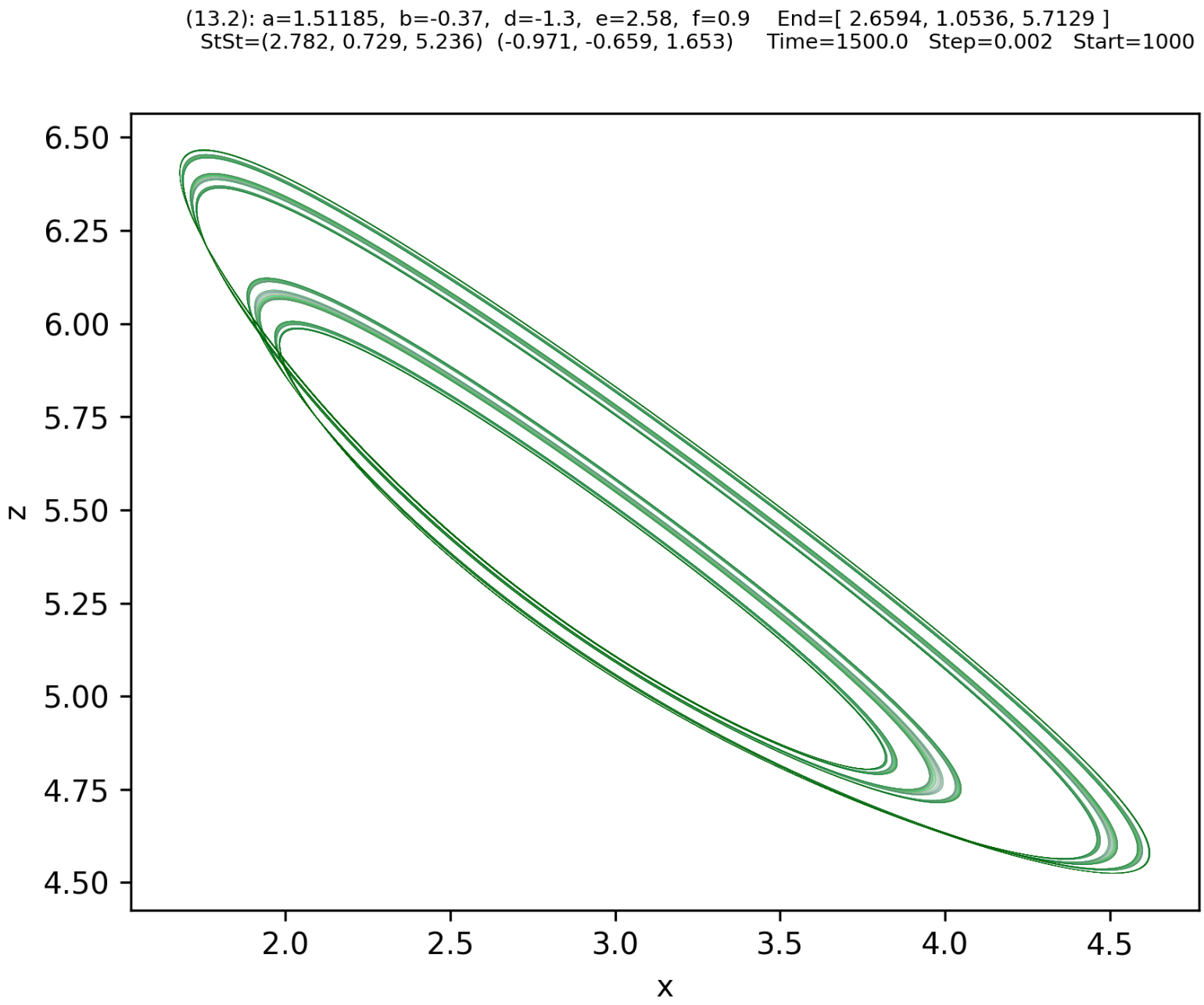



(13.2): a=1.511, b=-0.37, d=-1.3, e=2.58, f=0.9 End=[4.449, 0.5113, 4.694]
StSt=(2.782, 0.729, 5.236) (-0.971, -0.659, 1.653) Time=2000.0 Step=0.004 Start=1000
6.50
6.25
6.00
5.75
5.50
5.25
5.00
4.75
4.50
z
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
4.5
x

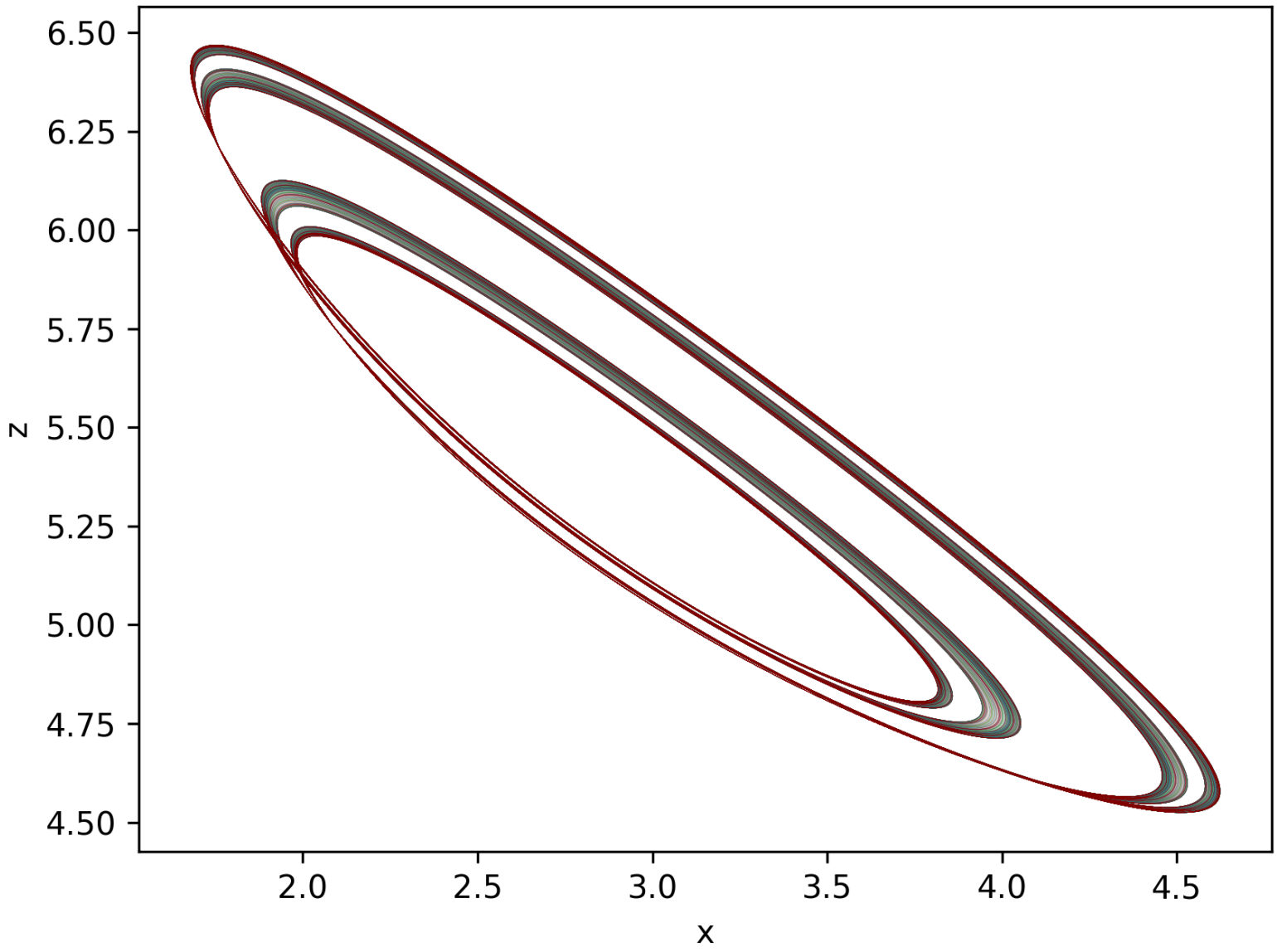

(13.2): a=1.5117, b=-0.37, d=-1.3, e=2.58, f=0.9 End=[2.0248, 0.9637, 5.8282]
StSt=(2.782, 0.729, 5.236) (-0.971, -0.659, 1.653) Time=4000.0 Step=0.002 Start=1000
6.50
6.25
6.00
5.75
5.50
5.25
5.00
4.75
4.50
z
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
4.5
x

(13.2): a=1.5118, b=-0.37, d=-1.3, e=2.58, f=0.9 End=[2.6648, 1.2447, 5.9632]
StSt=(2.782, 0.729, 5.236) (-0.971, -0.659, 1.653) Time=4000.0 Step=0.002 Start=1000

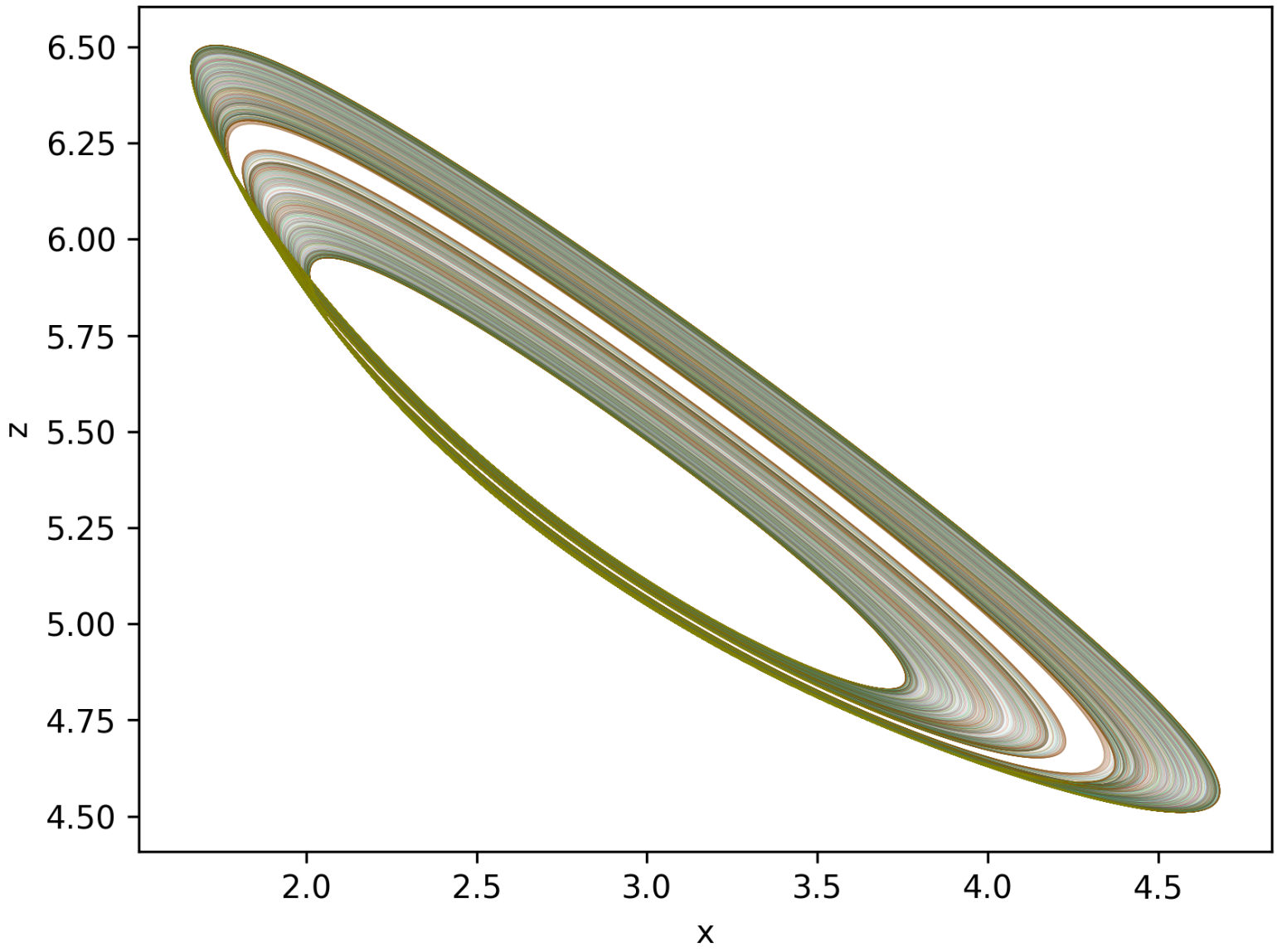


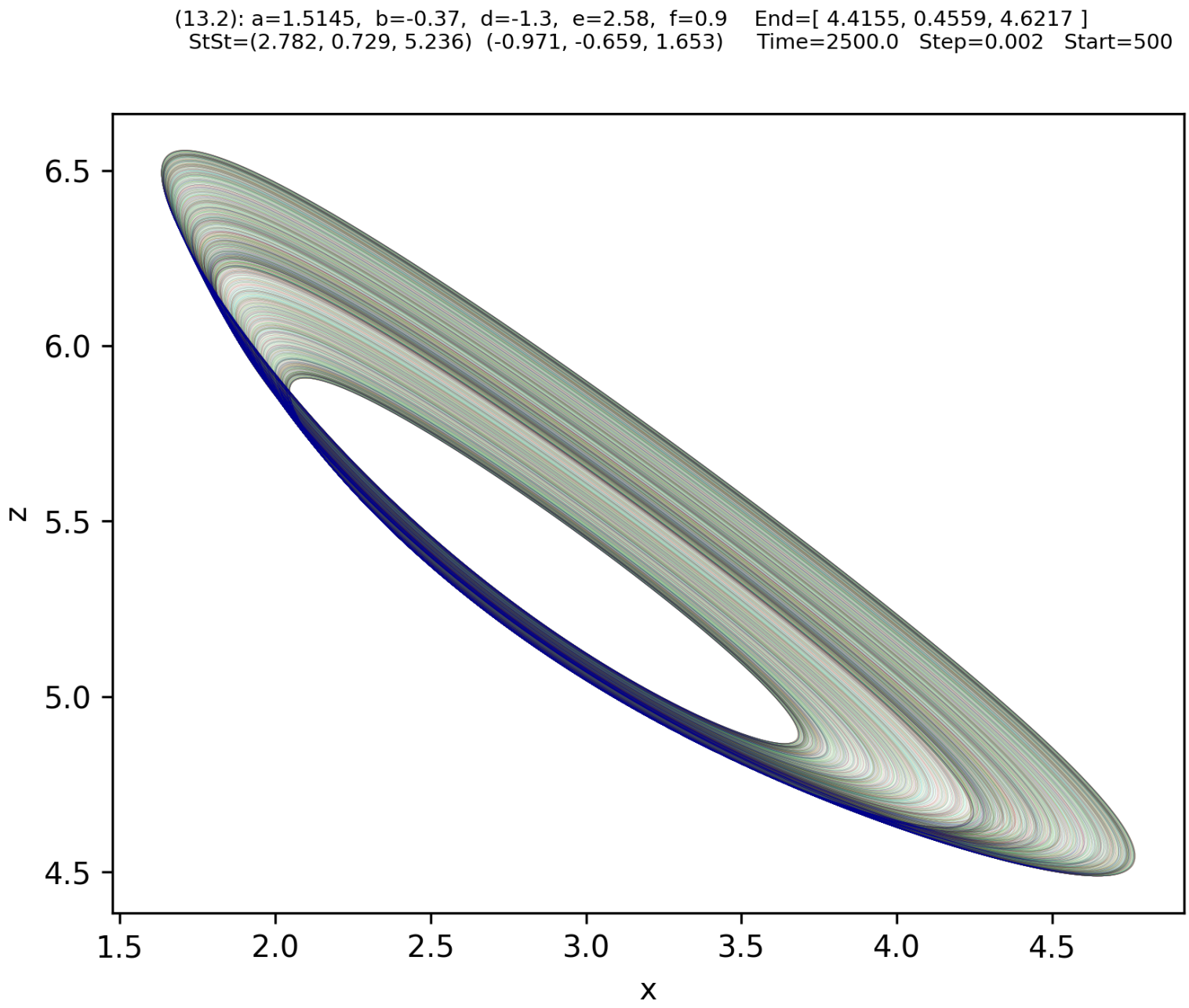

(13.2): a=1.51185, b=-0.37, d=-1.3, e=2.58, f=0.9 End=[2.6594, 1.0536, 5.7129]
StSt=(2.782, 0.729, 5.236) (-0.971, -0.659, 1.653) Time=1500.0 Step=0.002 Start=1000
6.50
6.25
6.00
5.75
5.50
5.25
5.00
4.75
4.50
z
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
4.5
x

(13.2): a=1.51191, b=-0.37, d=-1.3, e=2.58, f=0.9 End=[2.4626, 1.1014, 5.8177]
StSt=(2.782, 0.729, 5.236) (-0.971, -0.659, 1.653) Time=4000.0 Step=0.002 Start=10000

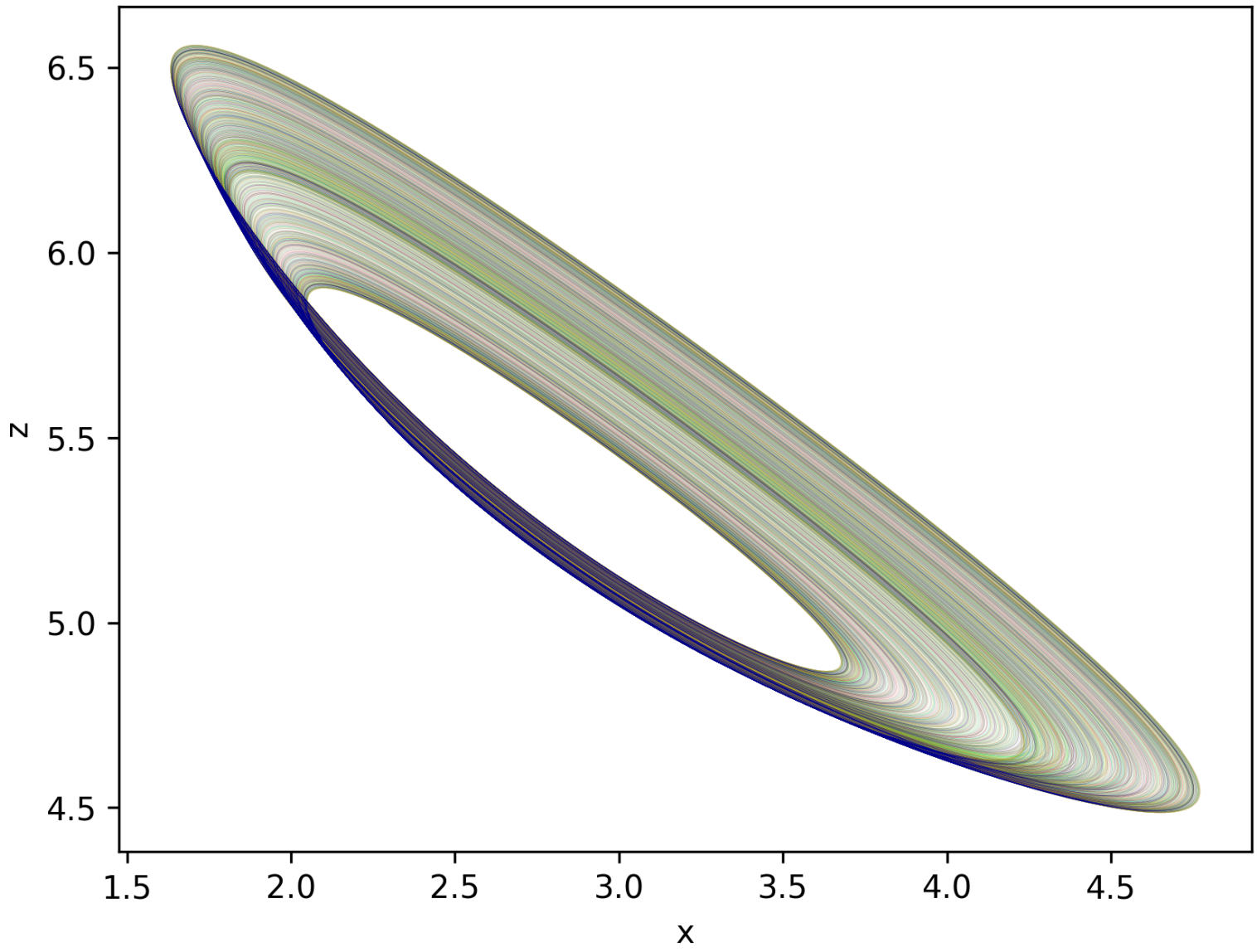


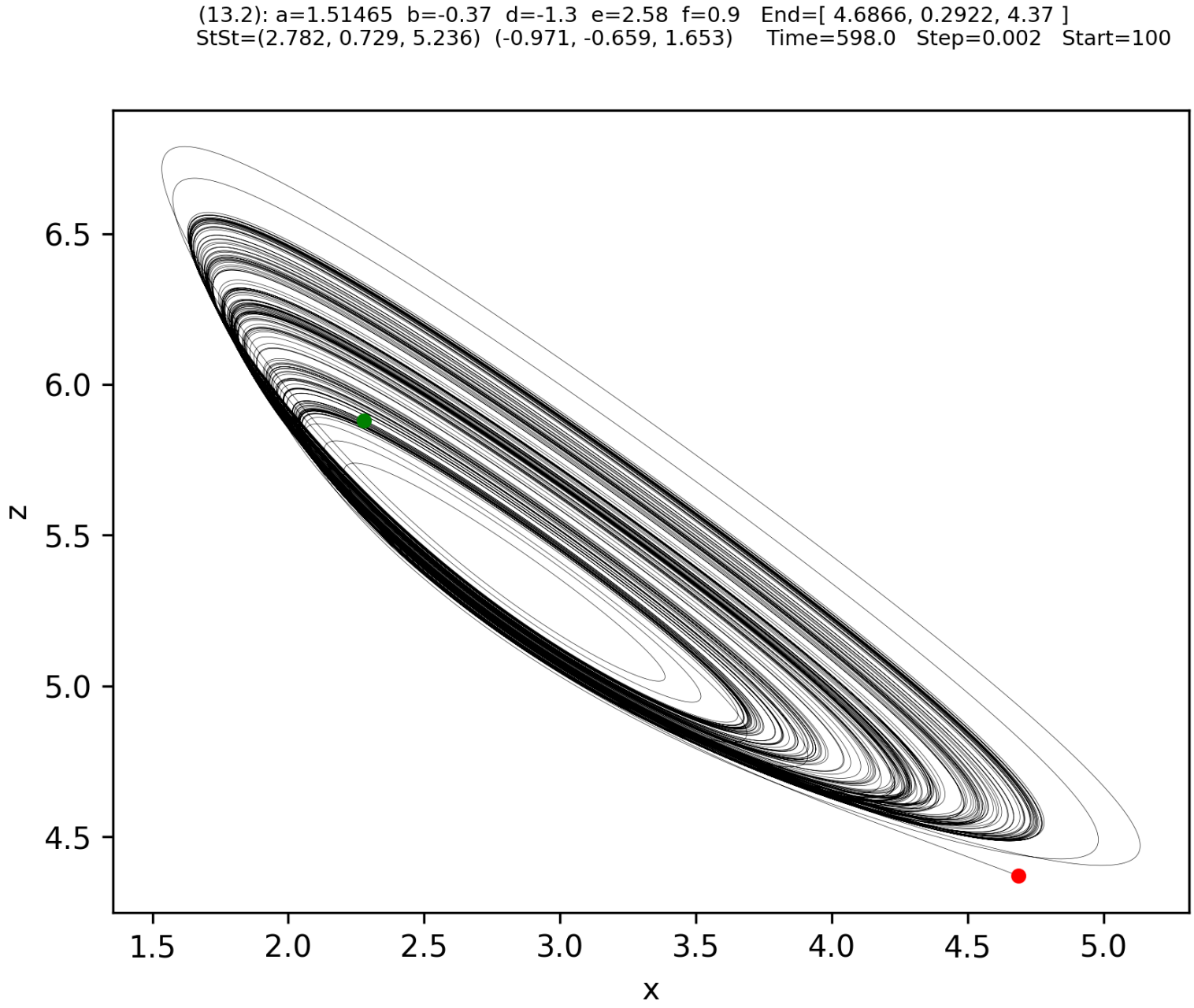
(13.2): a=1.513, b=-0.37, d=-1.3, e=2.58, f=0.9 End=[2.9432, 1.1338, 5.7596]
StSt=(2.782, 0.729, 5.236) (-0.971, -0.659, 1.653) Time=2500.0 Step=0.002 Start=1000

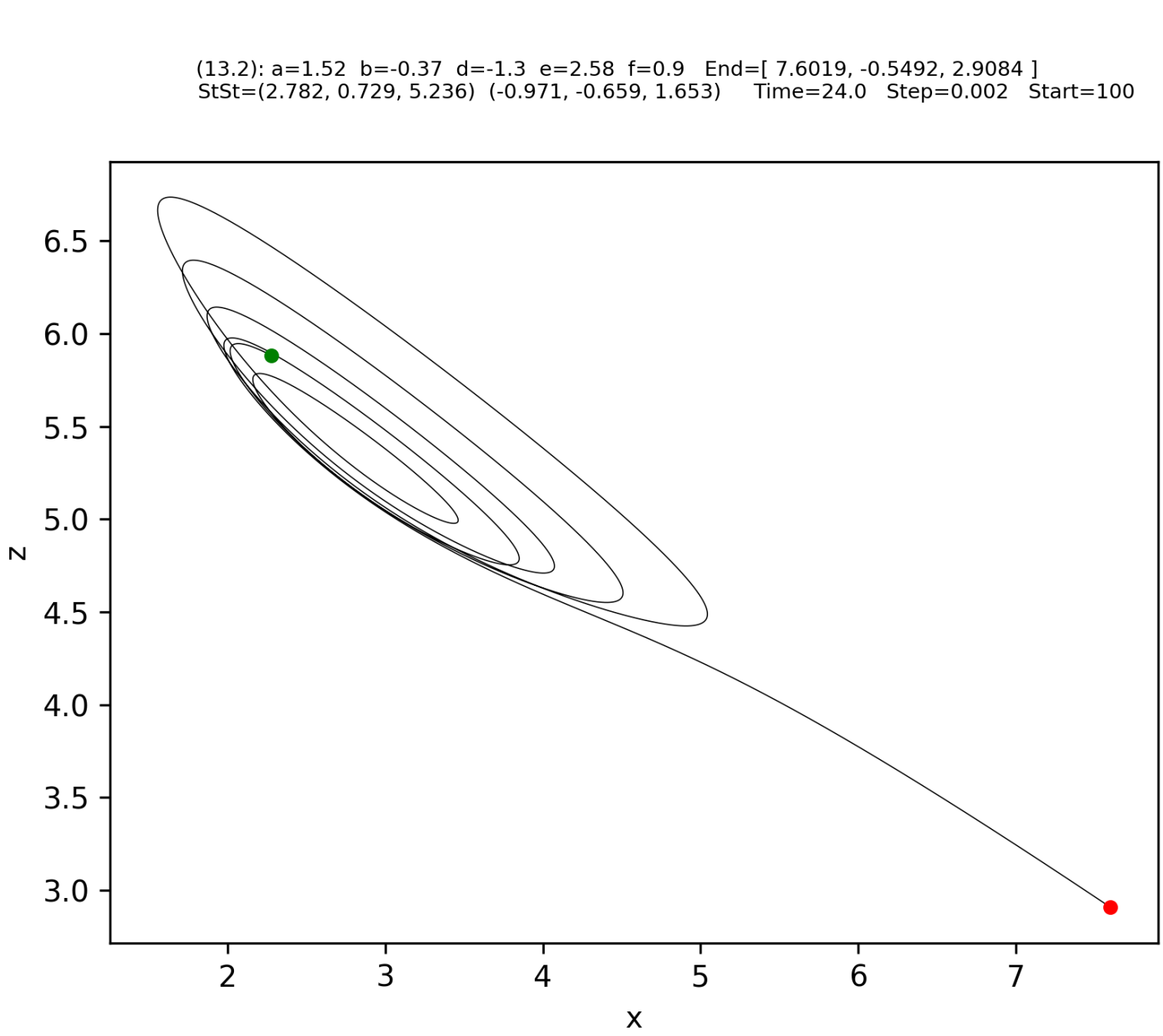


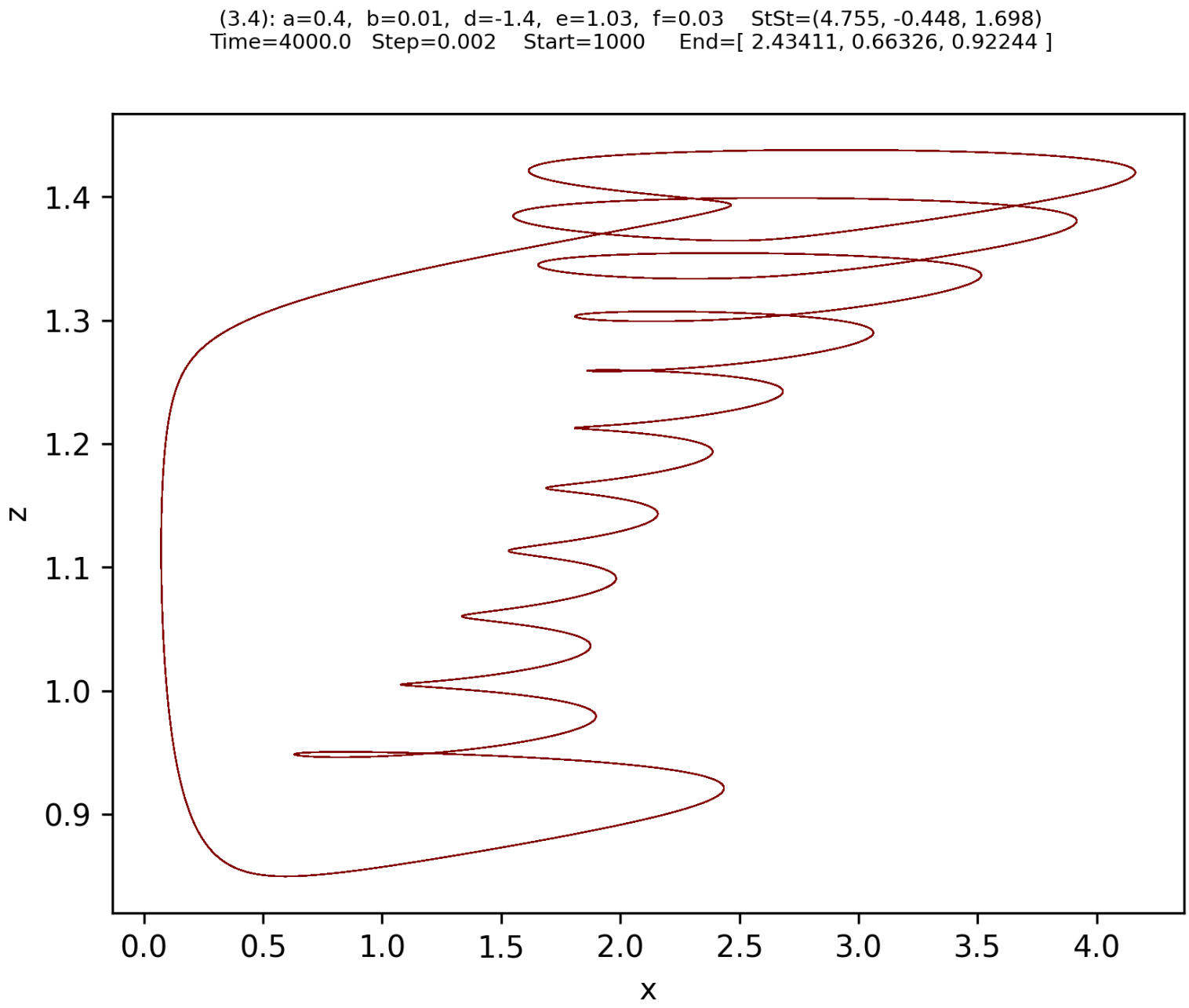

(13.2): a=1.5145, b=-0.37, d=-1.3, e=2.58, f=0.9 End=[4.4155, 0.4559, 4.6217]
StSt=(2.782, 0.729, 5.236) (-0.971, -0.659, 1.653) Time=2500.0 Step=0.002 Start=500
6.5
6.0
5.5
5.0
4.5
z
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
4.5
x

(13.2): a=1.5146, b=-0.37, d=-1.3, e=2.58, f=0.9   End=[4.3752, 0.607, 4.8423]
StSt=(2.782, 0.729, 5.236) (-0.971, -0.659, 1.653)   Time=2500.0   Step=0.002   Start=500

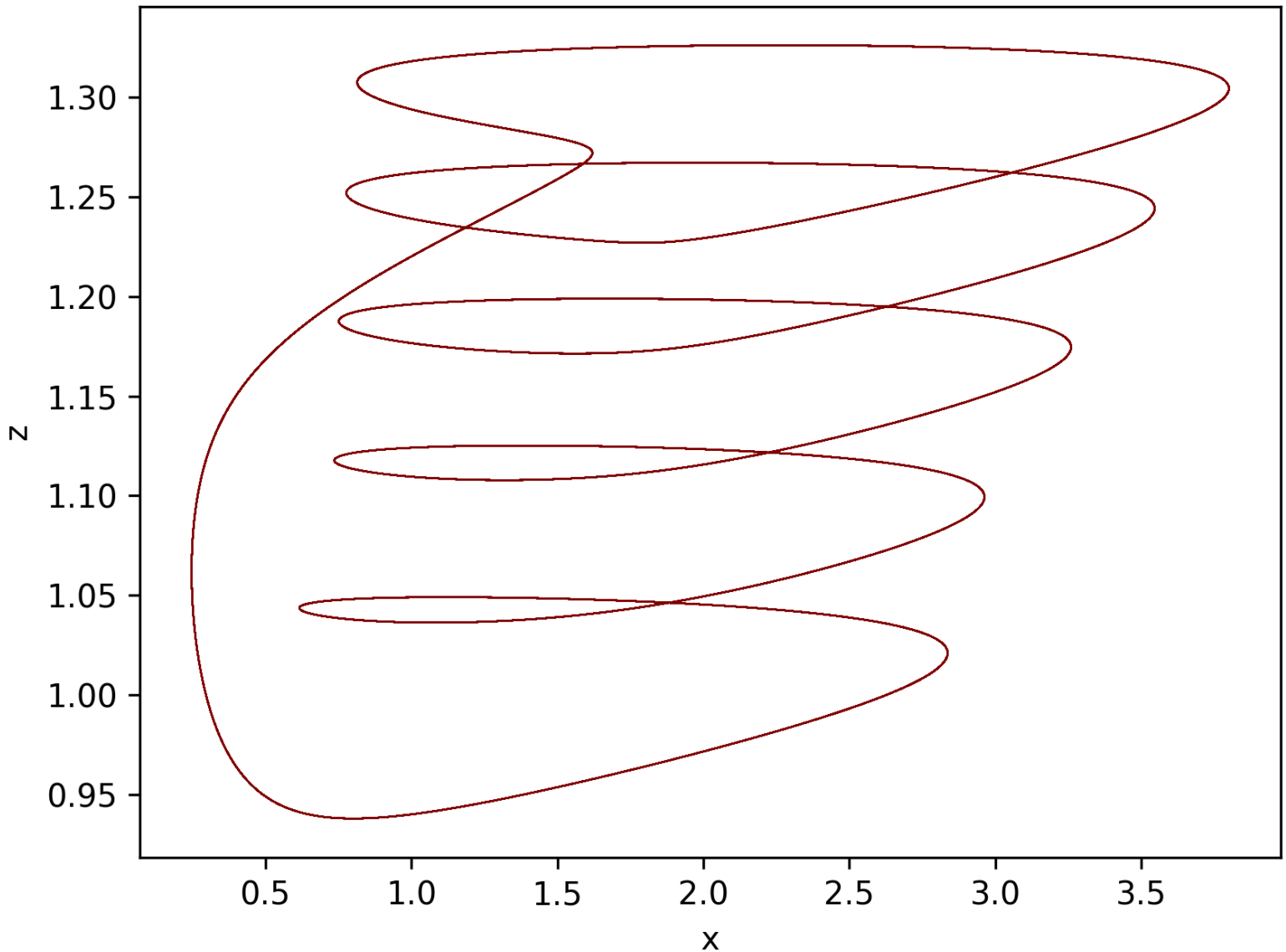



(13.2): a=1.51465 b=-0.37 d=-1.3 e=2.58 f=0.9 End=[4.6866, 0.2922, 4.37]
StSt=(2.782, 0.729, 5.236) (-0.971, -0.659, 1.653) Time=598.0 Step=0.002 Start=100
6.5
6.0
5.5
5.0
4.5
z
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
4.5
5.0
x

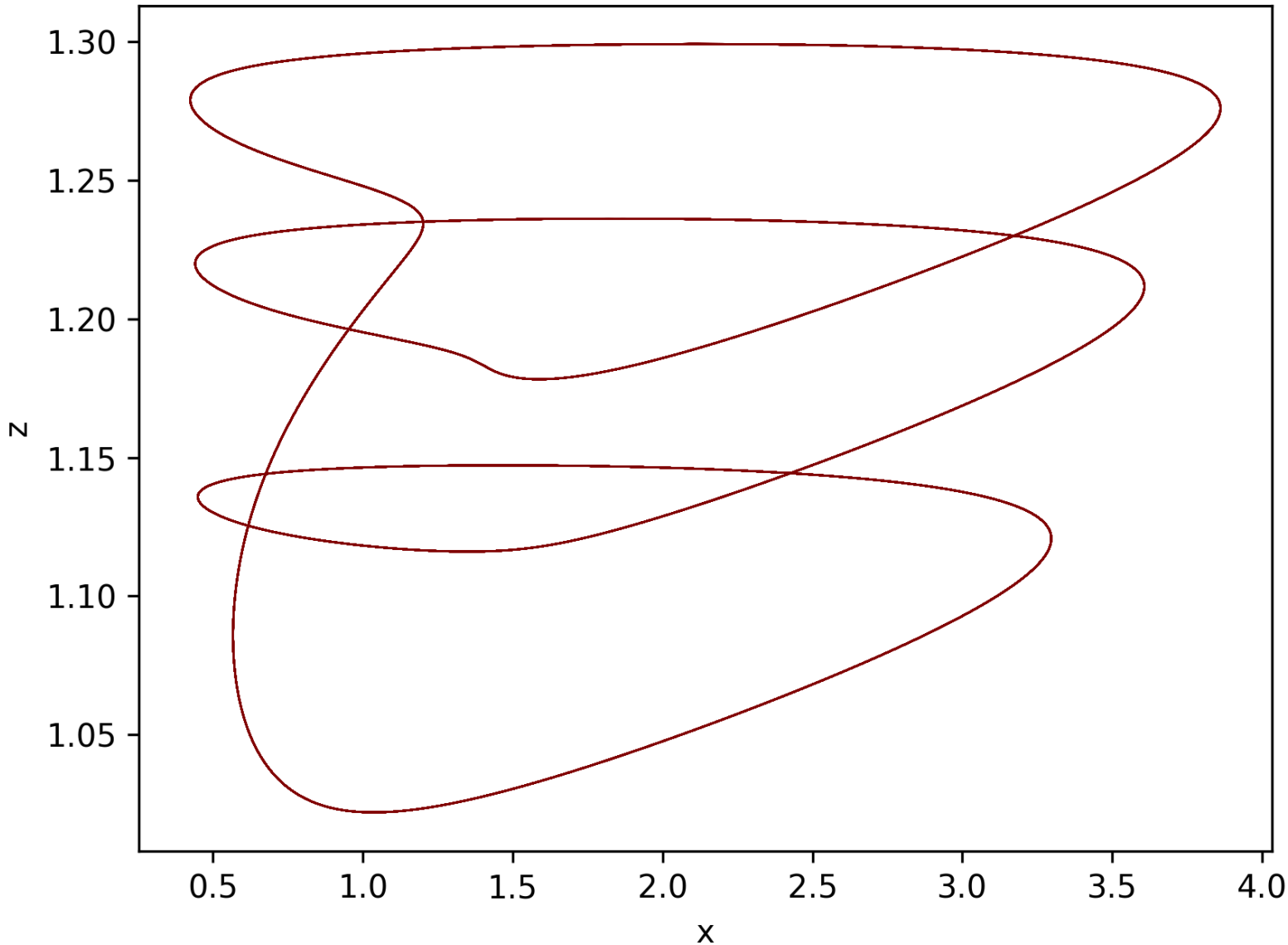

(13.2): a=1.52 b=-0.37 d=-1.3 e=2.58 f=0.9 End=[7.6019, -0.5492, 2.9084]
StSt=(2.782, 0.729, 5.236) (-0.971, -0.659, 1.653) Time=24.0 Step=0.002 Start=100
6.5
6.0
5.5
5.0
4.5
4.0
3.5
3.0
z
2
3
4
5
6
7
x


(3.4): a=0.4, b=0.01, d=-1.4, e=1.03, f=0.03 StSt=(4.755, -0.448, 1.698)
Time=4000.0 Step=0.002 Start=1000 End=[2.43411, 0.66326, 0.92244]
1.4
1.3
1.2
1.1
1.0
0.9
z
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
x

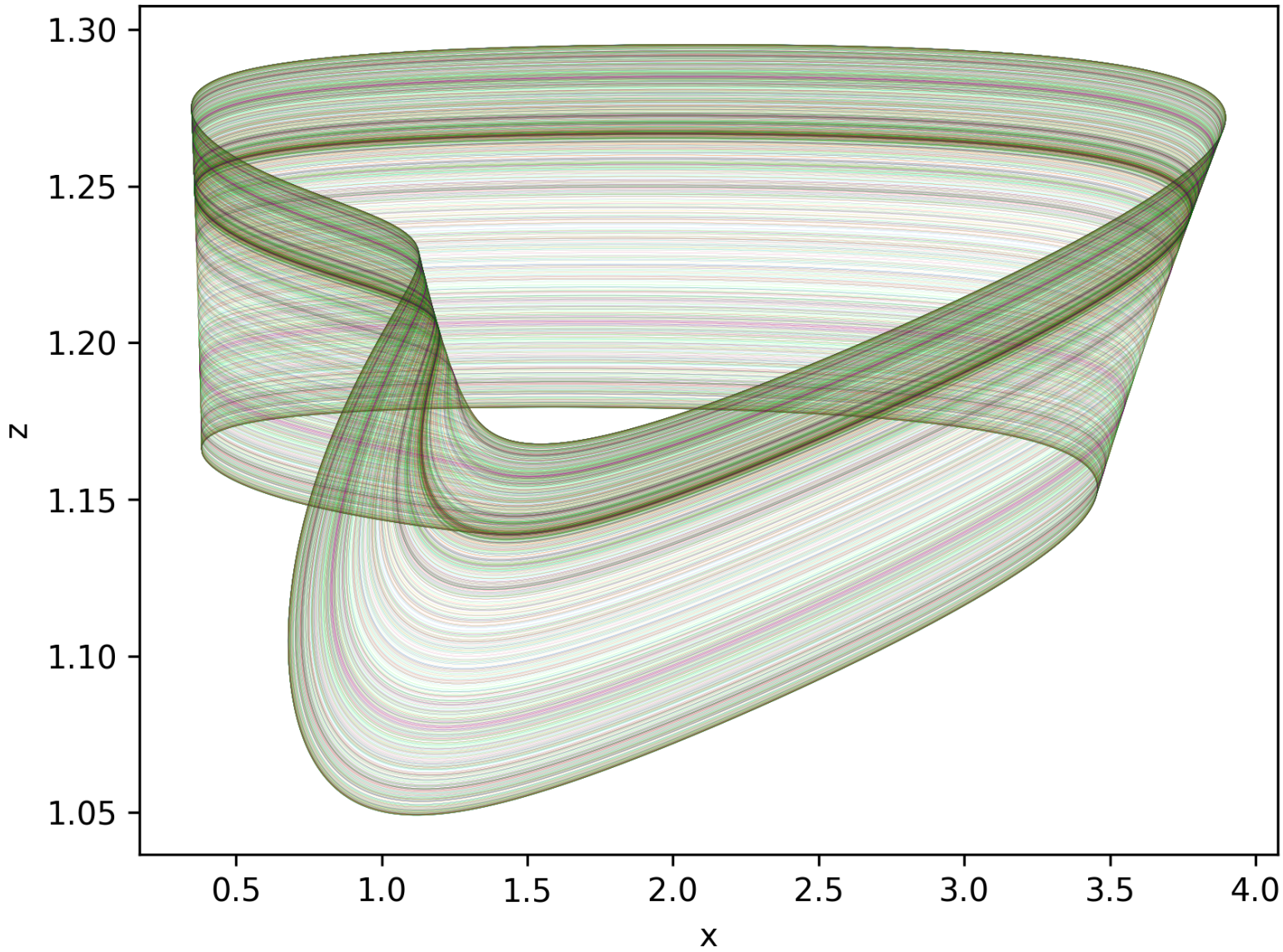
(3.4): a=0.6, b=0.01, d=-1.4, e=1.03, f=0.03   StSt=(4.755, -0.448, 1.698)
Time=4000.0   Step=0.002   Start=1000   End=[0.48282, -1.366, 0.95081]



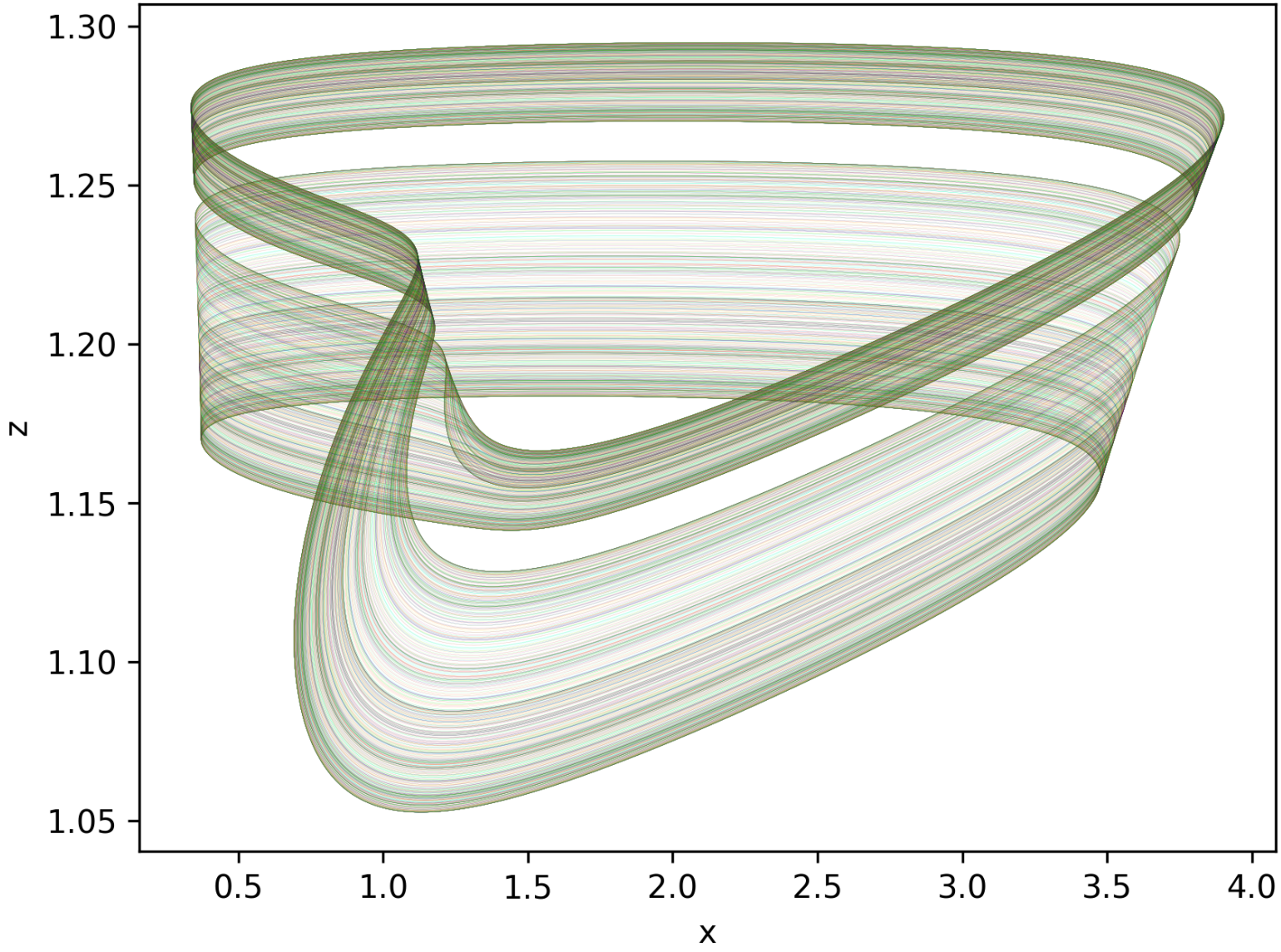
(3.4): a=0.78, b=0.01, d=-1.4, e=1.03, f=0.03   StSt=(4.755, -0.448, 1.698)
Time=1000.0   Step=0.002   Start=1000   End=[1.51367, -0.74703, 1.17882]

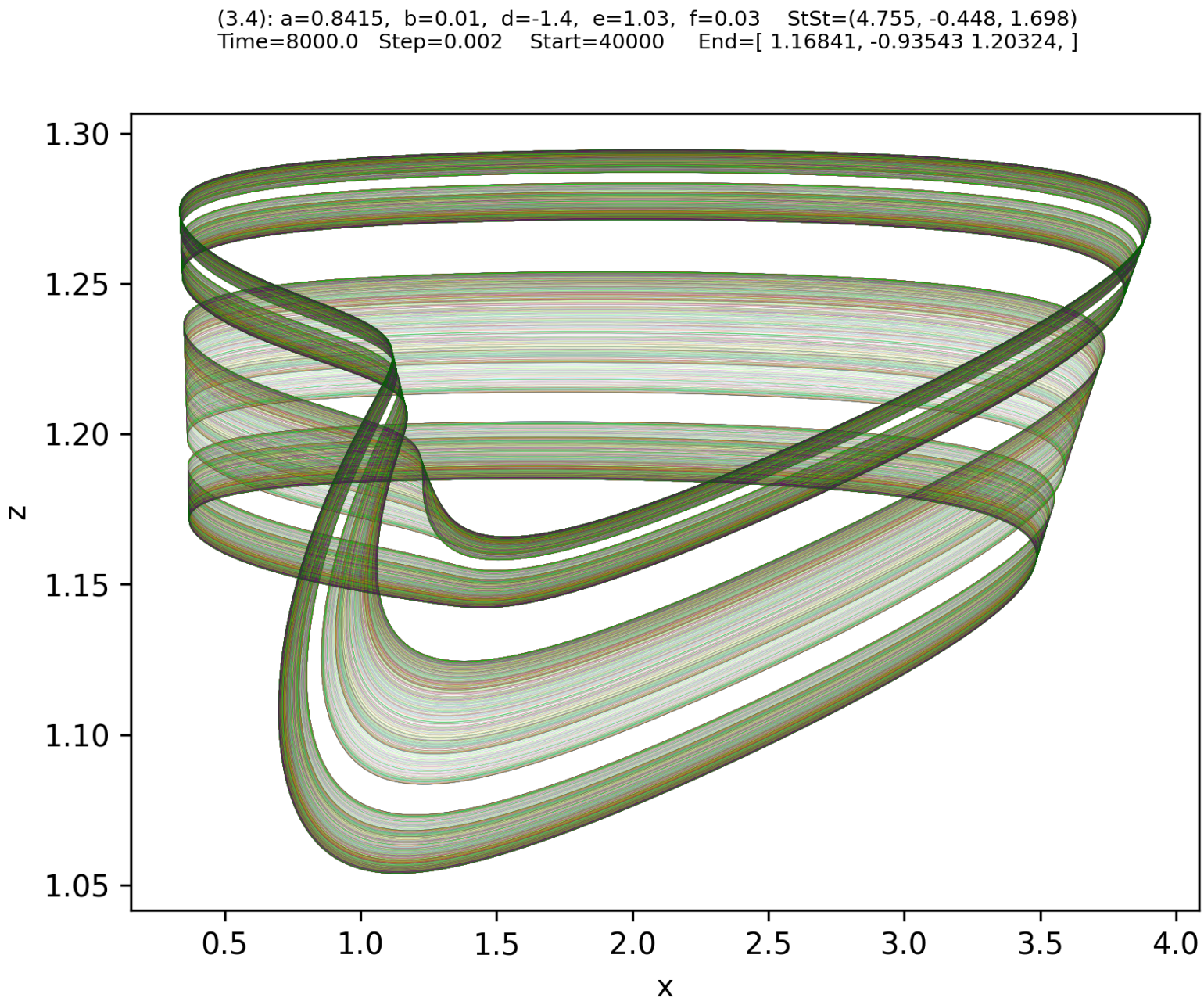


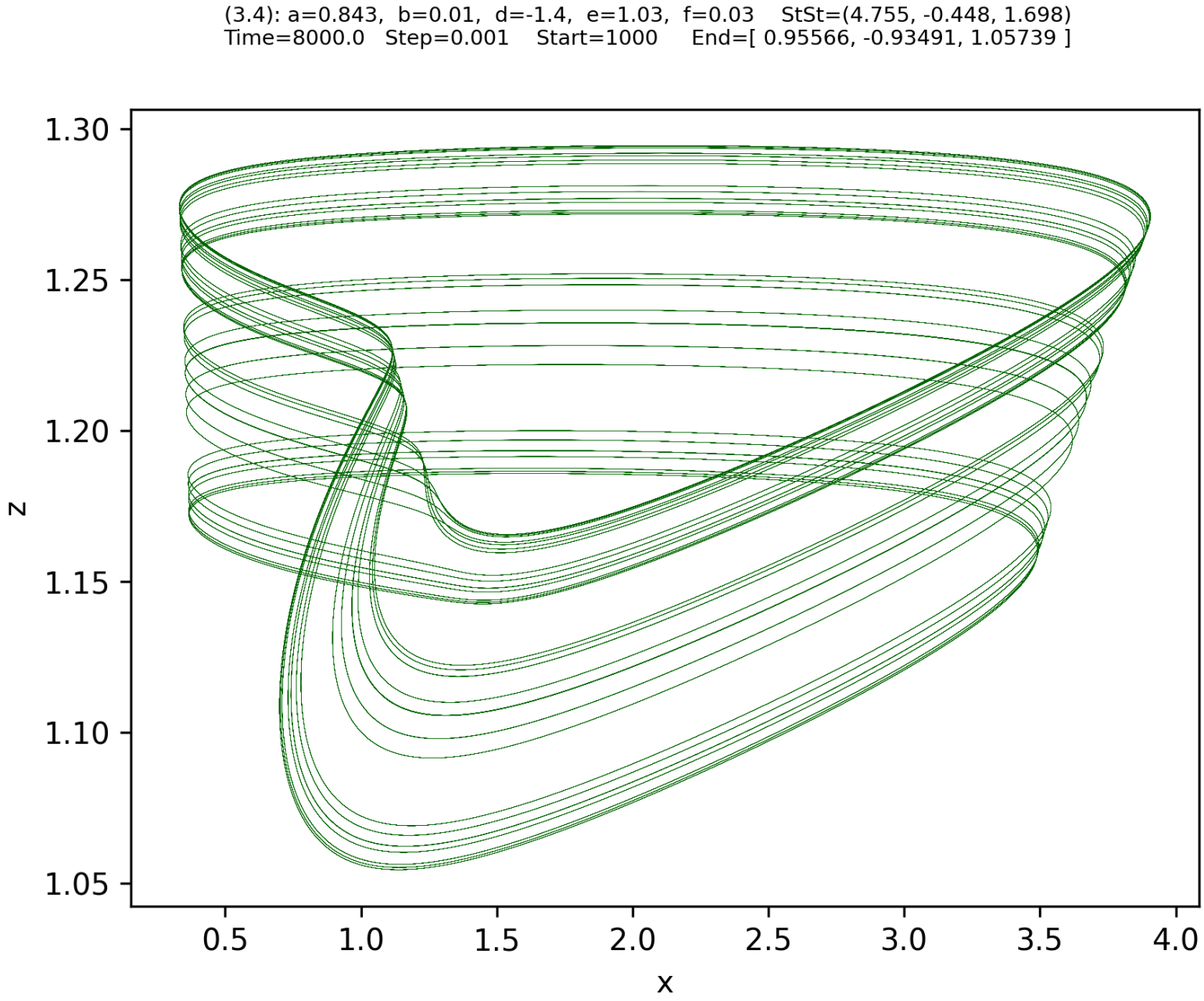
(3.4): a=0.832, b=0.01, d=-1.4, e=1.03, f=0.03   StSt=(4.755, -0.448, 1.698)
Time=4000.0   Step=0.002   Start=1000   End=[1.33283, -0.82353 1.1682,]

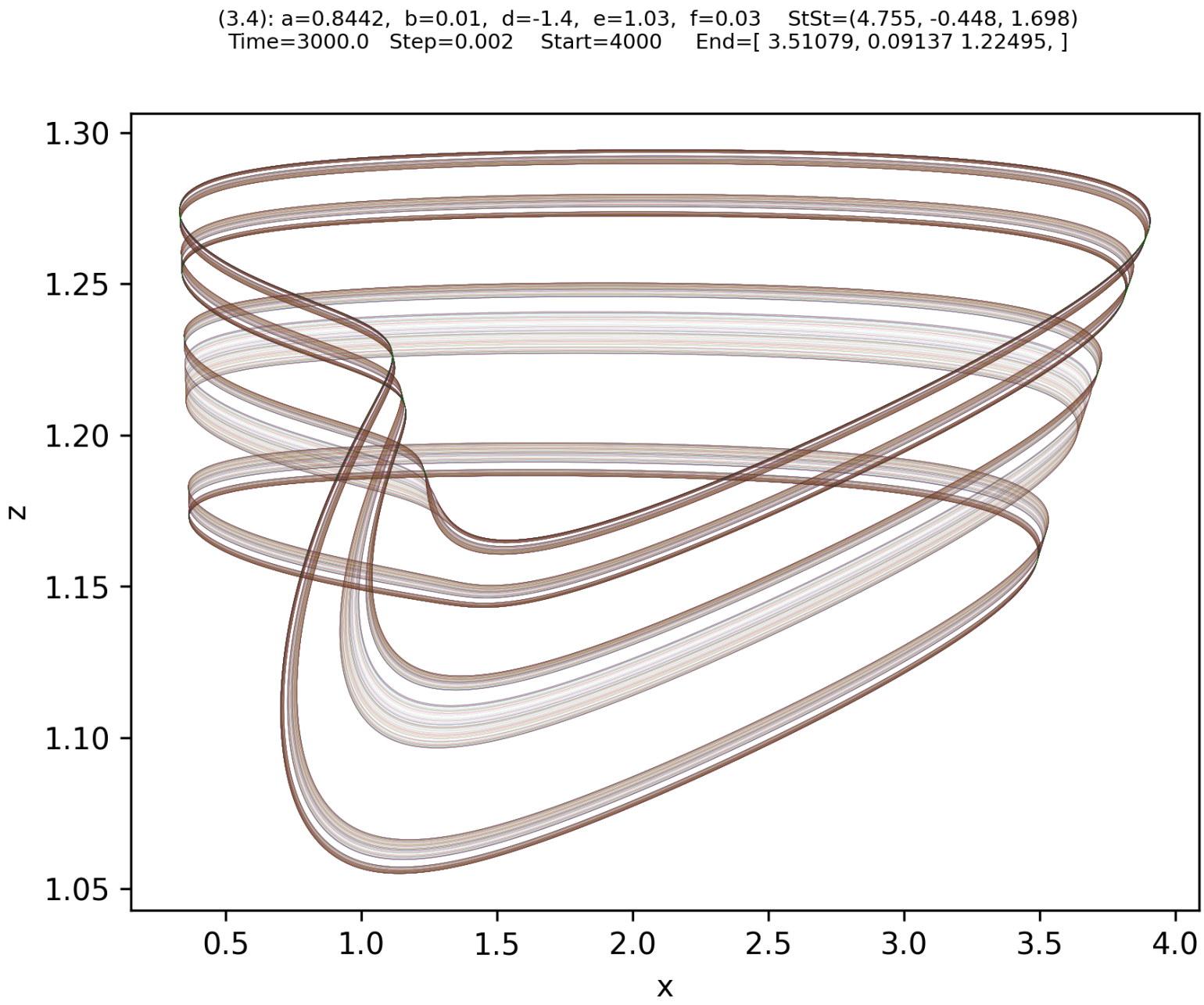


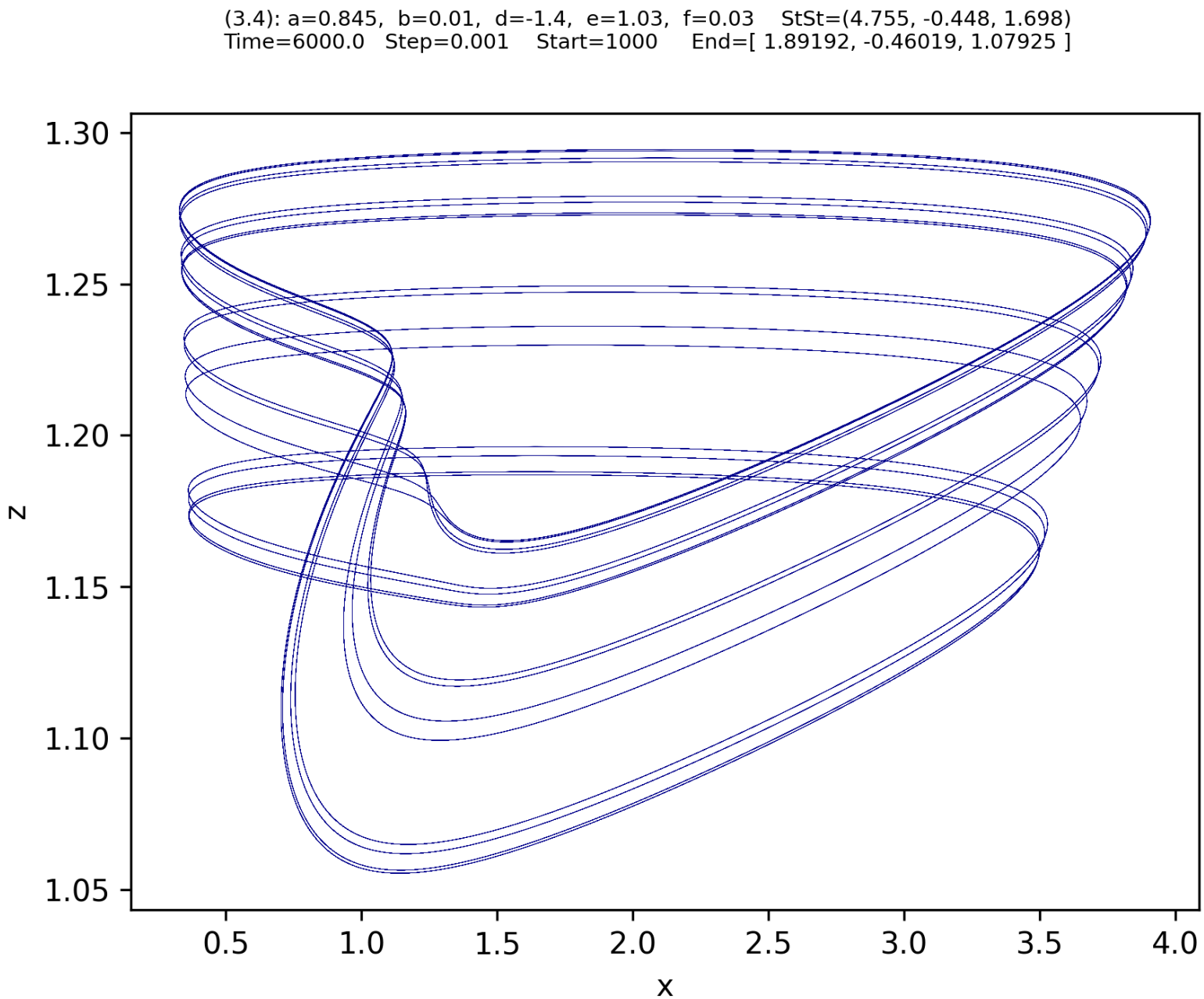
(3.4): a=0.839, b=0.01, d=-1.4, e=1.03, f=0.03   StSt=(4.755, -0.448, 1.698)
Time=3000.0   Step=0.002   Start=1000   End=[1.01371, -0.99378 1.15353,]



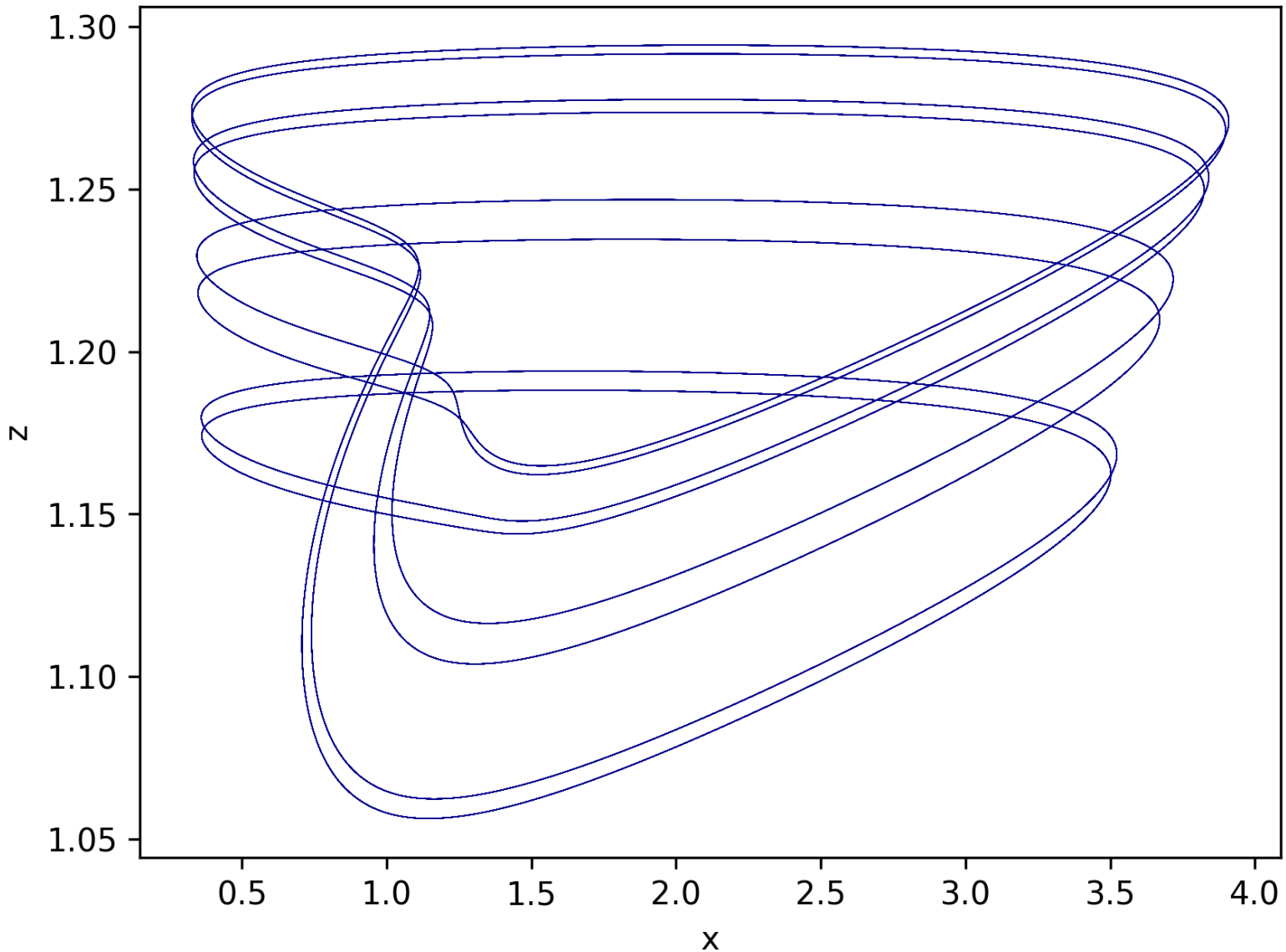

(3.4): a=0.8415, b=0.01, d=-1.4, e=1.03, f=0.03 StSt=(4.755, -0.448, 1.698)
Time=8000.0 Step=0.002 Start=40000 End=[1.16841, -0.93543 1.20324,]
1.30
1.25
1.20
1.15
1.10
1.05
z
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
x


(3.4): a=0.843, b=0.01, d=-1.4, e=1.03, f=0.03 StSt=(4.755, -0.448, 1.698)
Time=8000.0 Step=0.001 Start=1000 End=[0.95566, -0.93491, 1.05739]
1.30
1.25
1.20
1.15
1.10
1.05
z
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
x

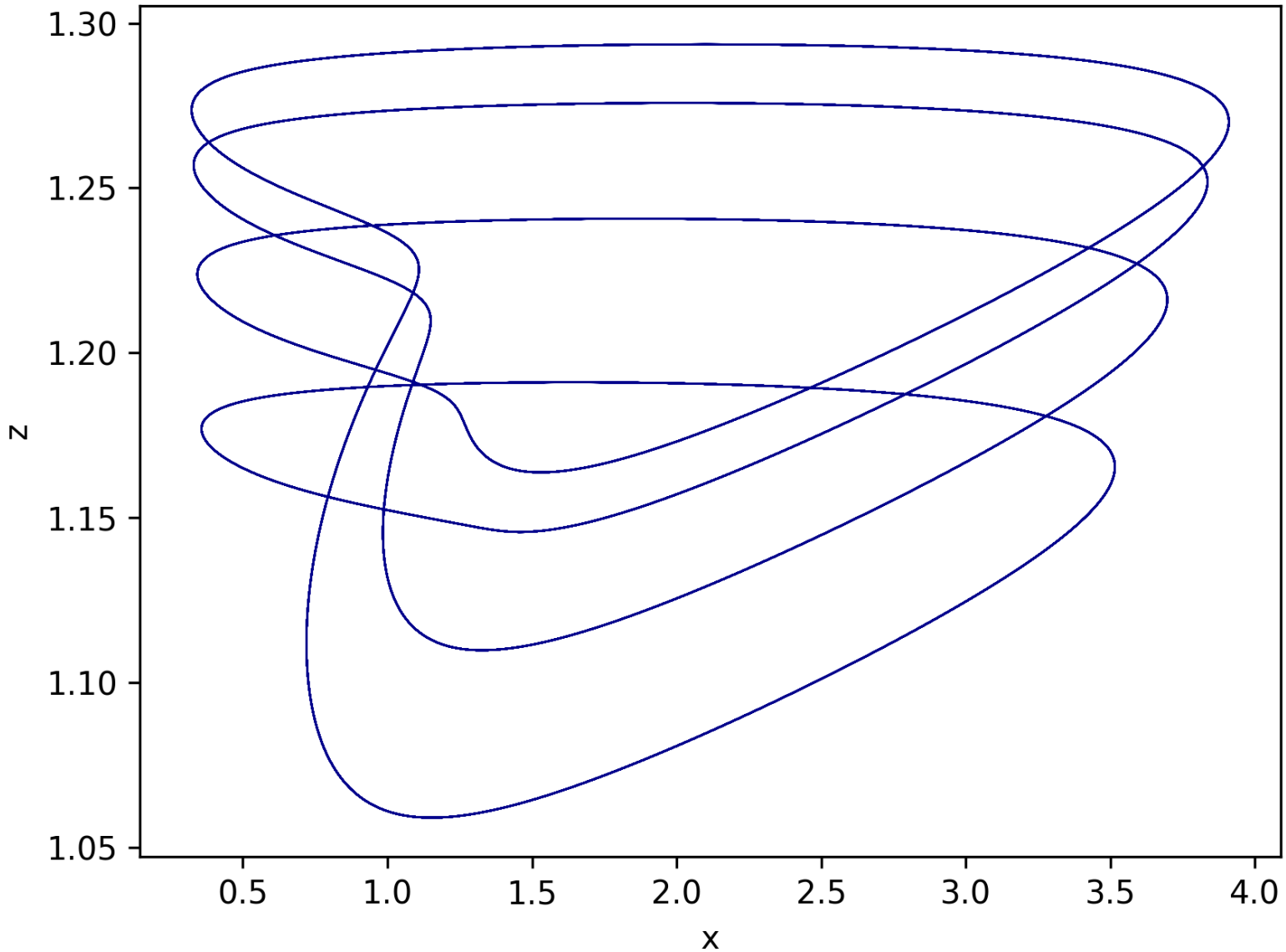

(3.4): a=0.8442, b=0.01, d=-1.4, e=1.03, f=0.03 StSt=(4.755, -0.448, 1.698)
Time=3000.0 Step=0.002 Start=4000 End=[3.51079, 0.09137 1.22495,]
1.30
1.25
1.20
1.15
1.10
1.05
z
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
x


(3.4): a=0.845, b=0.01, d=-1.4, e=1.03, f=0.03 StSt=(4.755, -0.448, 1.698)
Time=6000.0 Step=0.001 Start=1000 End=[1.89192, -0.46019, 1.07925]
1.30
1.25
1.20
1.15
1.10
1.05
z
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
x

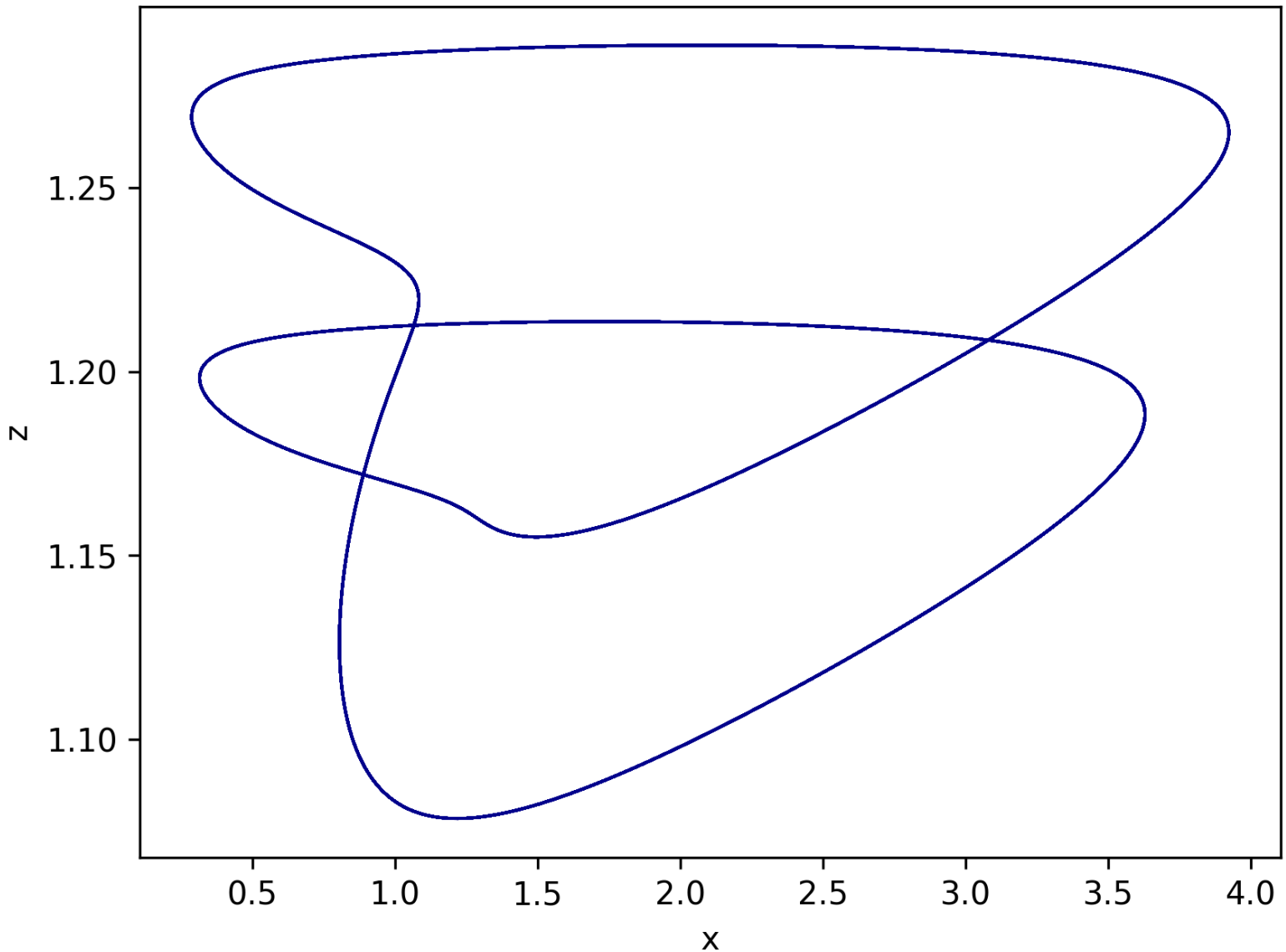
(3.4): a=0.847, b=0.01, d=-1.4, e=1.03, f=0.03 StSt=(4.755, -0.448, 1.698)
Time=2000.0 Step=0.002 Start=1000 End=[3.81947, 0.4468, 1.24686]



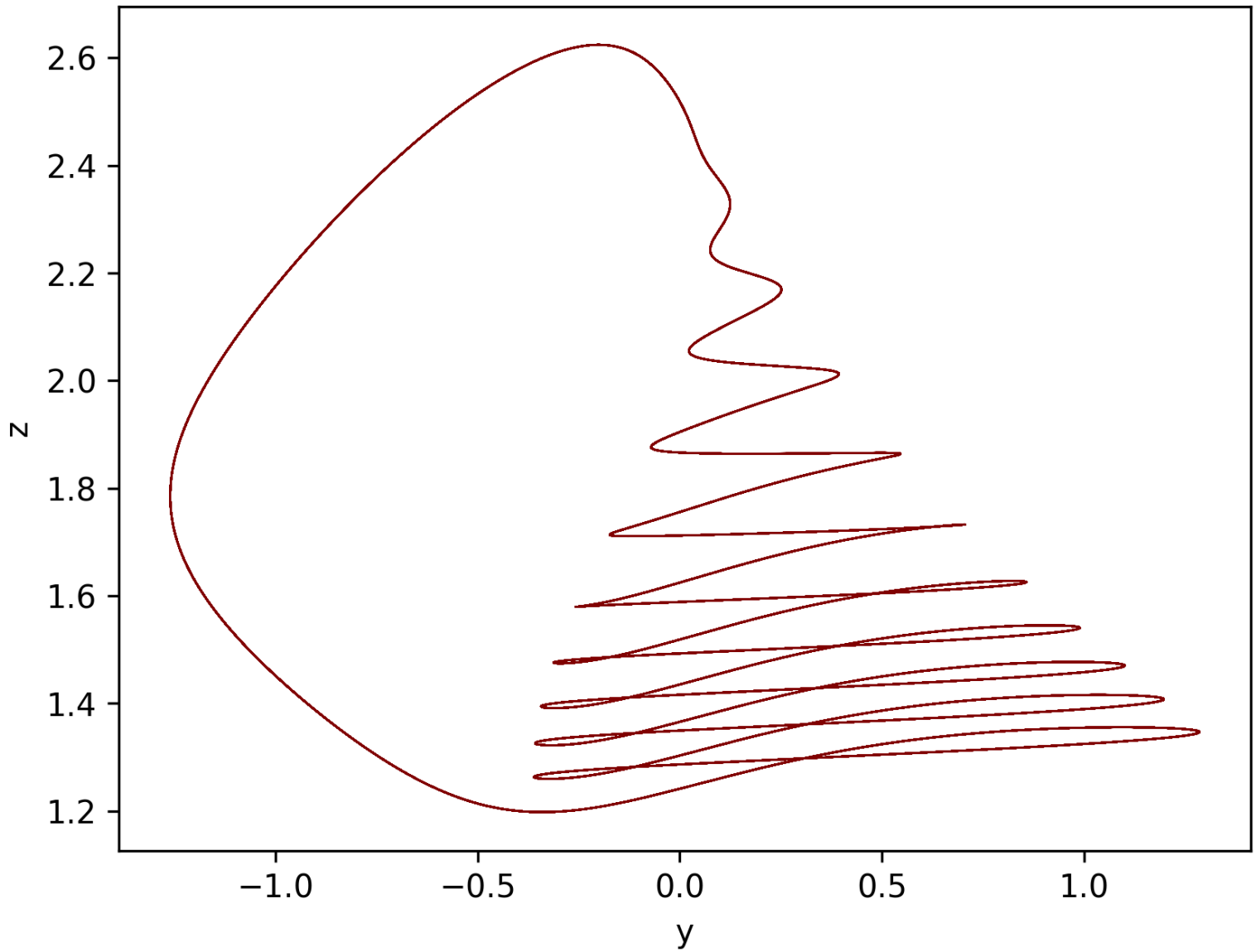
(3.4): a=0.85, b=0.01, d=-1.4, e=1.03, f=0.03   StSt=(4.755, -0.448, 1.698)
Time=1000.0   Step=0.002   Start=1000   End=[0.73255, 0.08747, 1.15769]



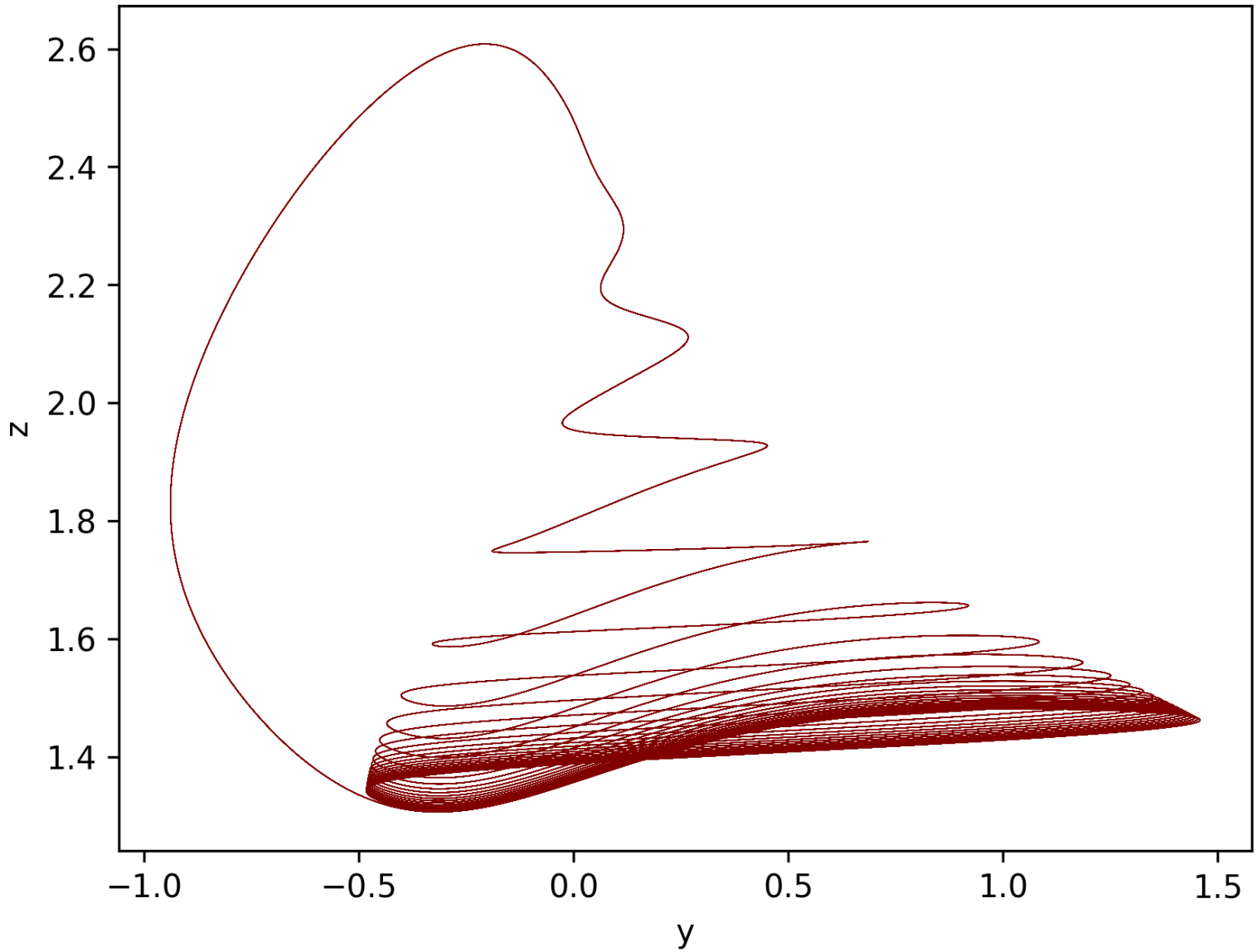
(3.4): a=0.88, b=0.01, d=-1.4, e=1.03, f=0.03   StSt=(4.755, -0.448, 1.698)
Time=1000.0   Step=0.002   Start=1000   End=[0.47221, 0.5623, 1.25101]



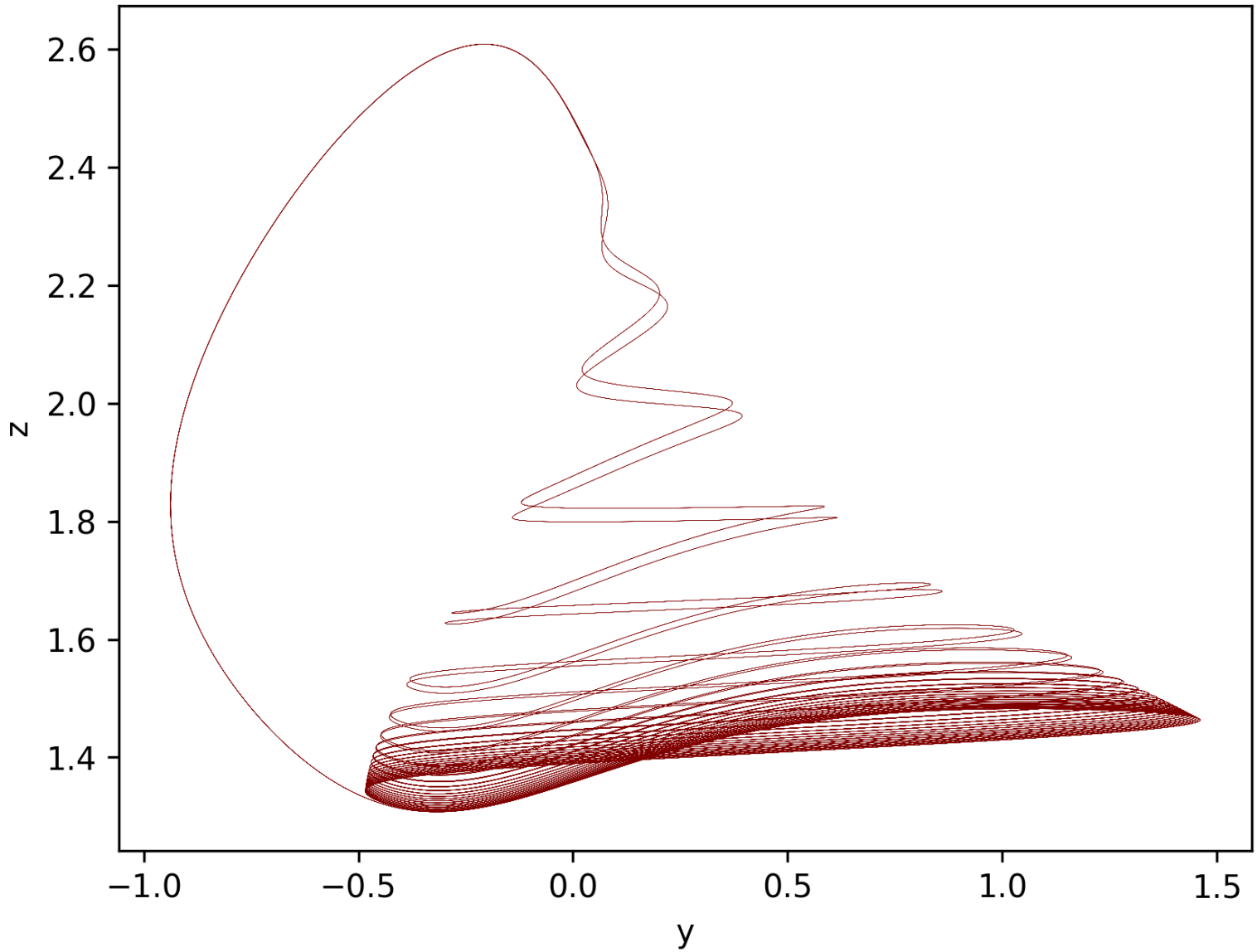
(7.8): a=1.6, b=0.27, d=-0.4, e=0.55, f=0.07   End=[3.18086, -0.41138, 2.57374]
StSt=(3.084, -0.233, 2.288)   Time=3000.0   Step=0.001   Start=1000



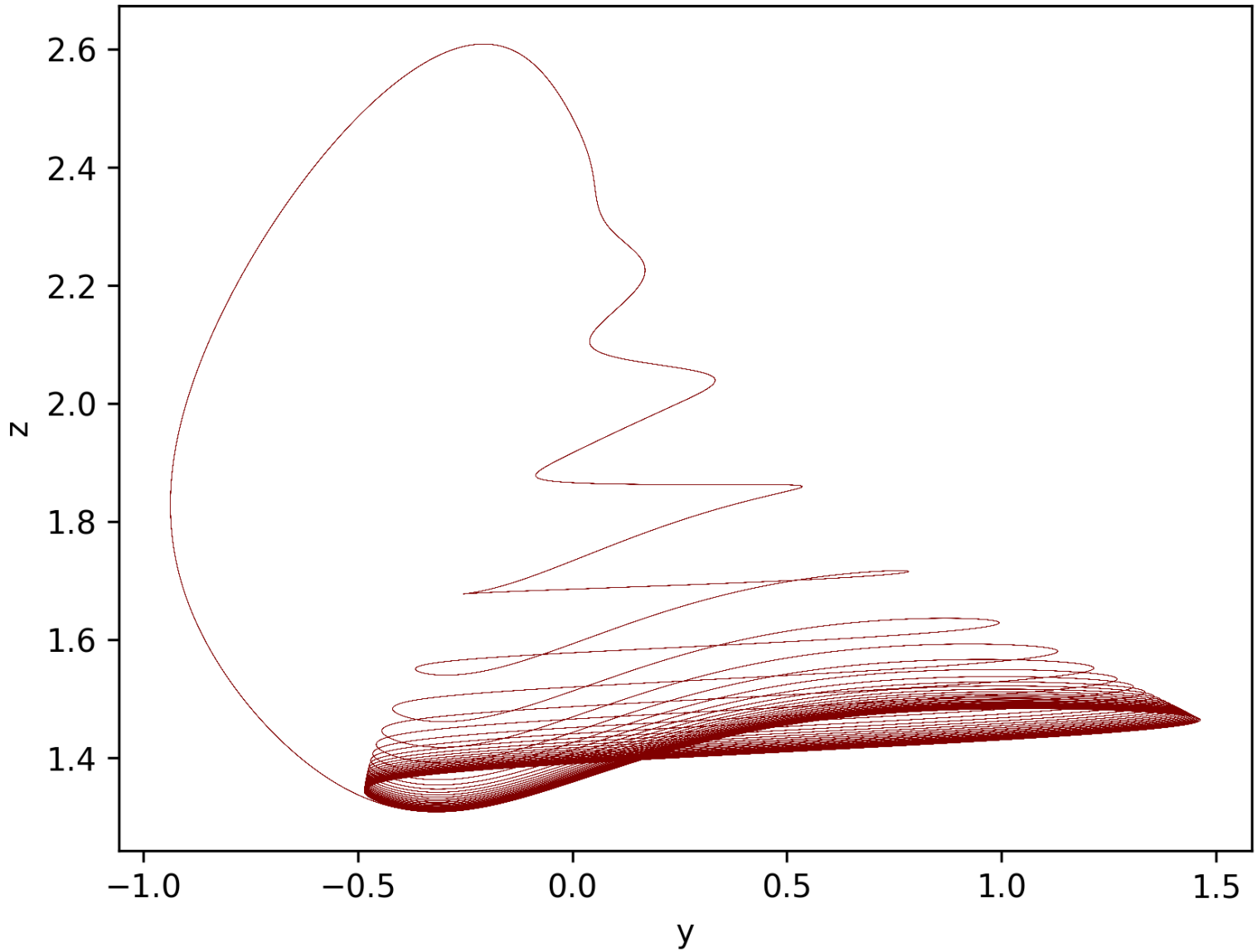
(7.8): a=1.86, b=0.27, d=-0.4, e=0.55, f=0.07   End=[2.32182, 0.02338, 1.36241]
StSt=(3.084, -0.233, 2.288)   Time=2000.0   Step=0.002   Start=200



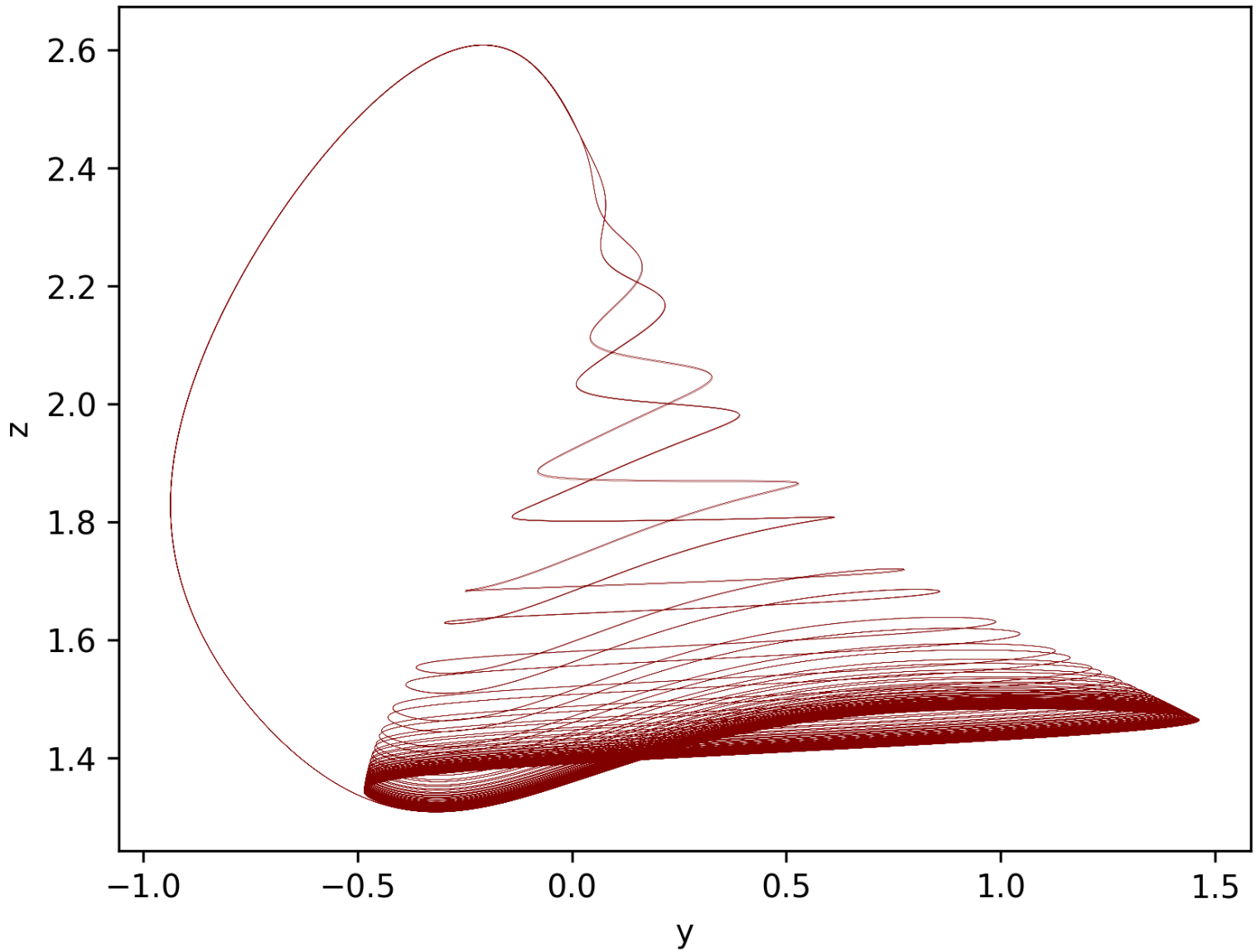
(7.8): a=1.862, b=0.27, d=-0.4, e=0.55, f=0.07   End=[3.00024, 0.23755, 1.95217]
StSt=(3.084, -0.233, 2.288)   Time=2000.0   Step=0.002   Start=200



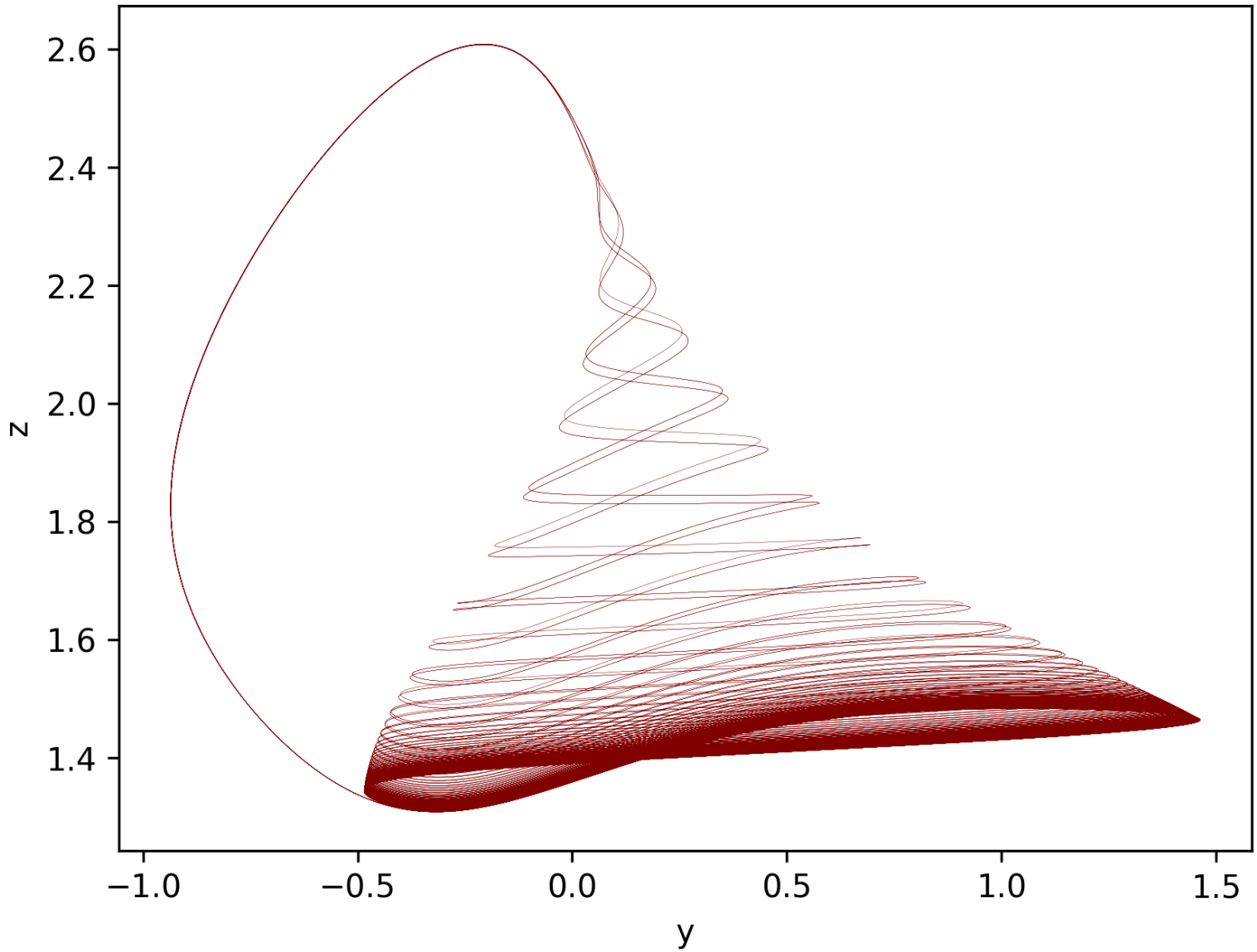
(7.8): a=1.864, b=0.27, d=-0.4, e=0.55, f=0.07   End=[1.33618, 0.67682, 1.5468]
StSt=(3.084, -0.233, 2.288)   Time=2000.0   Step=0.002   Start=200

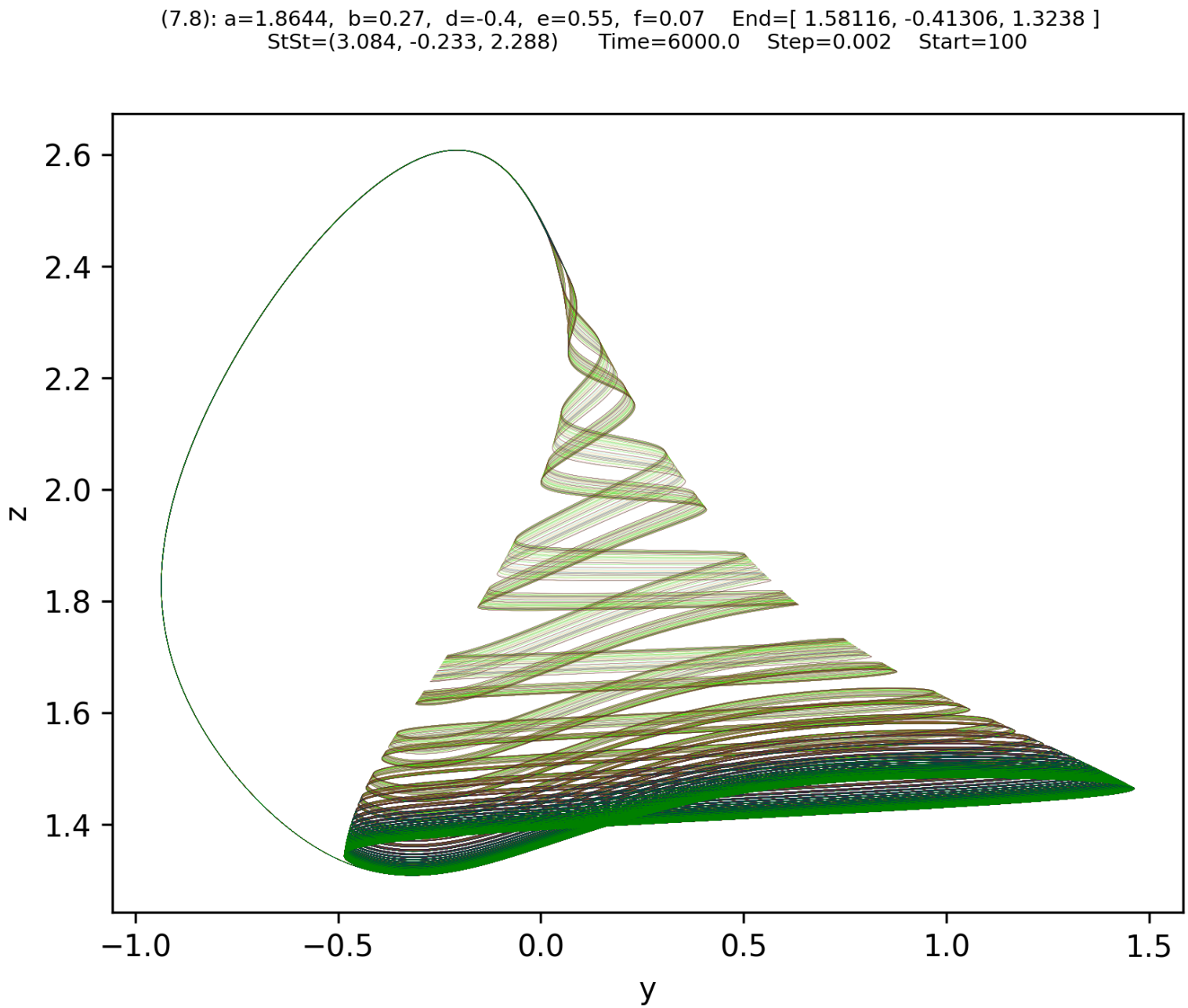


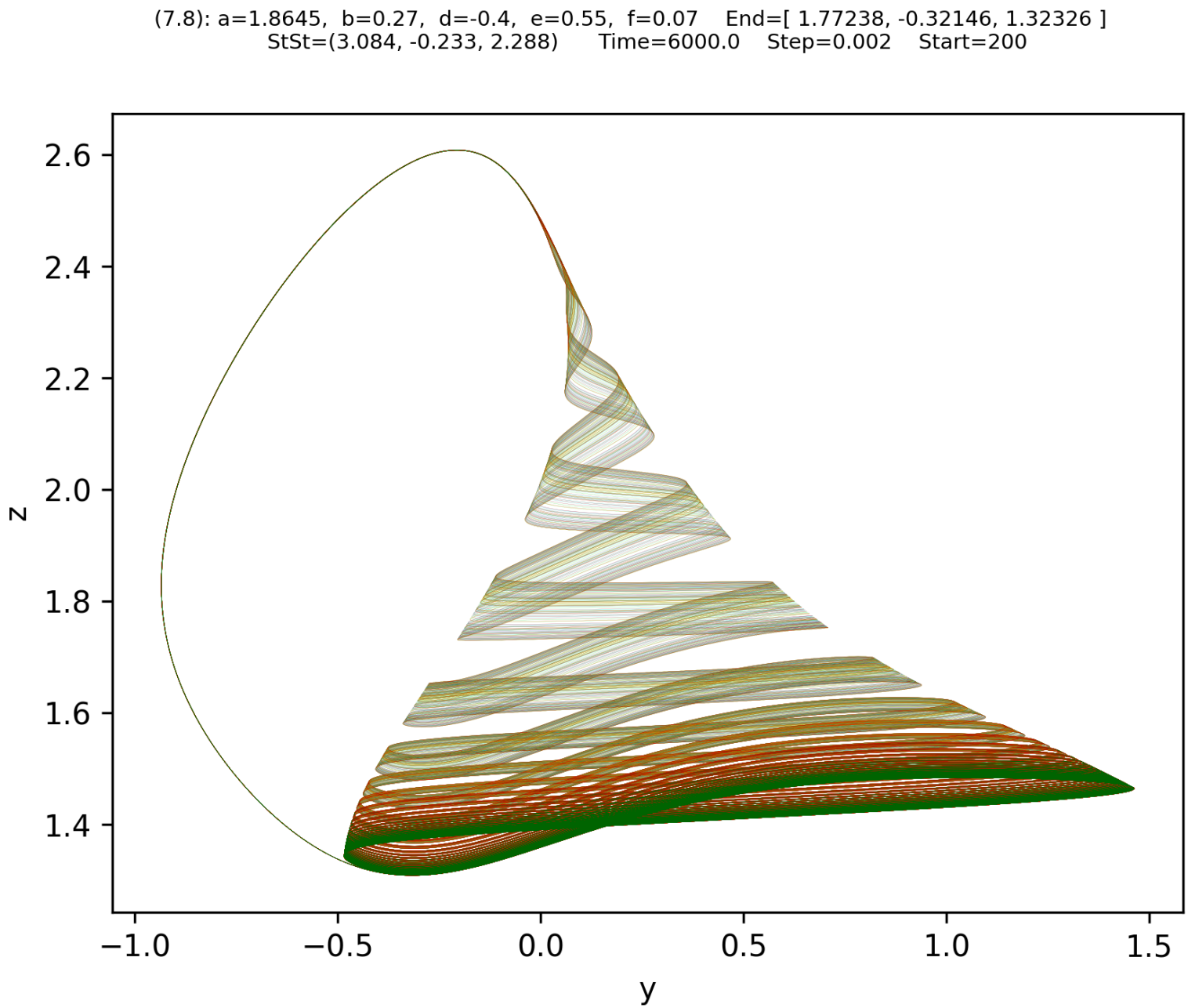
(7.8): a=1.8641, b=0.27, d=-0.4, e=0.55, f=0.07   End=[1.90267, -0.25021, 1.31933]
StSt=(3.084, -0.233, 2.288)   Time=2000.0   Step=0.002   Start=200



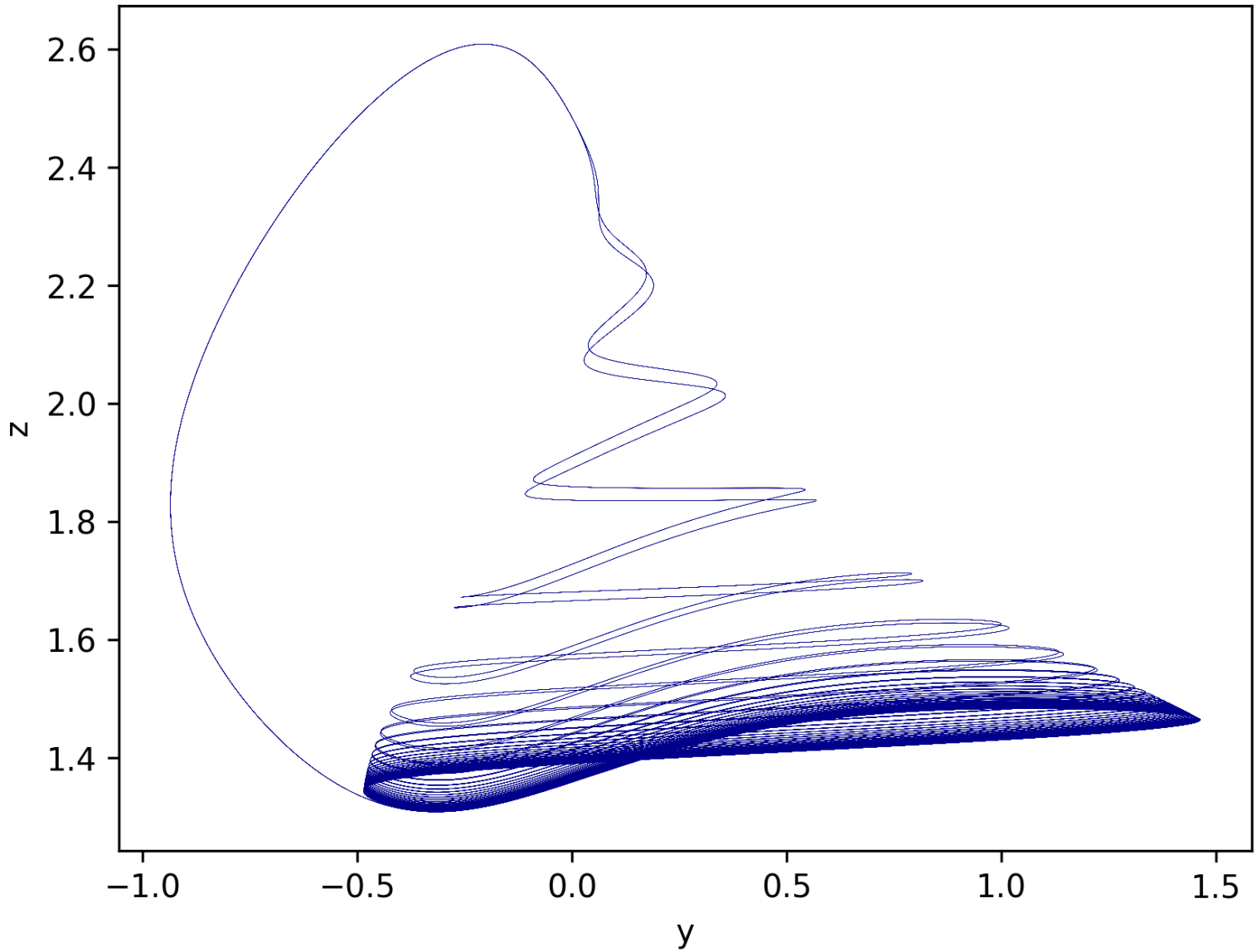
(7.8): a=1.8642, b=0.27, d=-0.4, e=0.55, f=0.07   End=[2.41393, 0.08383, 1.40583]
StSt=(3.084, -0.233, 2.288)   Time=2000.0   Step=0.002   Start=200



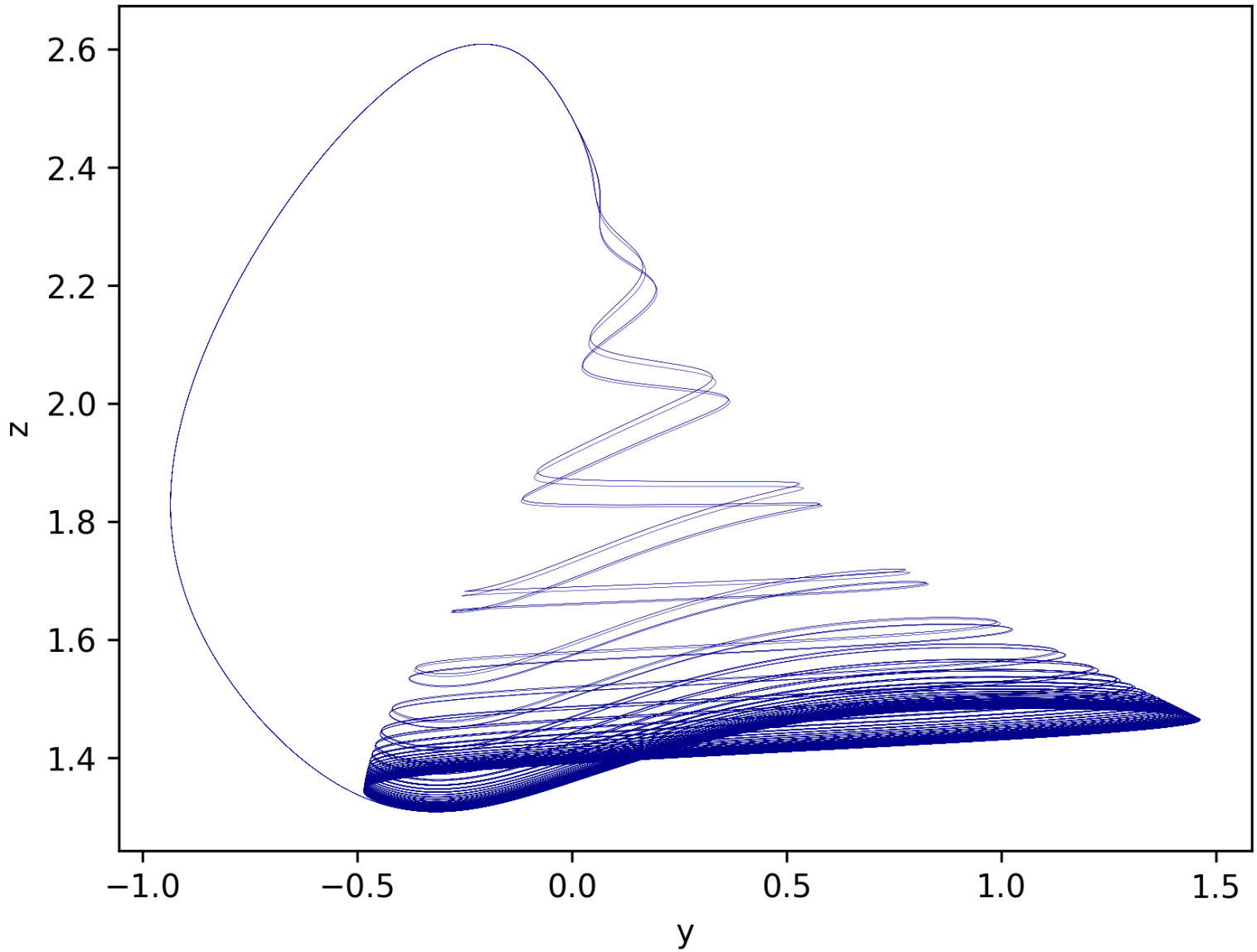

(7.8): a=1.8644, b=0.27, d=-0.4, e=0.55, f=0.07 End=[1.58116, -0.41306, 1.3238]
StSt=(3.084, -0.233, 2.288) Time=6000.0 Step=0.002 Start=100
2.6
2.4
2.2
2.0
1.8
1.6
1.4
z
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
y

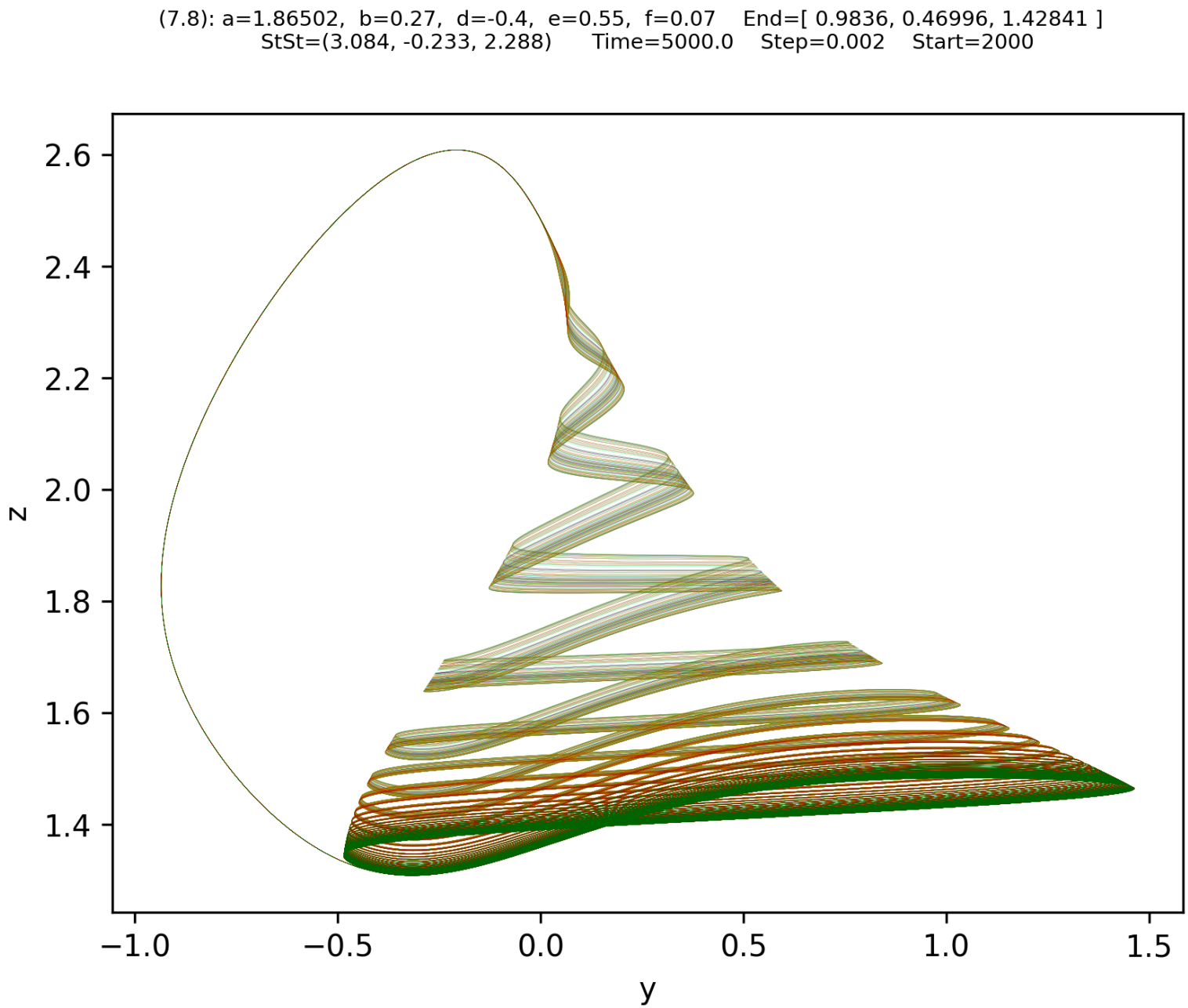

(7.8): a=1.8645, b=0.27, d=-0.4, e=0.55, f=0.07 End=[1.77238, -0.32146, 1.32326]
StSt=(3.084, -0.233, 2.288) Time=6000.0 Step=0.002 Start=200
2.6
2.4
2.2
2.0
1.8
1.6
1.4
z
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
y

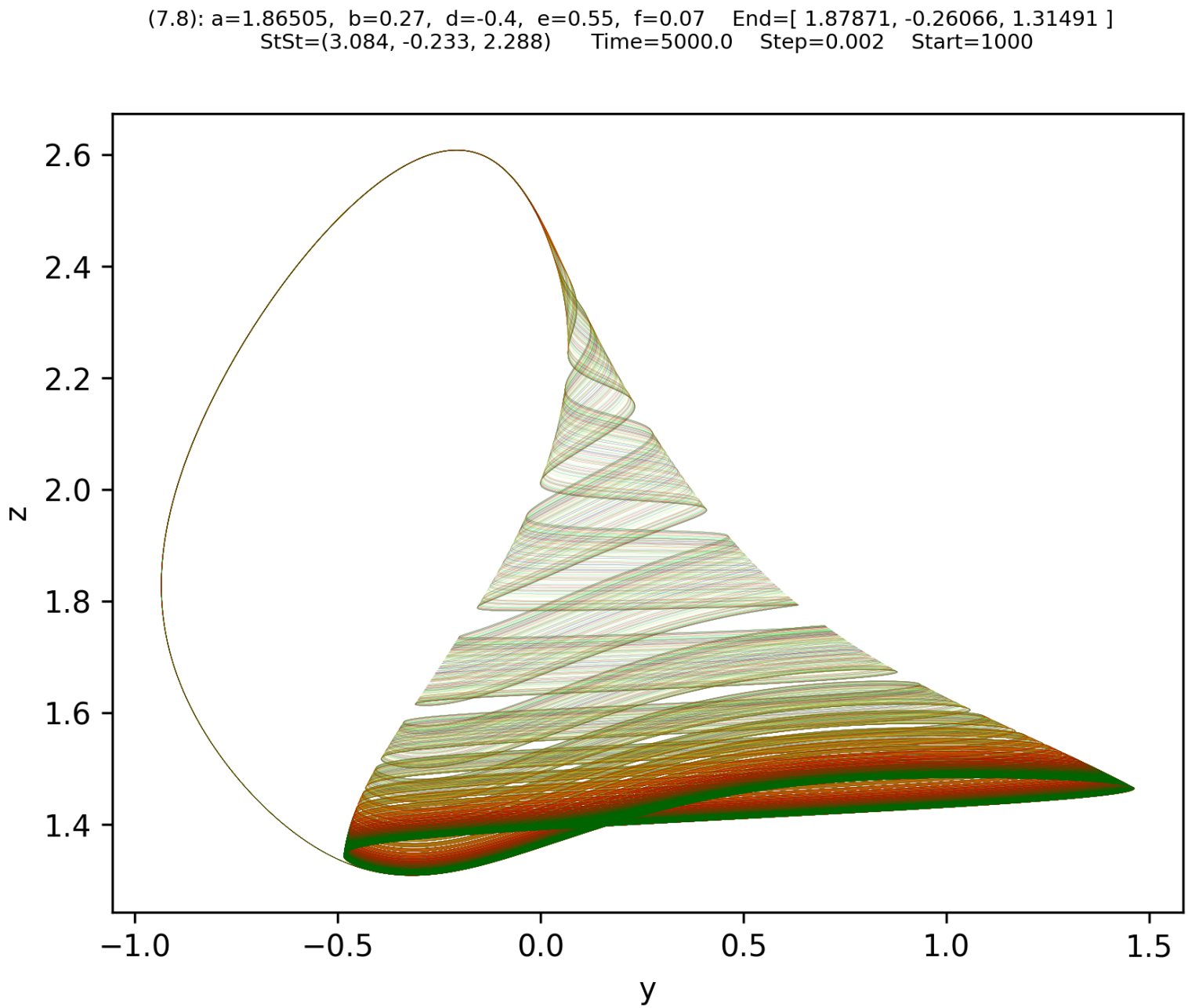
(7.8): a=1.865, b=0.27, d=-0.4, e=0.55, f=0.07   End=[1.87118, -0.26383, 1.3134]
StSt=(3.084, -0.233, 2.288)   Time=3000.0   Step=0.002   Start=200



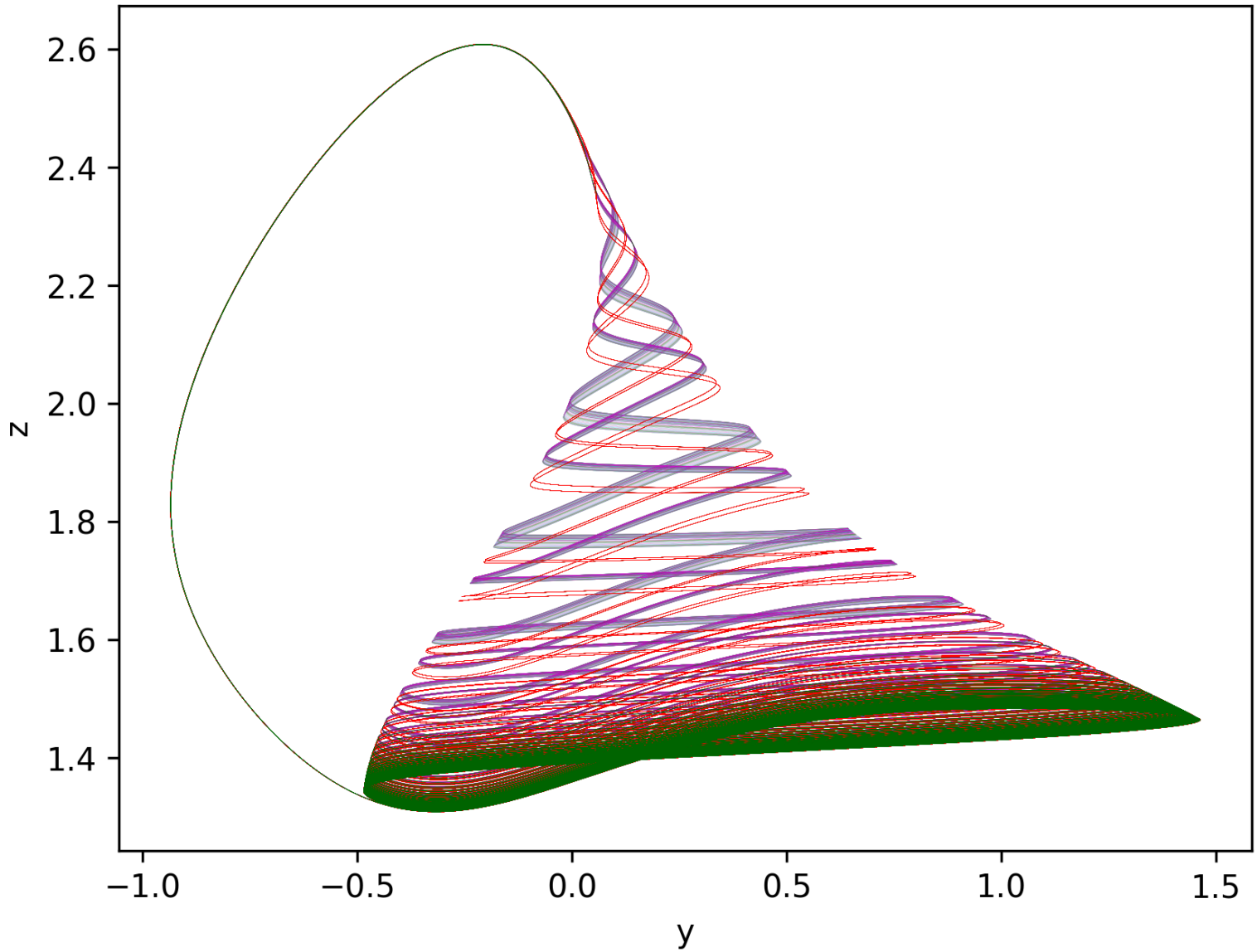
(7.8): a=1.86501, b=0.27, d=-0.4, e=0.55, f=0.07   End=[2.55724, 0.52082, 1.57126]
StSt=(3.084, -0.233, 2.288)   Time=3000.0   Step=0.002   Start=200

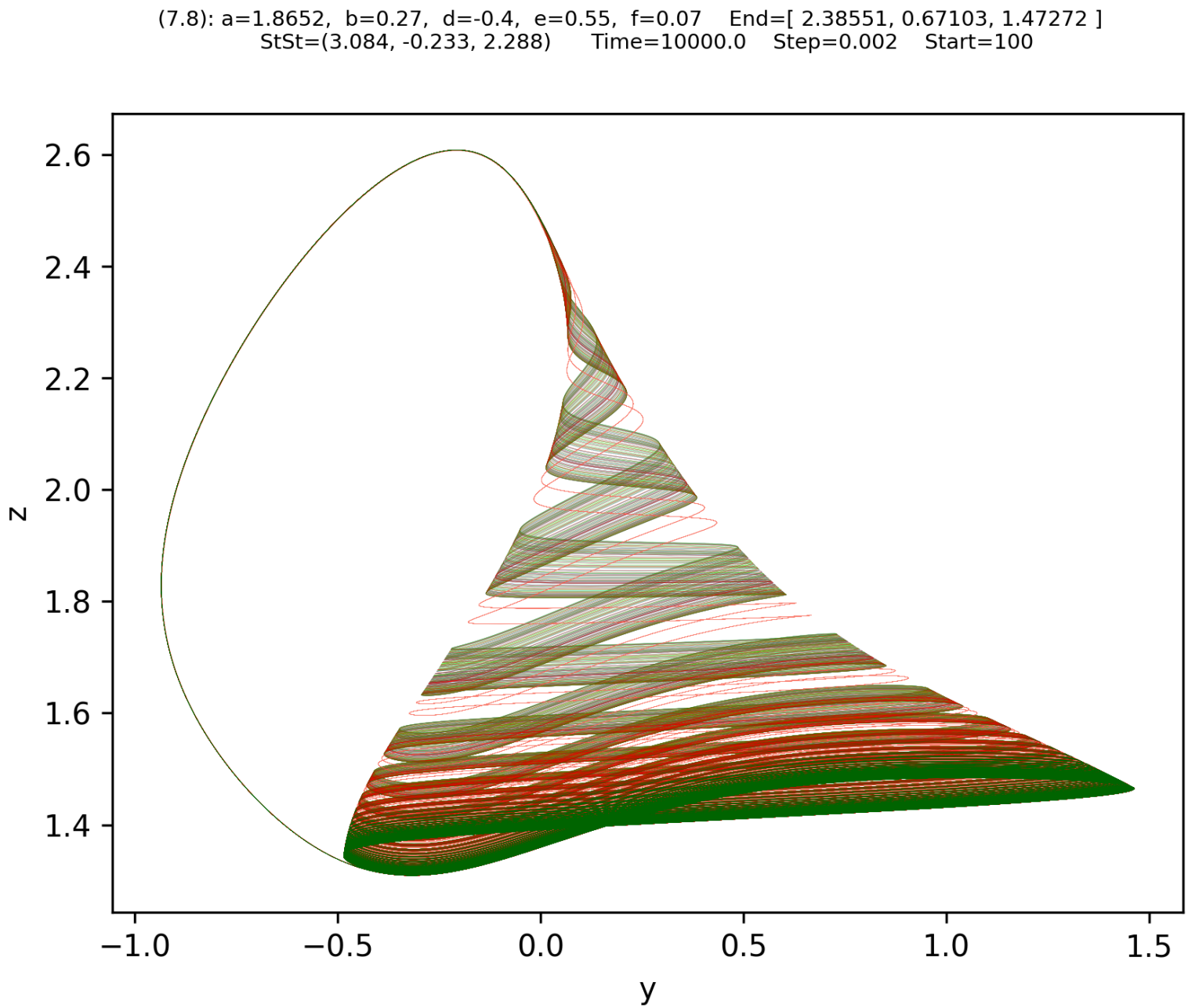


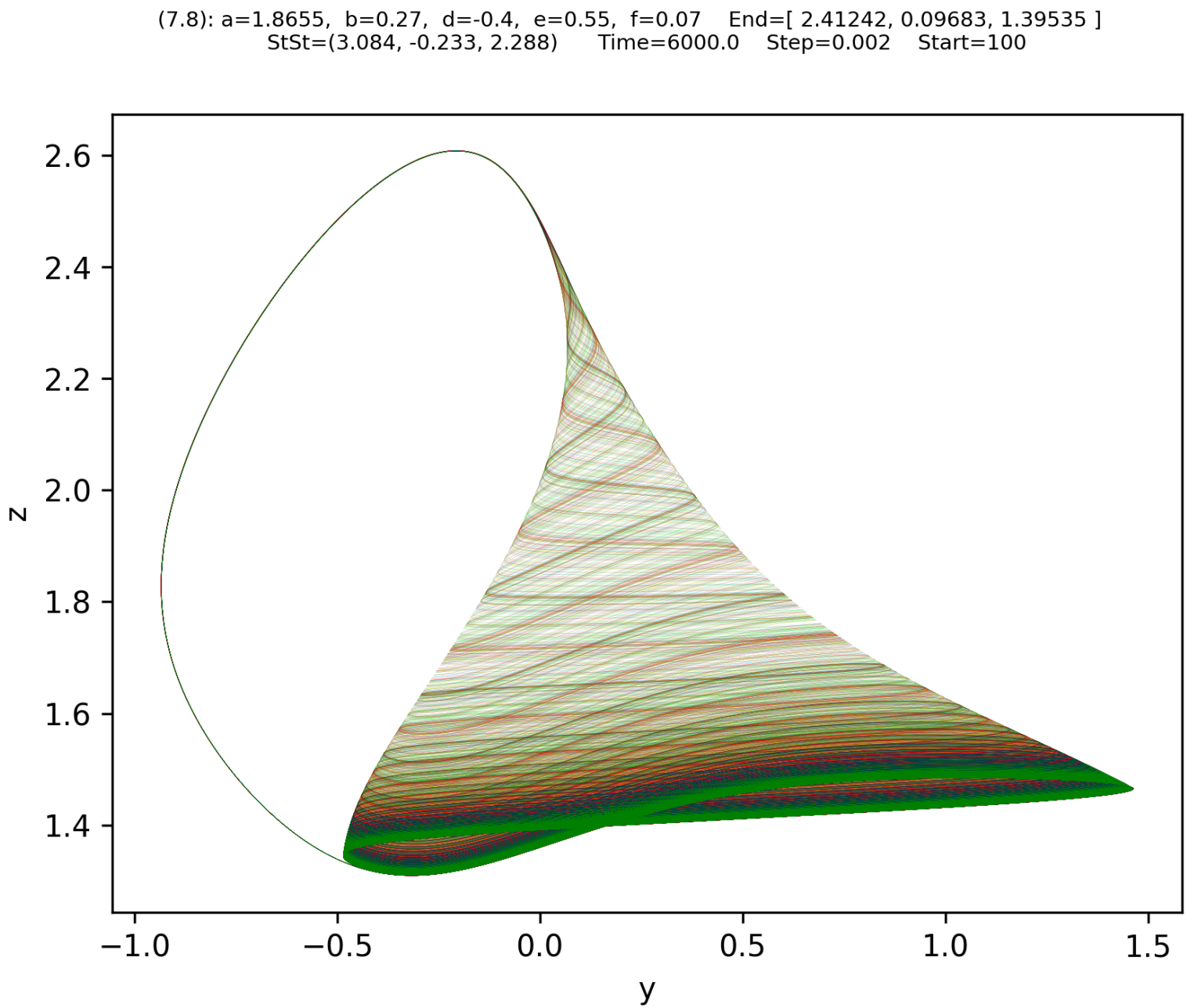

(7.8): a=1.86502, b=0.27, d=-0.4, e=0.55, f=0.07 End=[0.9836, 0.46996, 1.42841]
StSt=(3.084, -0.233, 2.288) Time=5000.0 Step=0.002 Start=2000
2.6
2.4
2.2
2.0
1.8
1.6
1.4
z
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
y

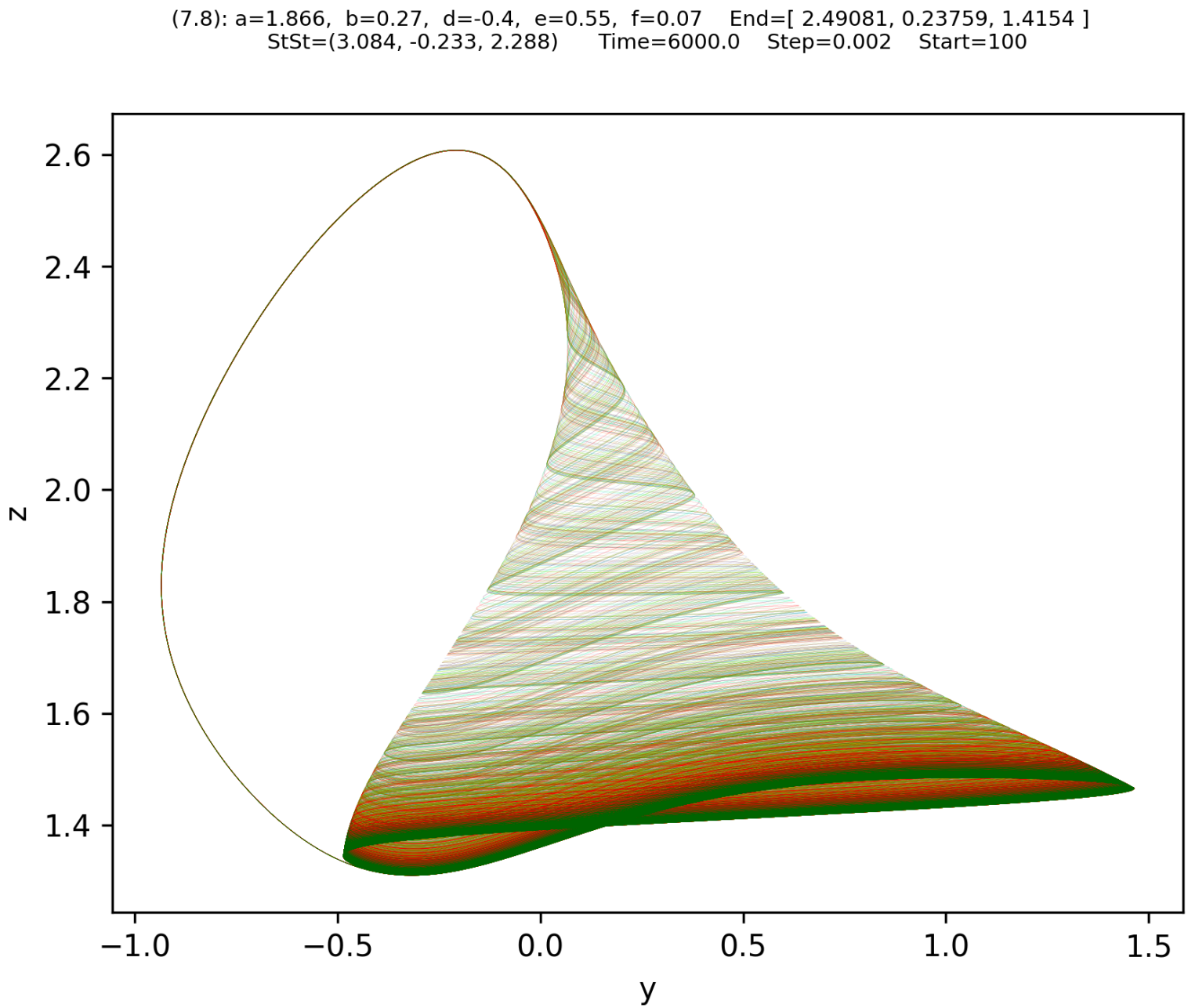

(7.8): a=1.86505, b=0.27, d=-0.4, e=0.55, f=0.07 End=[1.87871, -0.26066, 1.31491]
StSt=(3.084, -0.233, 2.288) Time=5000.0 Step=0.002 Start=1000
2.6
2.4
2.2
2.0
1.8
1.6
1.4
z
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
y

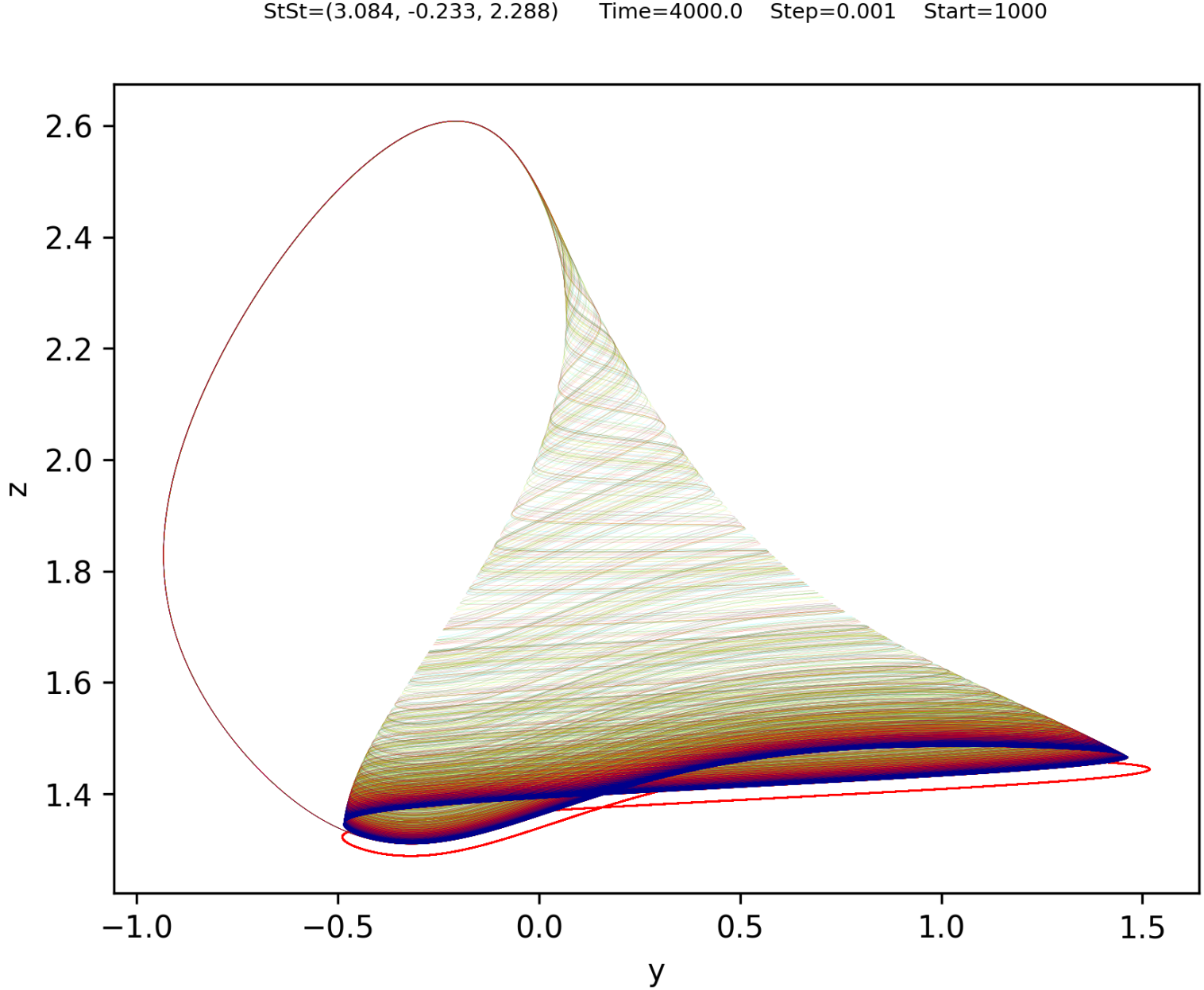
(7.8): a=1.8651, b=0.27, d=-0.4, e=0.55, f=0.07   End=[0.96315, -0.84628, 1.58802]
StSt=(3.084, -0.233, 2.288)   Time=10000.0   Step=0.002   Start=1000



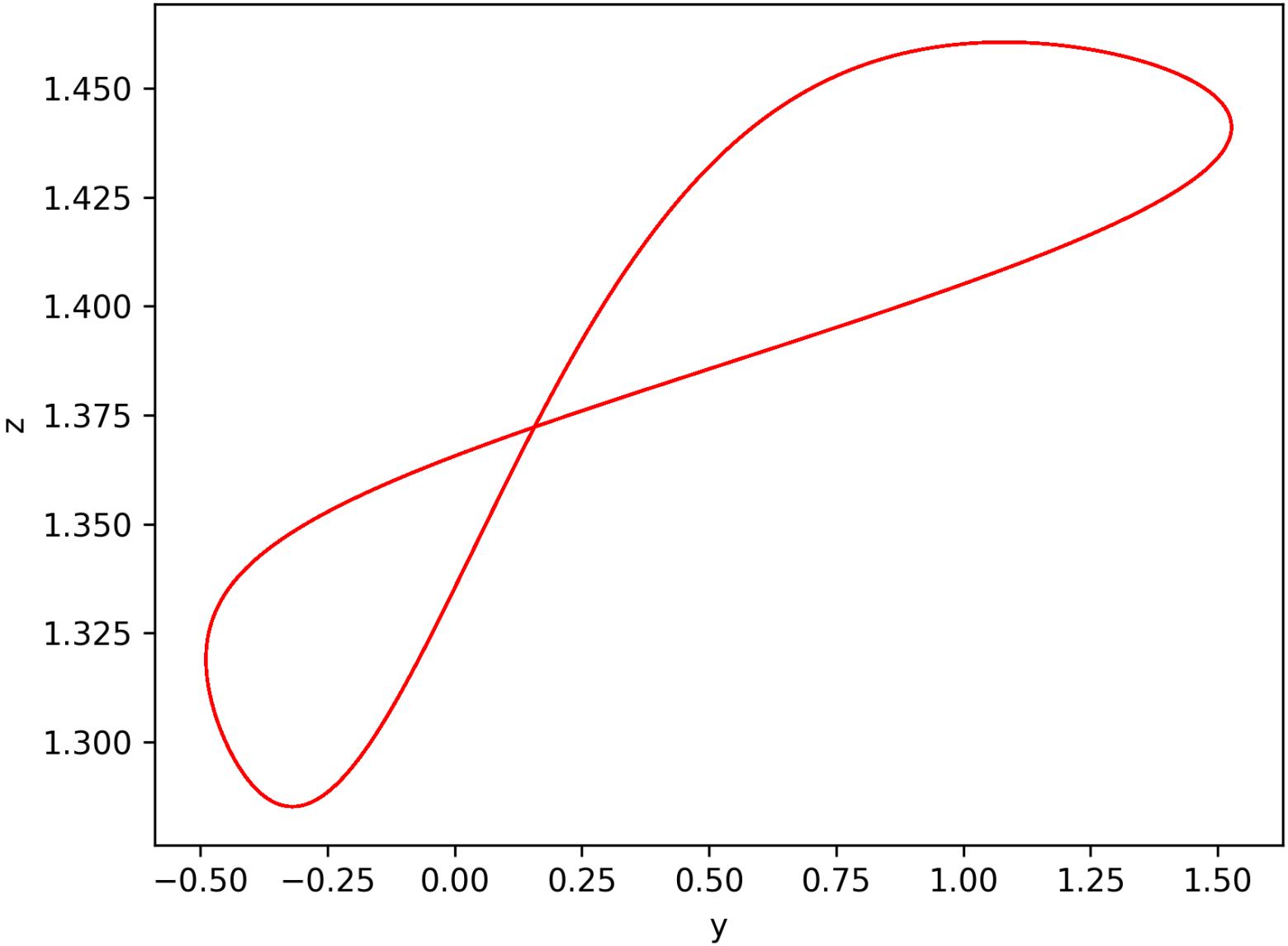

(7.8): a=1.8652, b=0.27, d=-0.4, e=0.55, f=0.07 End=[2.38551, 0.67103, 1.47272]
StSt=(3.084, -0.233, 2.288) Time=10000.0 Step=0.002 Start=100
2.6
2.4
2.2
2.0
1.8
1.6
1.4
z
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
y

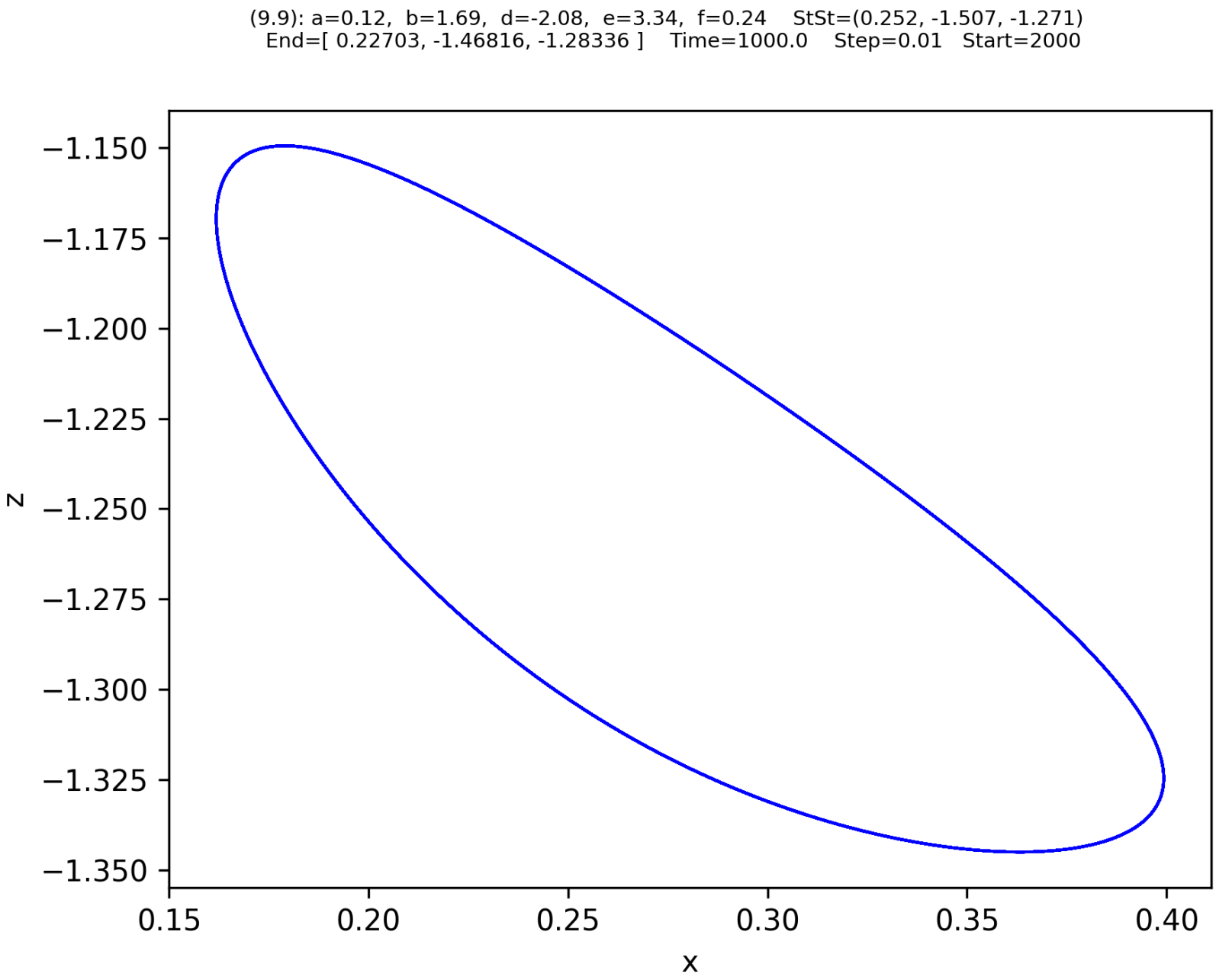

(7.8): a=1.8655, b=0.27, d=-0.4, e=0.55, f=0.07 End=[2.41242, 0.09683, 1.39535]
StSt=(3.084, -0.233, 2.288) Time=6000.0 Step=0.002 Start=100
2.6
2.4
2.2
2.0
1.8
1.6
1.4
z
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
y

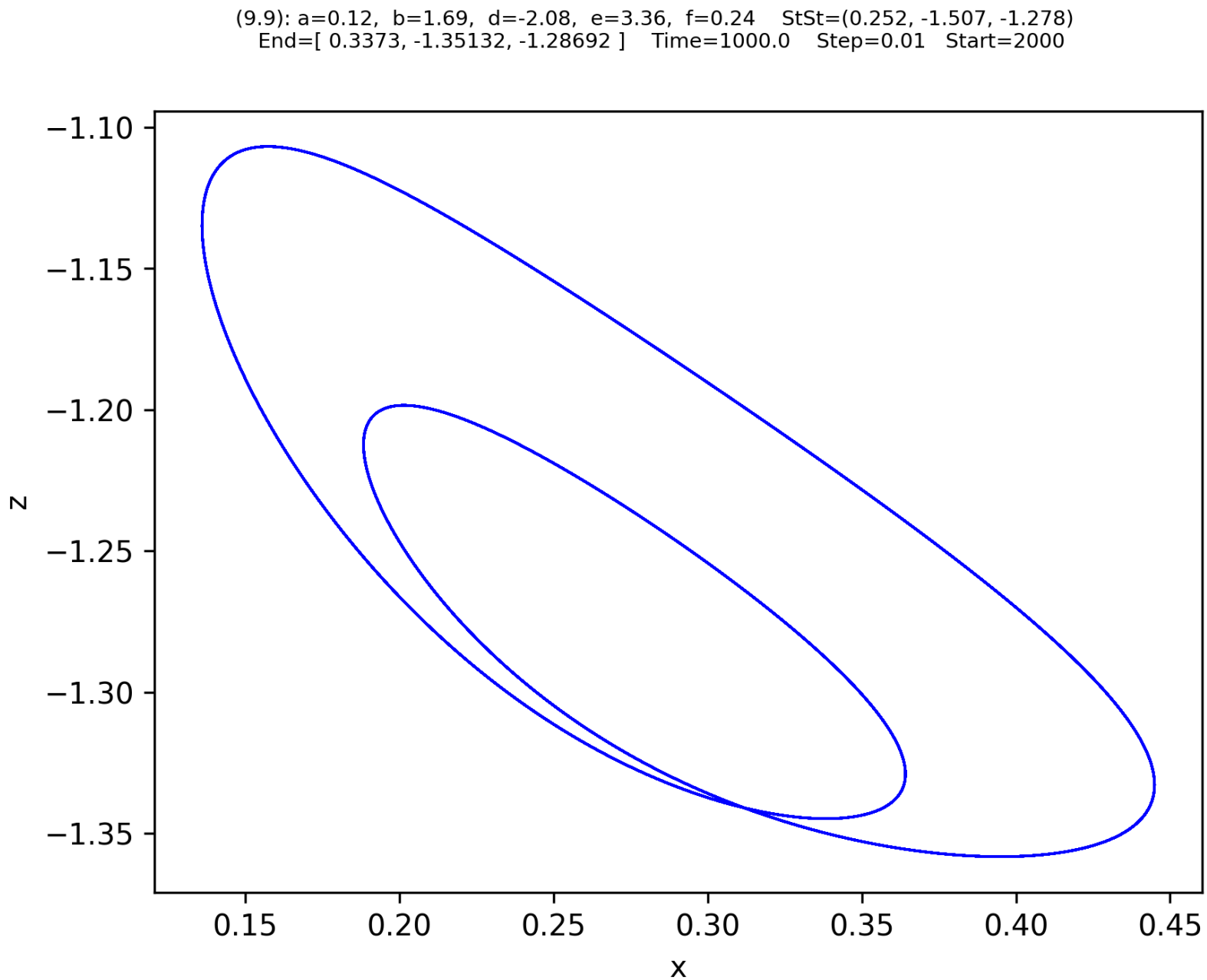

(7.8): a=1.866, b=0.27, d=-0.4, e=0.55, f=0.07 End=[2.49081, 0.23759, 1.4154]
StSt=(3.084, -0.233, 2.288) Time=6000.0 Step=0.002 Start=100
2.6
2.4
2.2
2.0
1.8
1.6
1.4
z
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
y

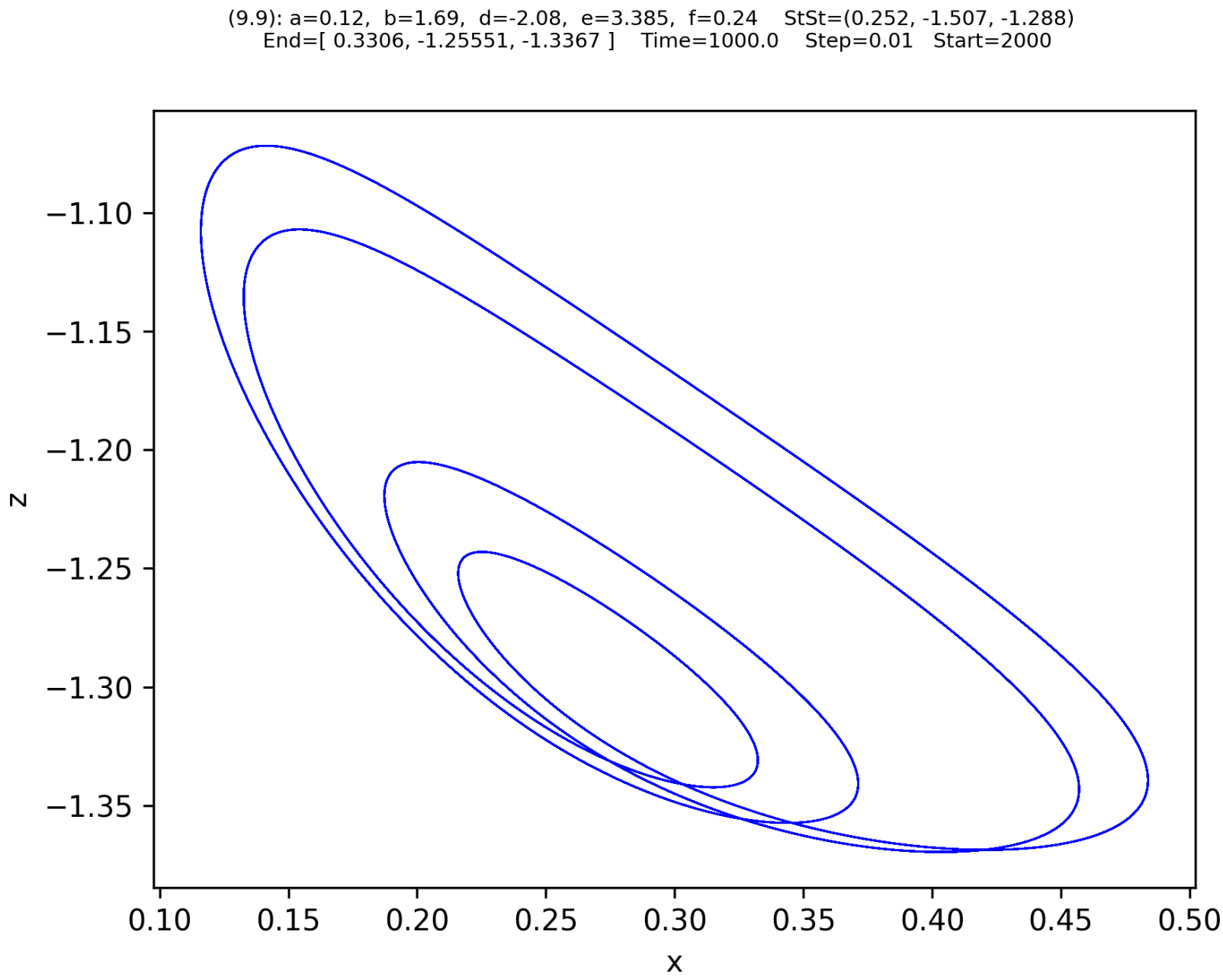

(7.8): a=1.8666, b=0.27, d=-0.4, e=0.55, f=0.07 End=[2.4454, 0.40602, 1.83943]
StSt=(3.084, -0.233, 2.288) Time=4000.0 Step=0.001 Start=1000
2.6
2.4
2.2
2.0
1.8
1.6
1.4
z
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
y

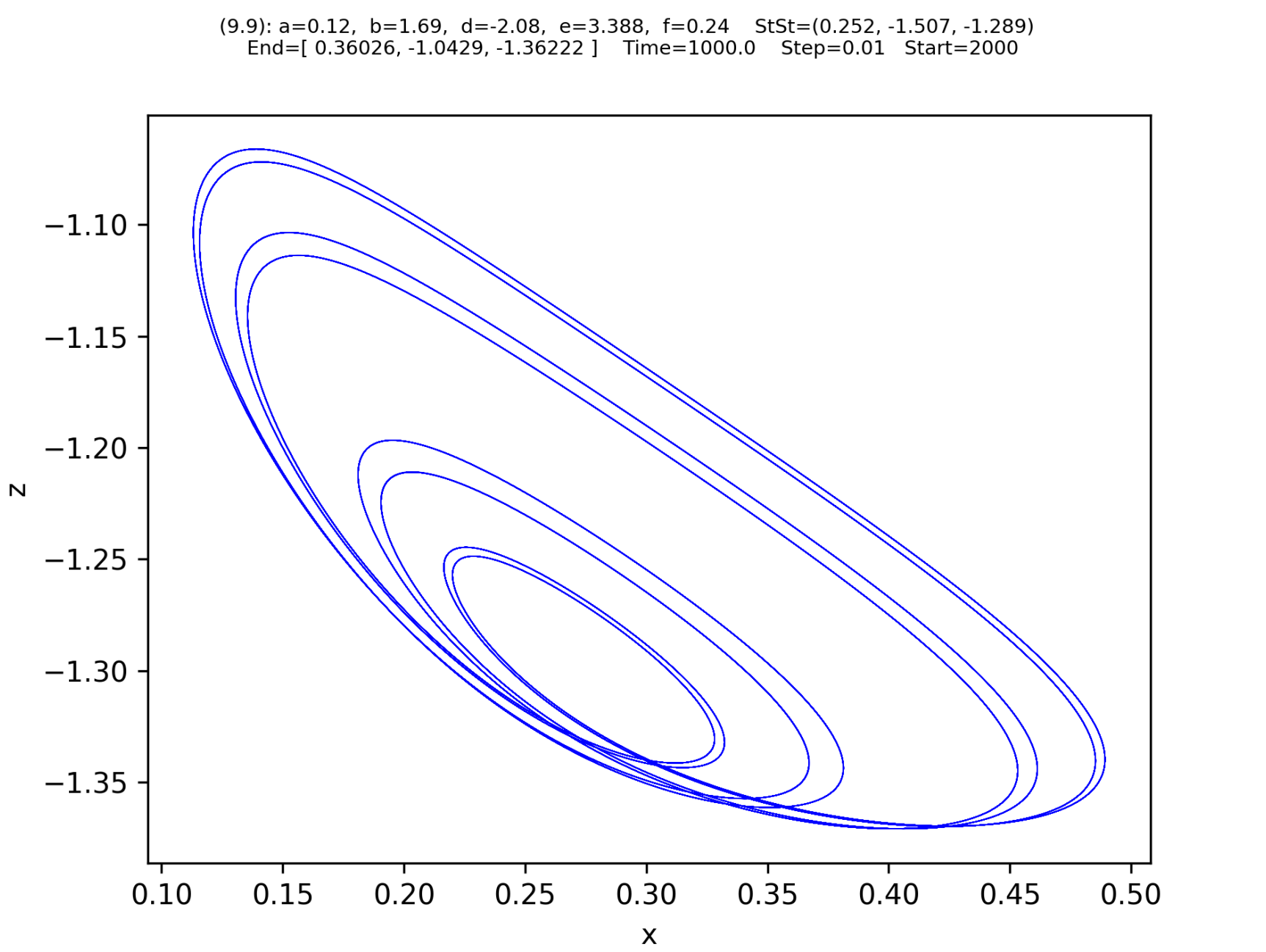
(7.8): a=1.8671, b=0.27, d=-0.4, e=0.55, f=0.07   End=[2.43232, 0.16973, 1.37517]
StSt=(3.084, -0.233, 2.288)   Time=1000.0   Step=0.001   Start=1000

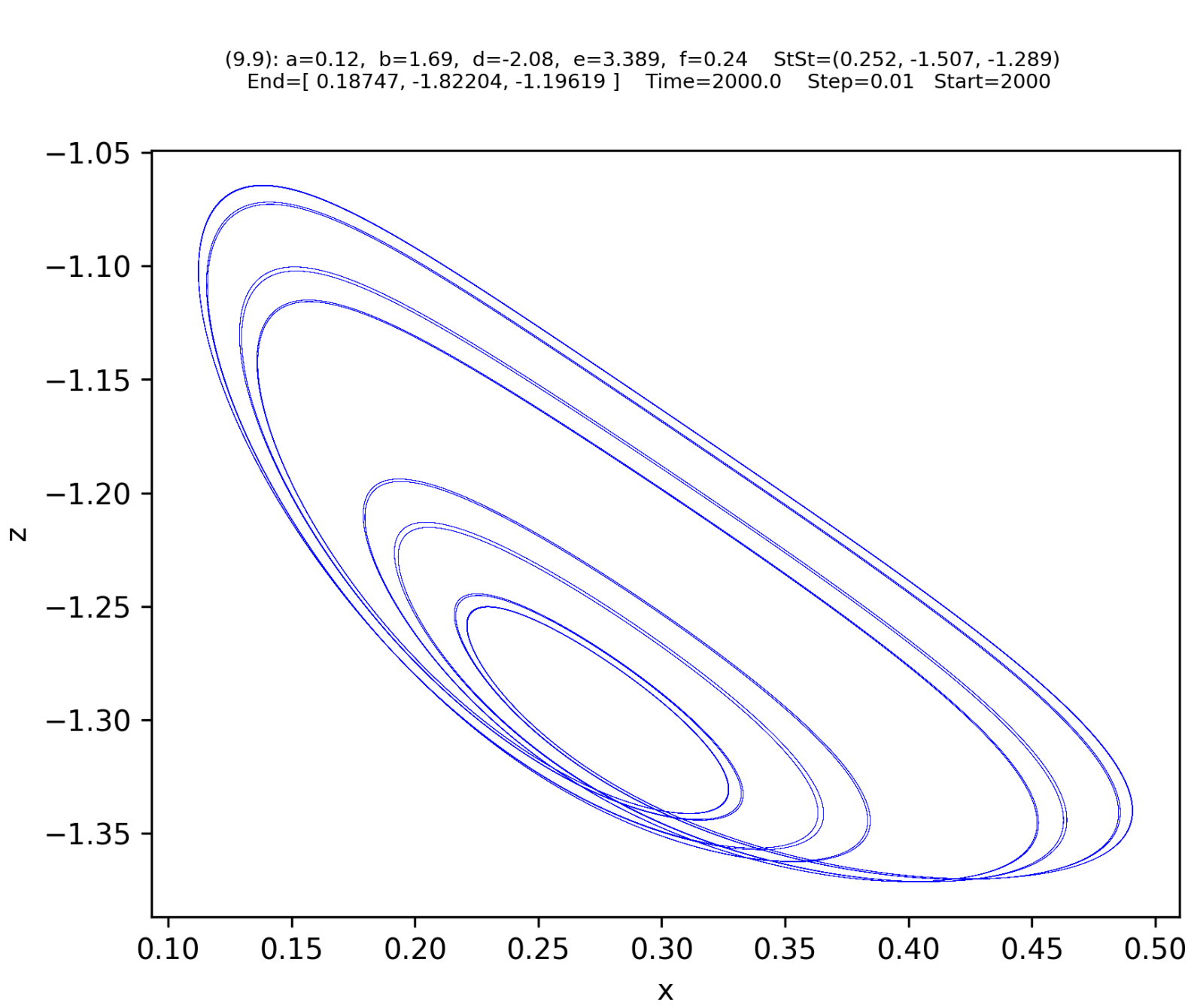


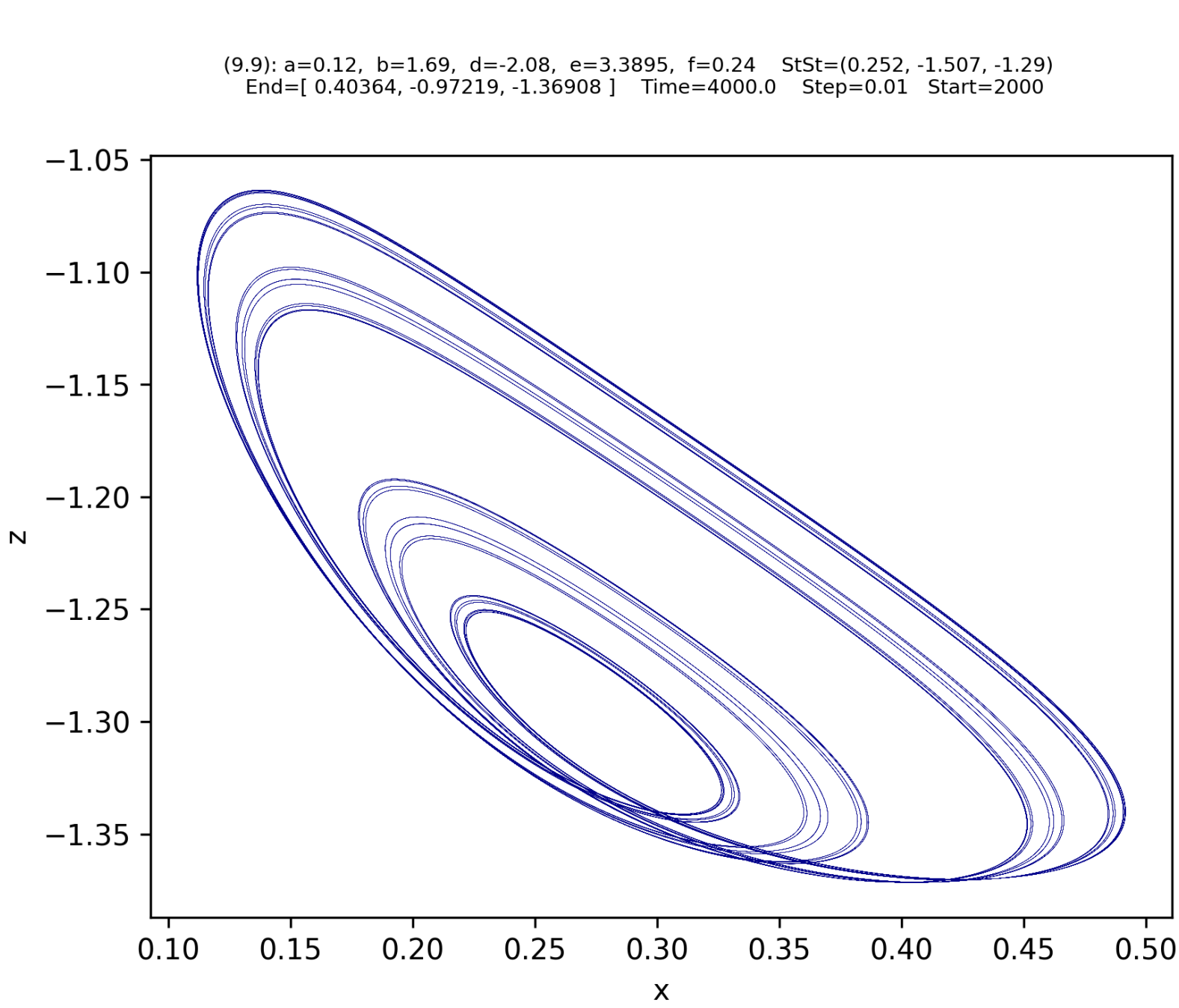

(9.9): a=0.12, b=1.69, d=-2.08, e=3.34, f=0.24 StSt=(0.252, -1.507, -1.271)
End=[0.22703, -1.46816, -1.28336] Time=1000.0 Step=0.01 Start=2000
−1.150
−1.175
−1.200
−1.225
−1.250
−1.275
−1.300
−1.325
−1.350
z
0.15
0.20
0.25
0.30
0.35
0.40
x

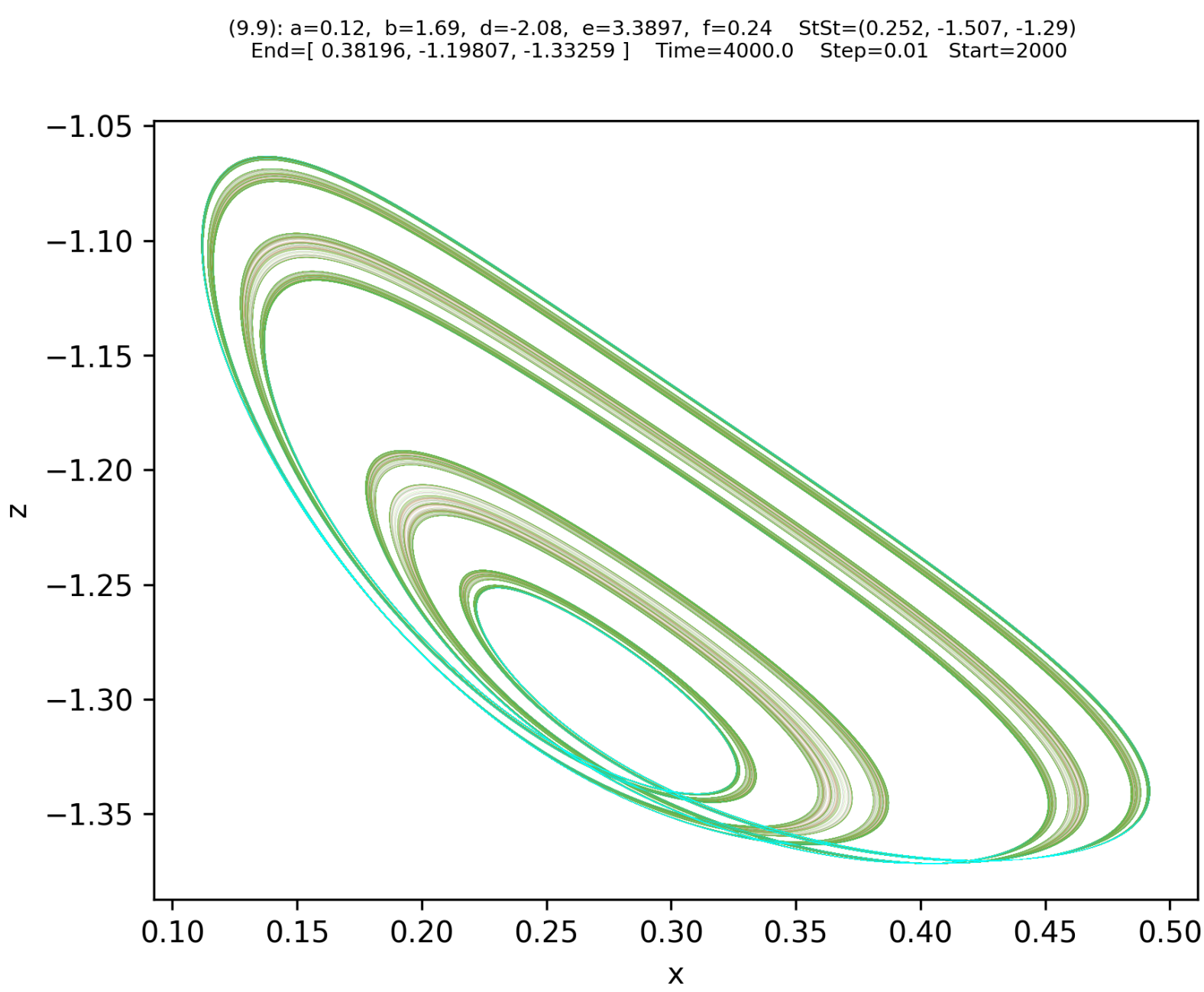

(9.9): a=0.12, b=1.69, d=-2.08, e=3.36, f=0.24 StSt=(0.252, -1.507, -1.278)
End=[0.3373, -1.35132, -1.28692] Time=1000.0 Step=0.01 Start=2000
−1.10
−1.15
−1.20
−1.25
−1.30
−1.35
z
0.15
0.20
0.25
0.30
0.35
0.40
0.45
x

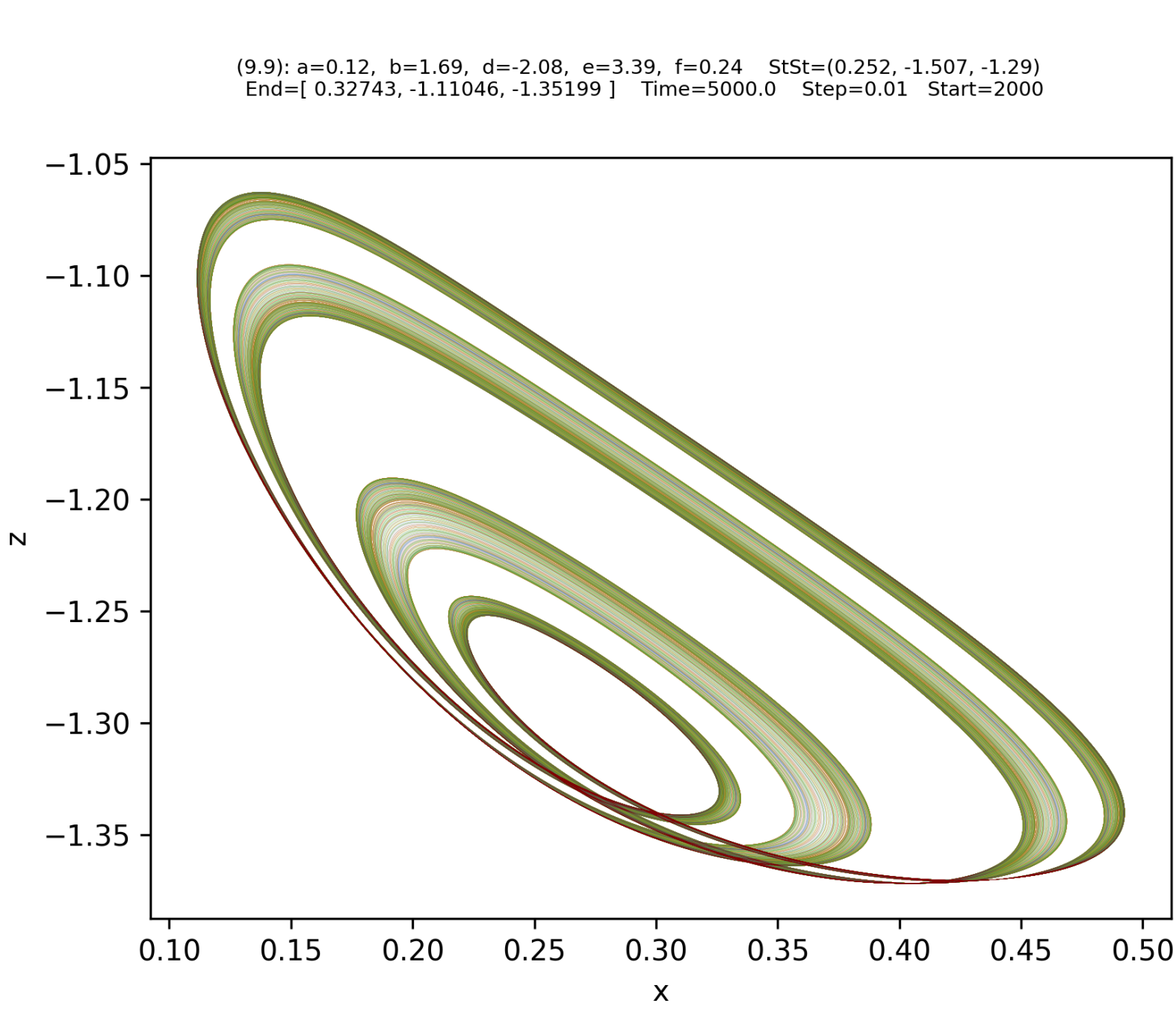

(9.9): a=0.12, b=1.69, d=-2.08, e=3.385, f=0.24 StSt=(0.252, -1.507, -1.288)
End=[0.3306, -1.25551, -1.3367] Time=1000.0 Step=0.01 Start=2000
−1.10
−1.15
−1.20
−1.25
−1.30
−1.35
z
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
0.35
0.40
0.45
0.50
x

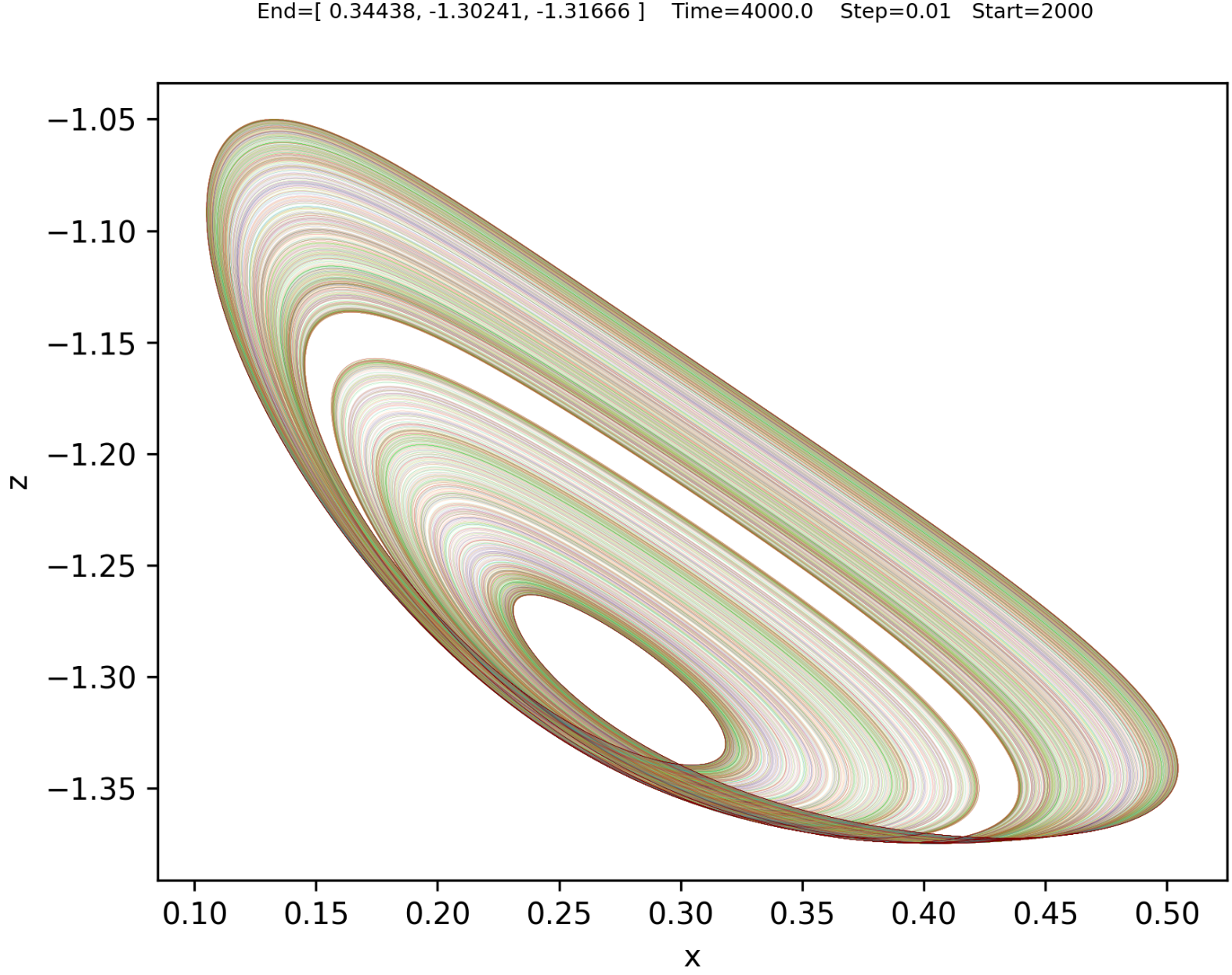

(9.9): a=0.12, b=1.69, d=-2.08, e=3.388, f=0.24 StSt=(0.252, -1.507, -1.289)
End=[0.36026, -1.0429, -1.36222] Time=1000.0 Step=0.01 Start=2000
−1.10
−1.15
−1.20
−1.25
−1.30
−1.35
z
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
0.35
0.40
0.45
0.50
x

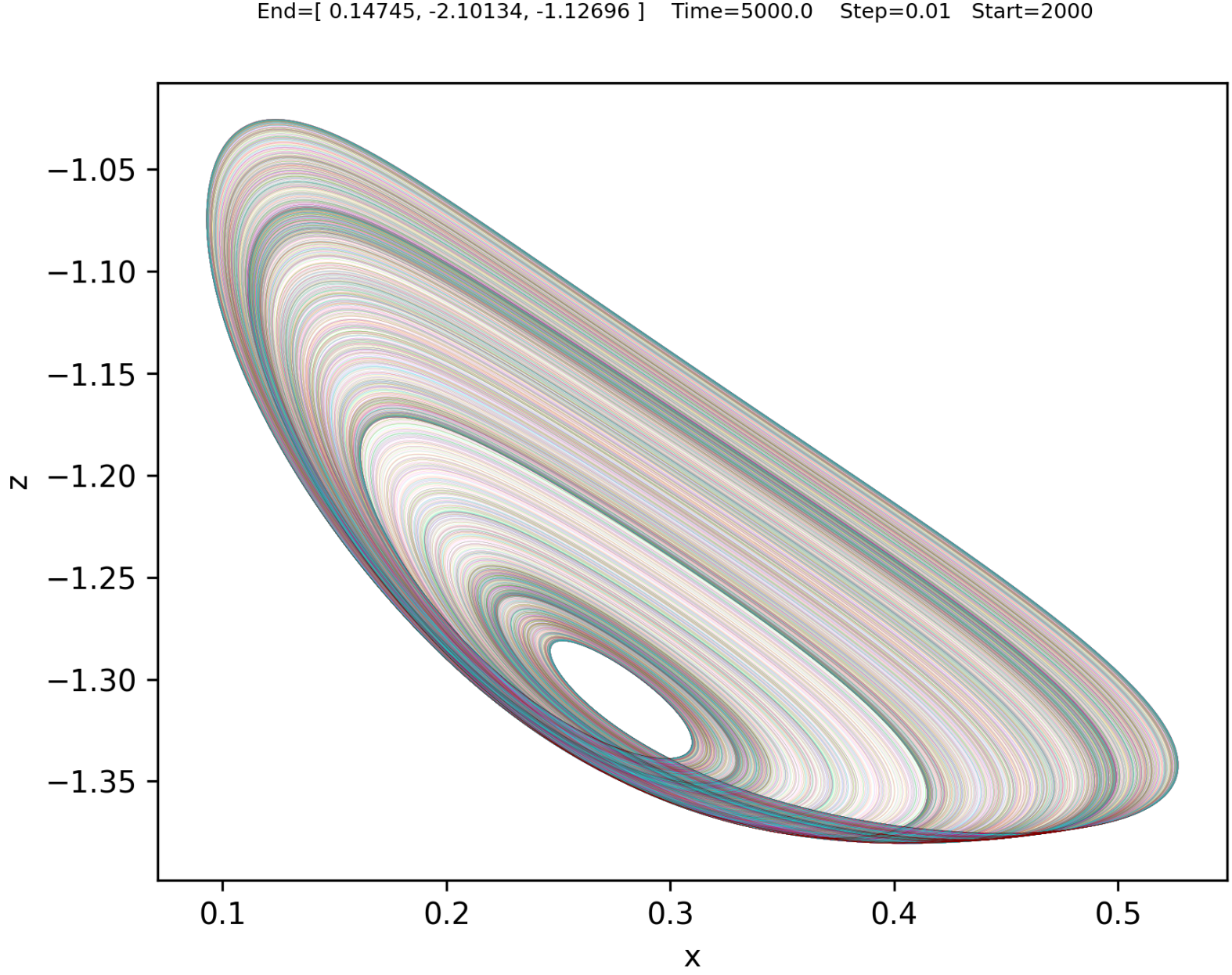

(9.9): a=0.12, b=1.69, d=-2.08, e=3.389, f=0.24 StSt=(0.252, -1.507, -1.289)
End=[0.18747, -1.82204, -1.19619] Time=2000.0 Step=0.01 Start=2000
−1.05
−1.10
−1.15
−1.20
−1.25
−1.30
−1.35
z
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
0.35
0.40
0.45
0.50
x

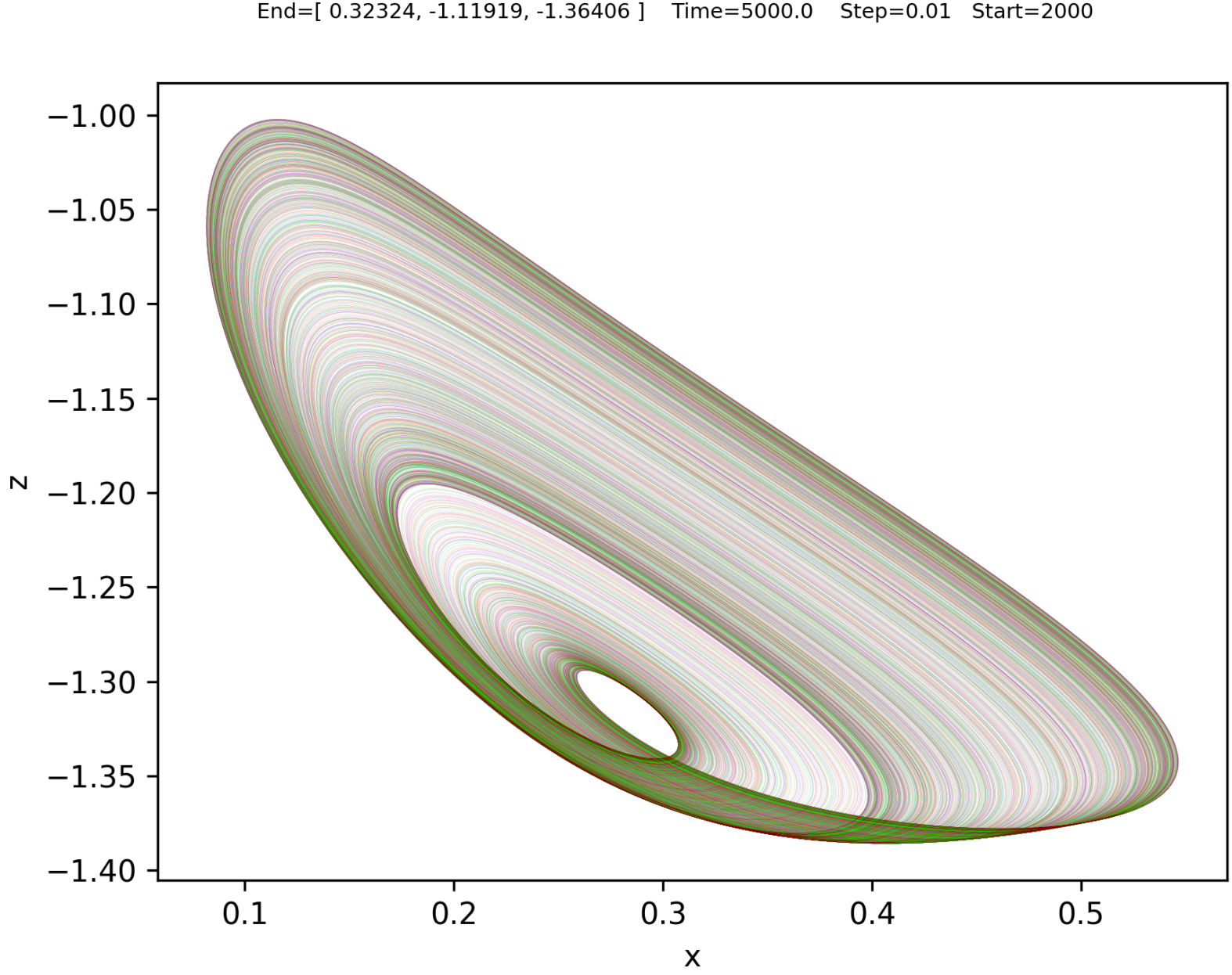

(9.9): a=0.12, b=1.69, d=-2.08, e=3.3895, f=0.24 StSt=(0.252, -1.507, -1.29)
End=[0.40364, -0.97219, -1.36908] Time=4000.0 Step=0.01 Start=2000
−1.05
−1.10
−1.15
−1.20
−1.25
−1.30
−1.35
z
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
0.35
0.40
0.45
0.50
x

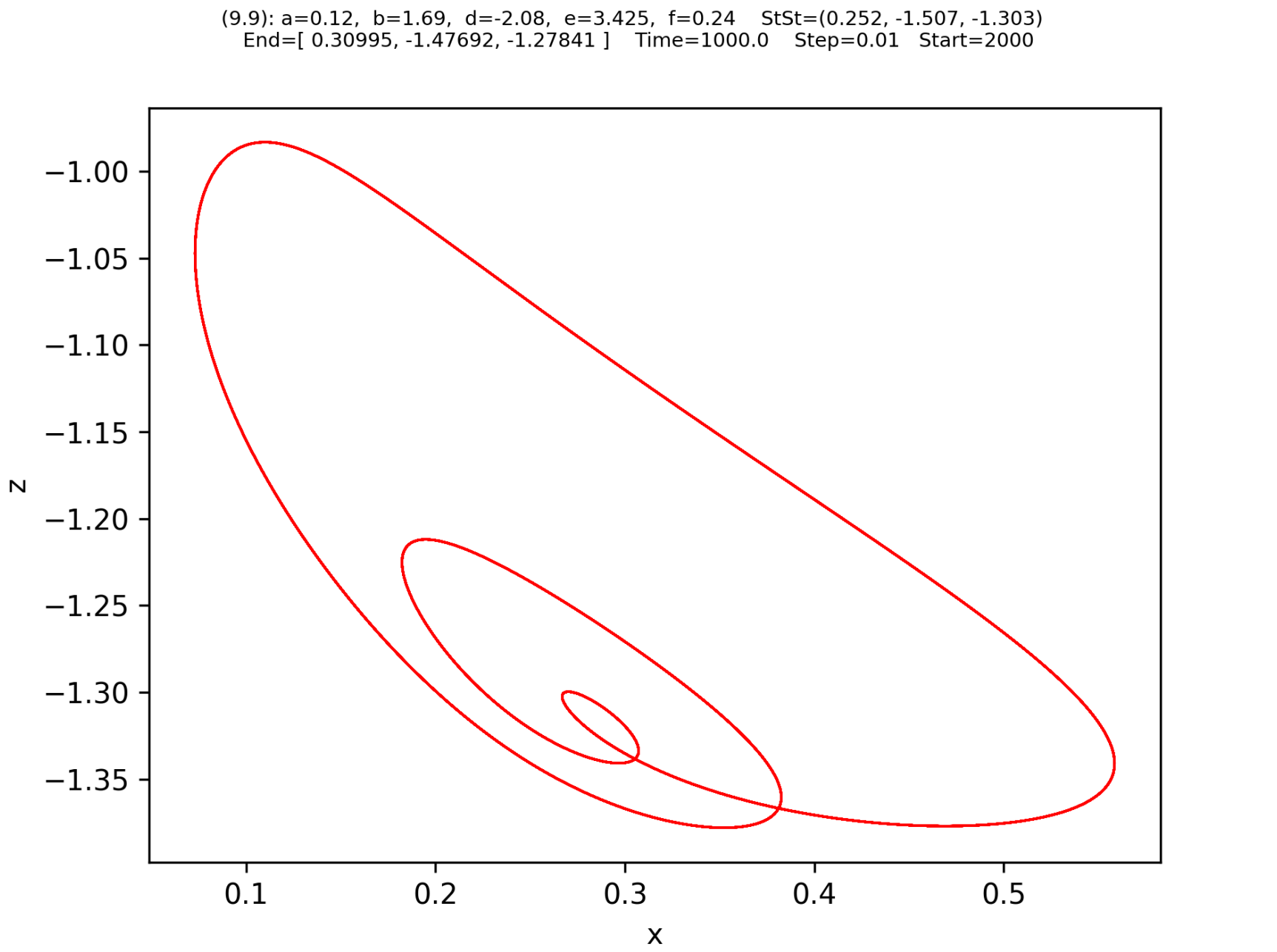

(9.9): a=0.12, b=1.69, d=-2.08, e=3.3897, f=0.24 StSt=(0.252, -1.507, -1.29)
End=[0.38196, -1.19807, -1.33259] Time=4000.0 Step=0.01 Start=2000
−1.05
−1.10
−1.15
−1.20
−1.25
−1.30
−1.35
z
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
0.35
0.40
0.45
0.50
x


(9.9): a=0.12, b=1.69, d=-2.08, e=3.39, f=0.24 StSt=(0.252, -1.507, -1.29)
End=[0.32743, -1.11046, -1.35199] Time=5000.0 Step=0.01 Start=2000
−1.05
−1.10
−1.15
−1.20
−1.25
−1.30
−1.35
z
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
0.35
0.40
0.45
0.50
x

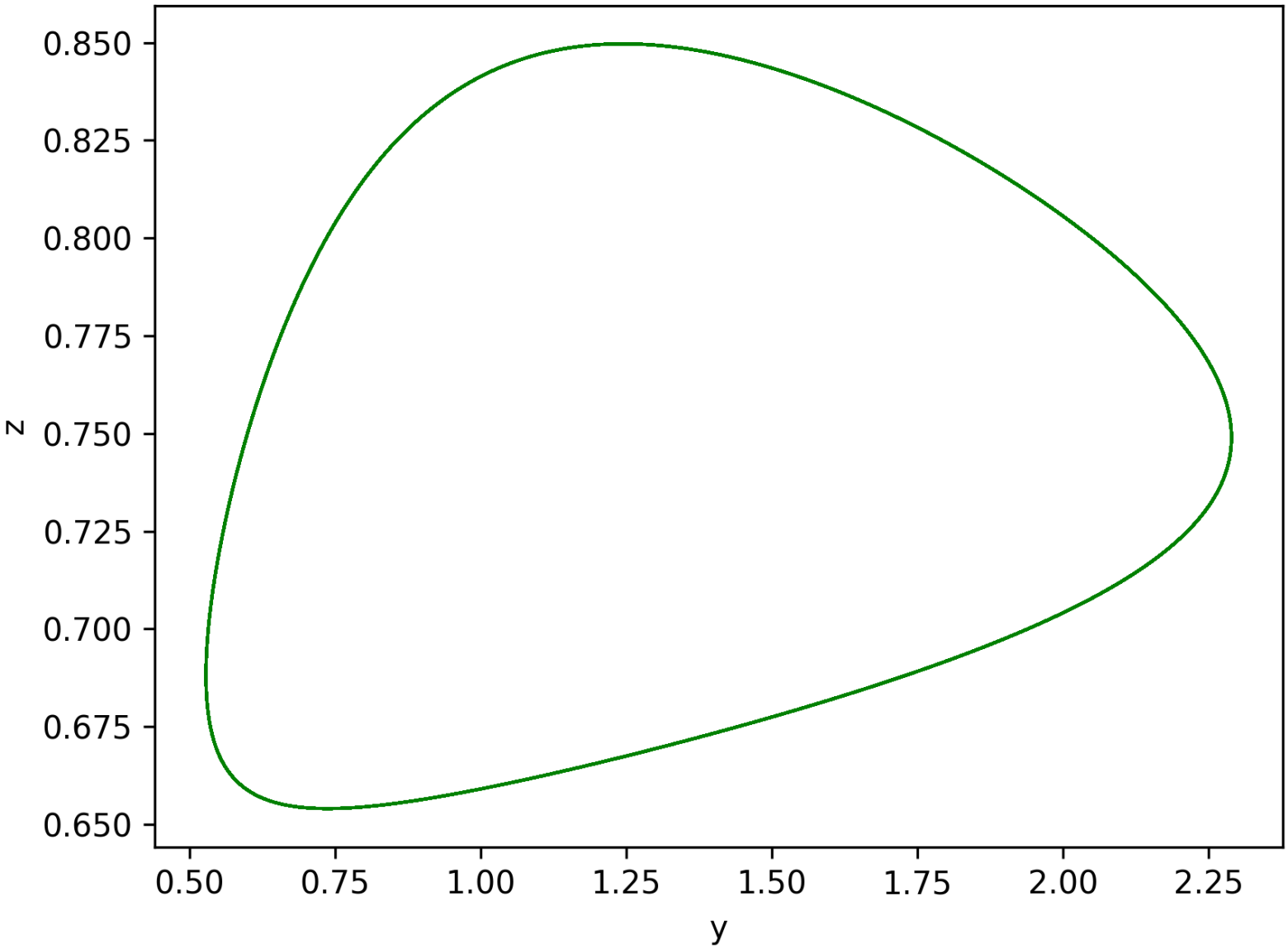

(9.9): a=0.12, b=1.69, d=-2.08, e=3.397, f=0.24 StSt=(0.252, -1.507, -1.292)
End=[0.34438, -1.30241, -1.31666] Time=4000.0 Step=0.01 Start=2000
−1.05
−1.10
−1.15
−1.20
−1.25
−1.30
−1.35
z
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
0.35
0.40
0.45
0.50
x


(9.9): a=0.12, b=1.69, d=-2.08, e=3.41, f=0.24 StSt=(0.252, -1.507, -1.297)
End=[0.14745, -2.10134, -1.12696] Time=5000.0 Step=0.01 Start=2000
−1.05
−1.10
−1.15
−1.20
−1.25
−1.30
−1.35
z
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
x

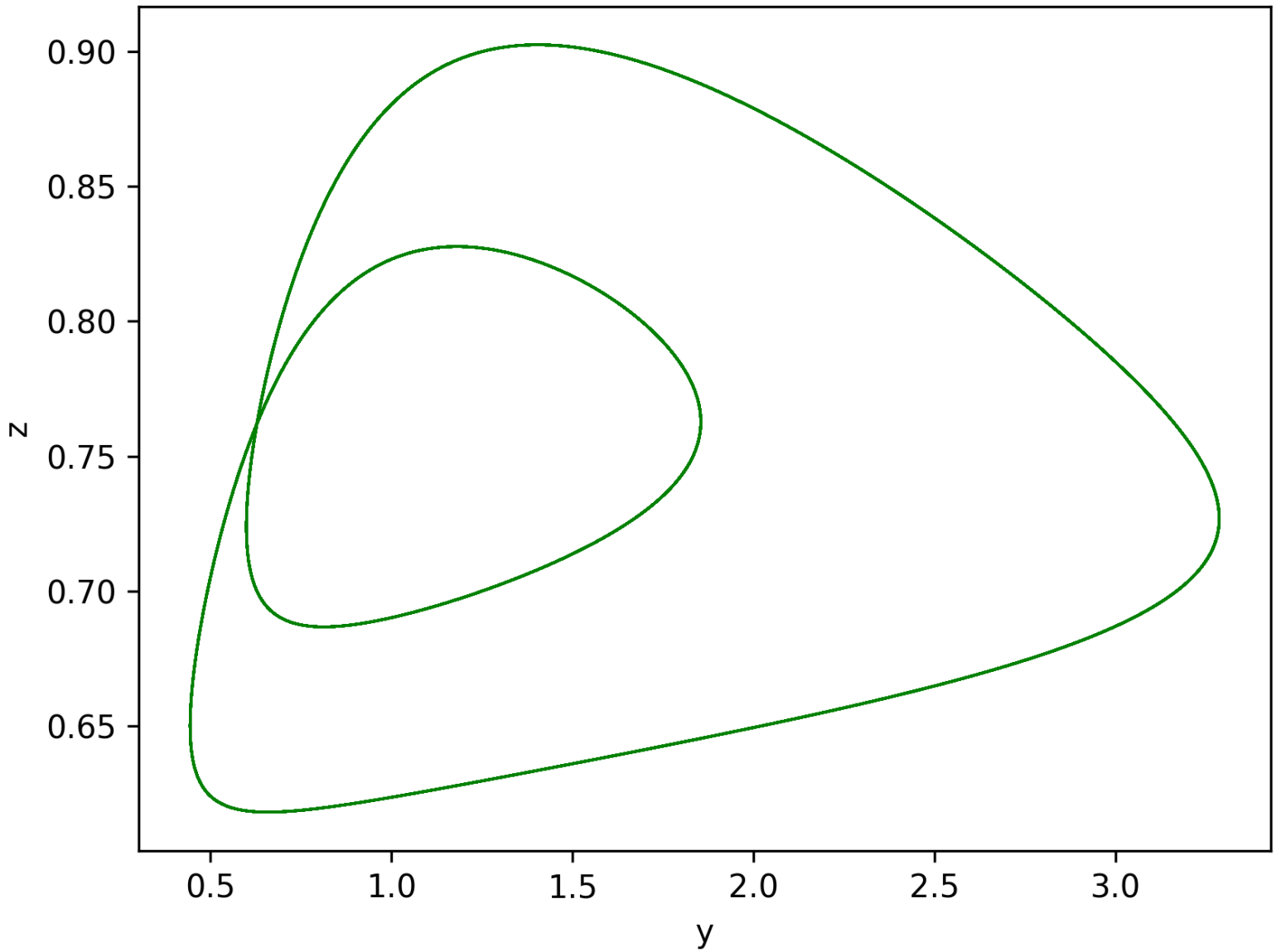

(9.9): a=0.12, b=1.69, d=-2.08, e=3.422, f=0.24 StSt=(0.252, -1.507, -1.302)
End=[0.32324, -1.11919, -1.36406] Time=5000.0 Step=0.01 Start=2000
−1.00
−1.05
−1.10
−1.15
−1.20
−1.25
−1.30
−1.35
−1.40
z
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
x


(9.9): a=0.12, b=1.69, d=-2.08, e=3.425, f=0.24 StSt=(0.252, -1.507, -1.303)
End=[0.30995, -1.47692, -1.27841] Time=1000.0 Step=0.01 Start=2000
−1.00
−1.05
−1.10
−1.15
−1.20
−1.25
−1.30
−1.35
z
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
x

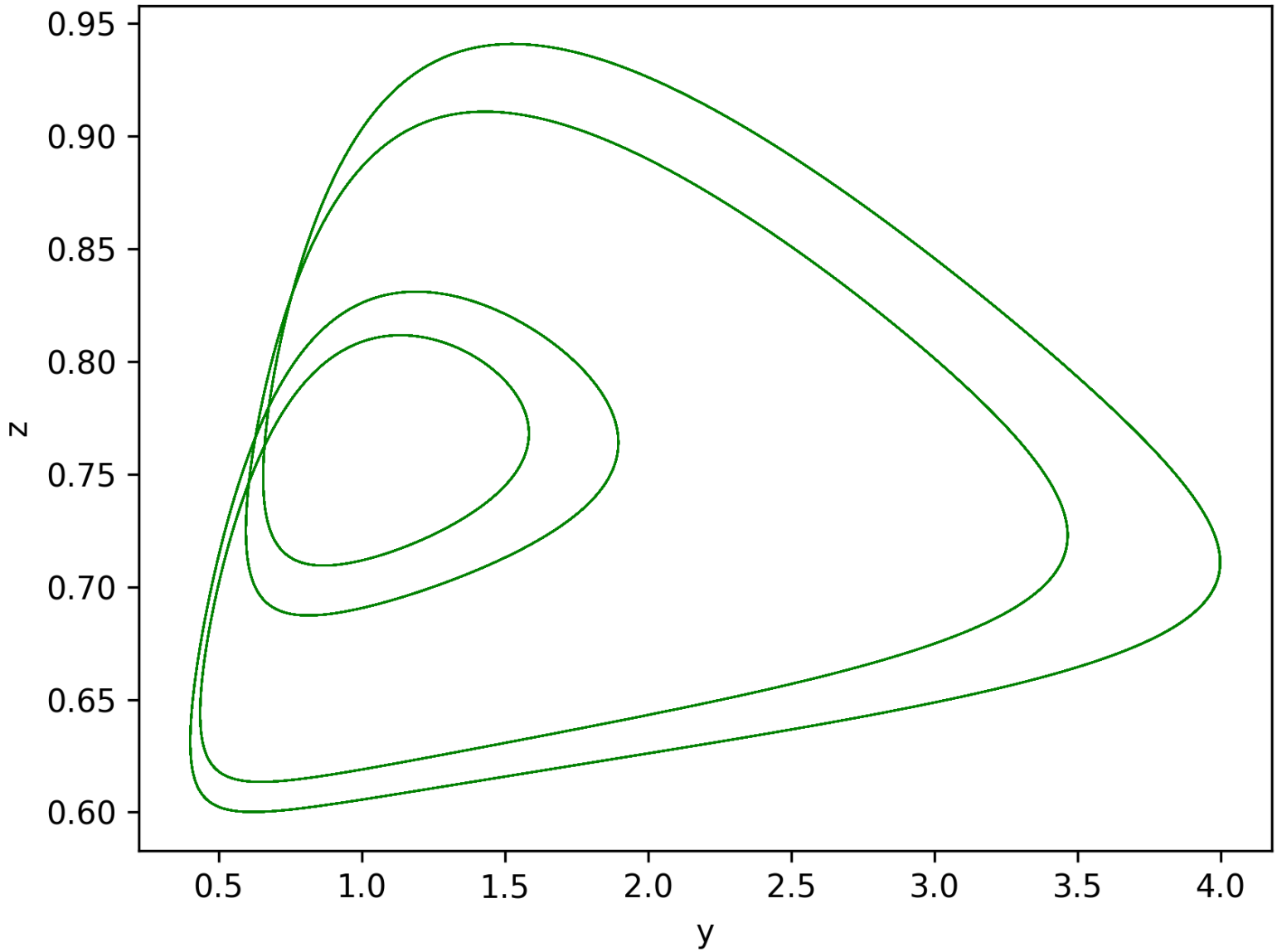
(5.1): a=0.53, b=-0.33, d=-0.74, e=0.58, f=0.25   End=[0.37697, 1.5386, 0.84165]
StSt=(1.9809, 0.9137, 0.728)   Time=1000.0   Start=1000   Step=0.01



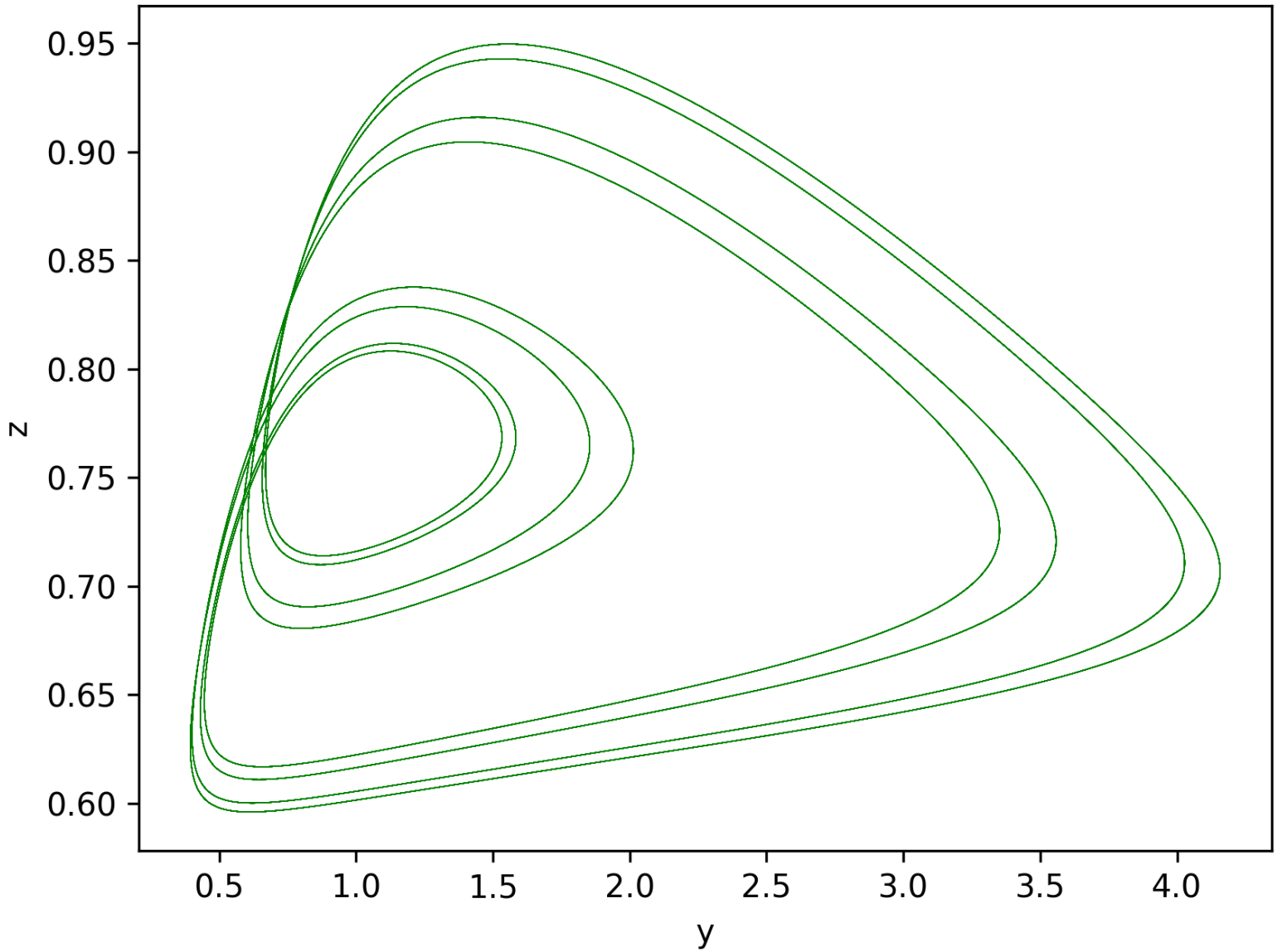
(5.1): a=0.55, b=-0.33, d=-0.74, e=0.58, f=0.25   End=[3.68642, 0.74669, 0.68757]
StSt=(1.9809, 0.9137, 0.728)   Time=1000.0   Start=1000   Step=0.01



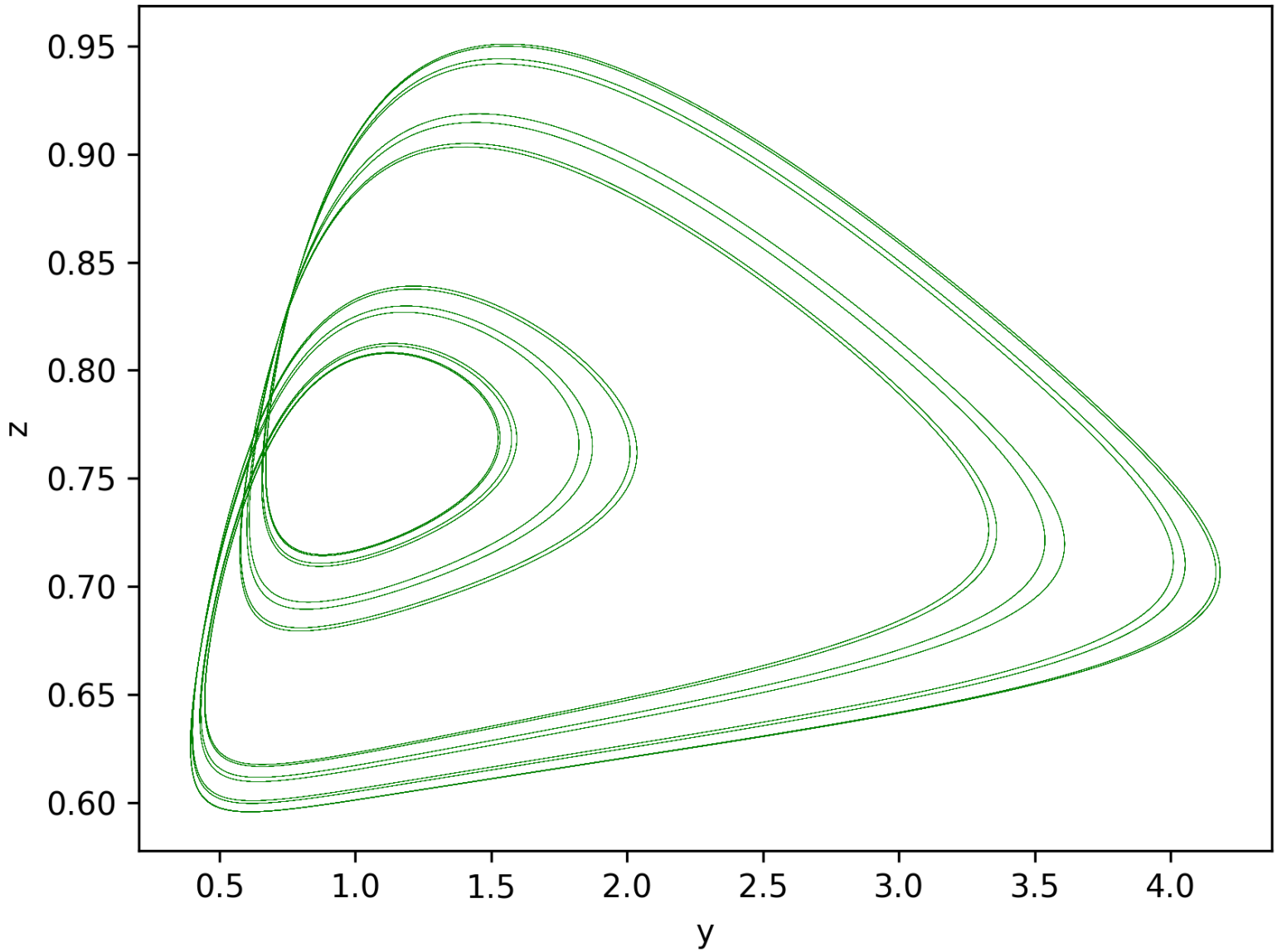
(5.1): a=0.56, b=-0.33, d=-0.74, e=0.58, f=0.25   End=[1.1063, 1.89103, 0.75777]
StSt=(1.9809, 0.9137, 0.728)   Time=1000.0   Start=1000   Step=0.01



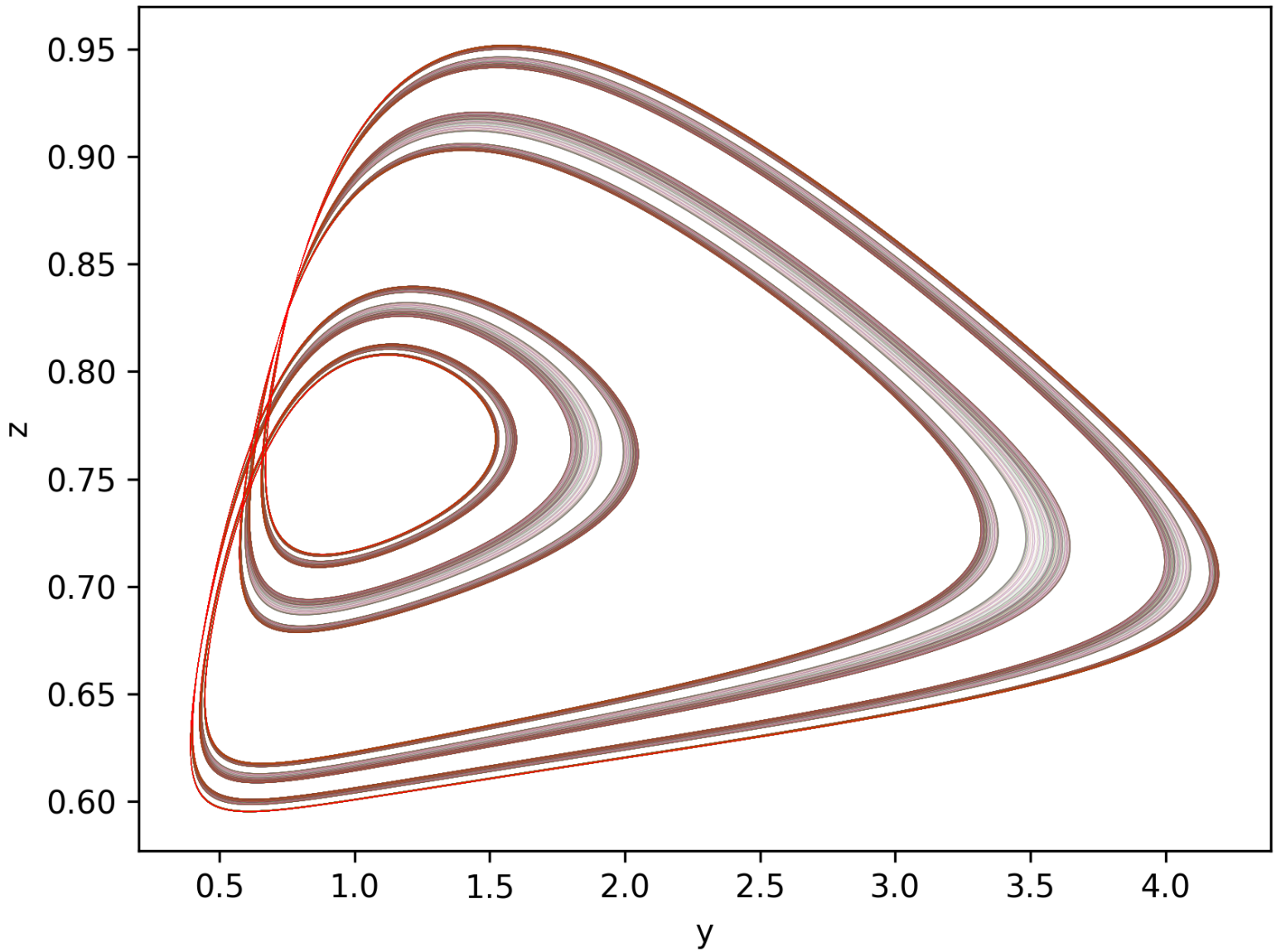
(5.1): a=0.5615, b=-0.33, d=-0.74, e=0.58, f=0.25   End=[1.58959, 0.68698, 0.80196]
StSt=(1.9809, 0.9137, 0.728)   Time=1000.0   Start=1000   Step=0.01



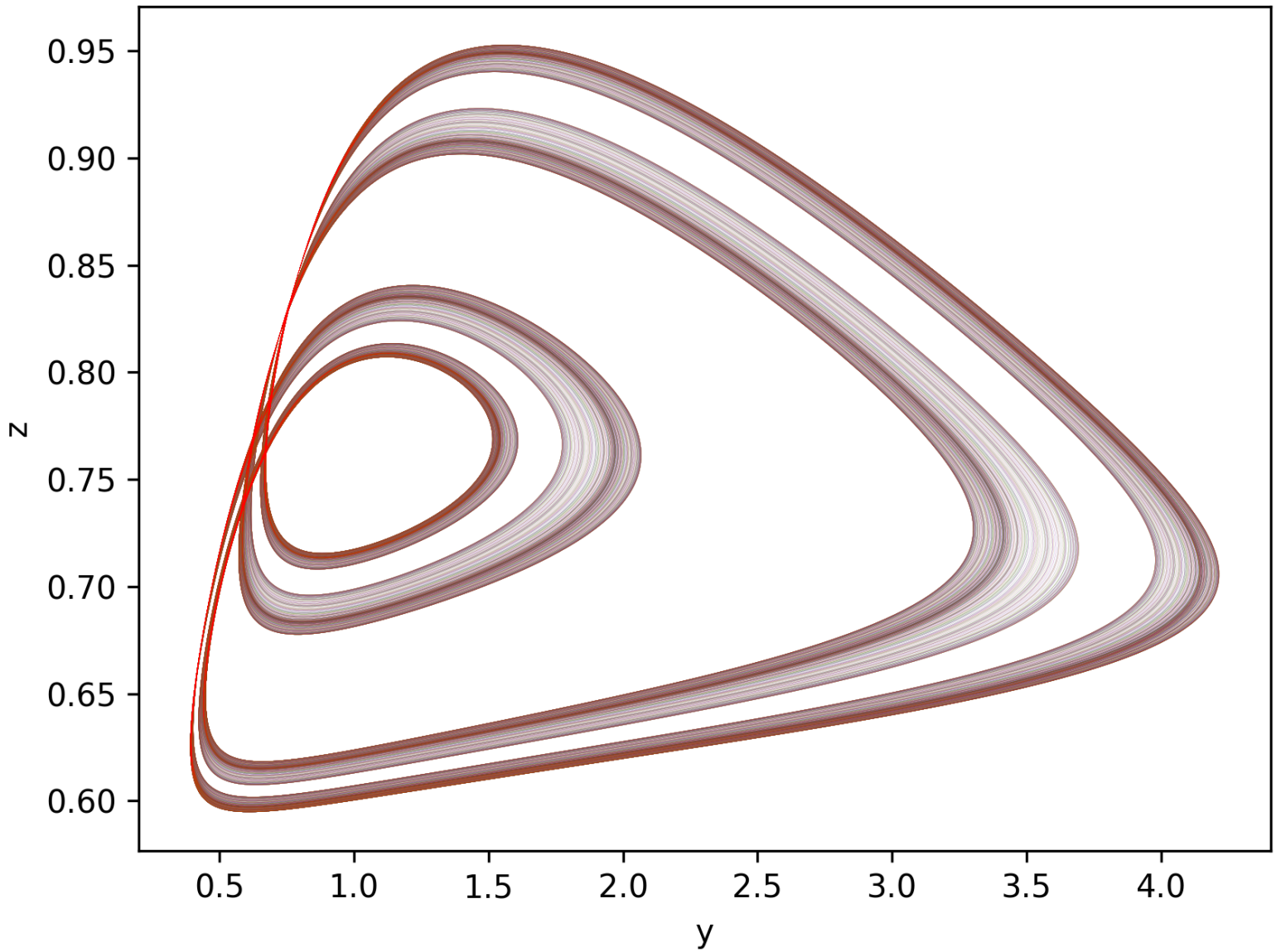
(5.1): a=0.5617, b=-0.33, d=-0.74, e=0.58, f=0.25   End=[0.30948, 1.57428, 0.90108]
StSt=(1.9809, 0.9137, 0.728)   Time=2000.0   Start=8000   Step=0.01



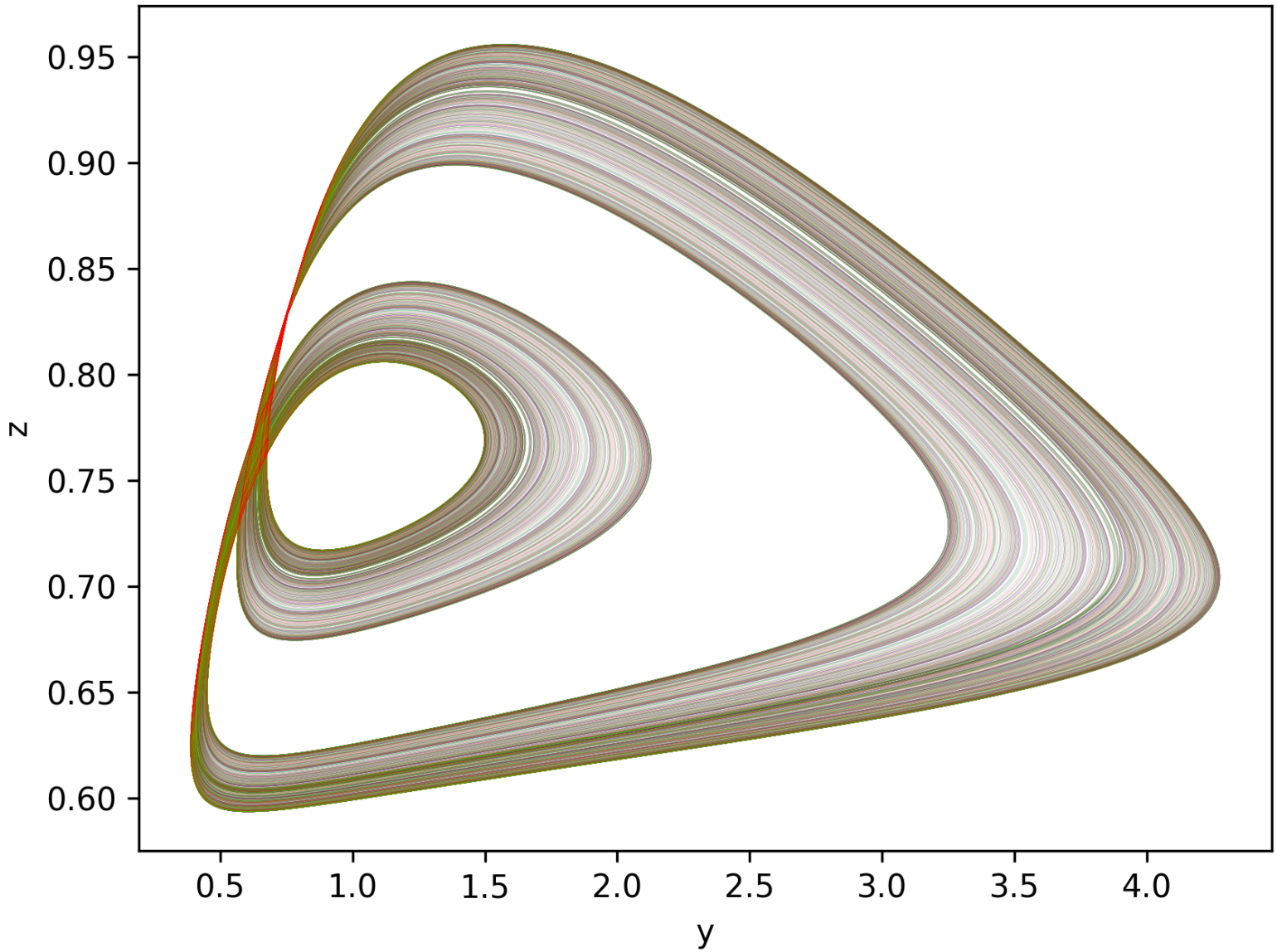
(5.1): a=0.56185, b=-0.33, d=-0.74, e=0.58, f=0.25   End=[0.10296, 2.94027, 0.8643]
StSt=(1.9809, 0.9137, 0.728)   Time=3000.0   Start=2000   Step=0.01



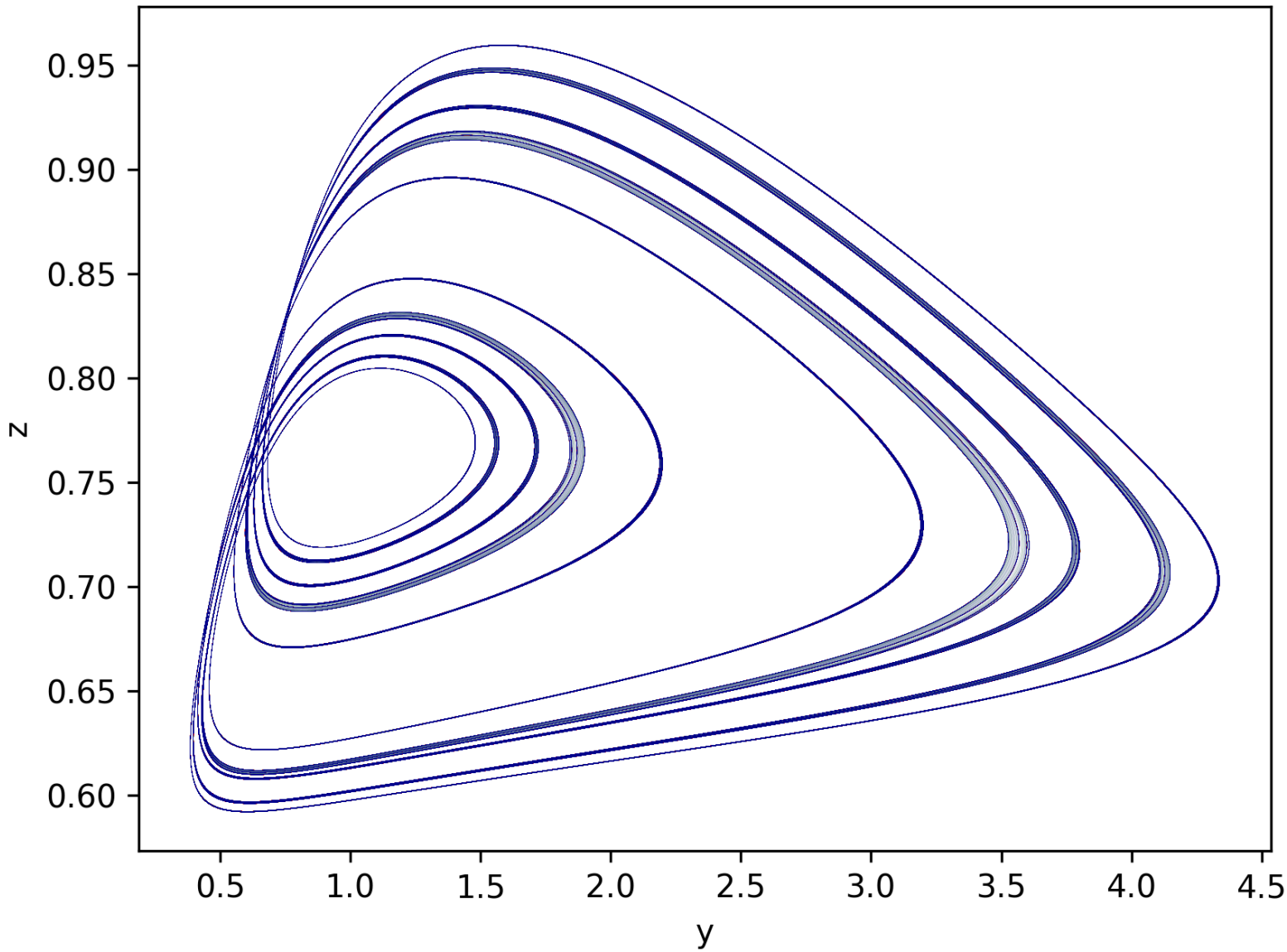
(5.1): a=0.562, b=-0.33, d=-0.74, e=0.58, f=0.25 End=[2.98807, 0.75272, 0.72036]
StSt=(1.9809, 0.9137, 0.728) Time=3000.0 Start=2000 Step=0.01



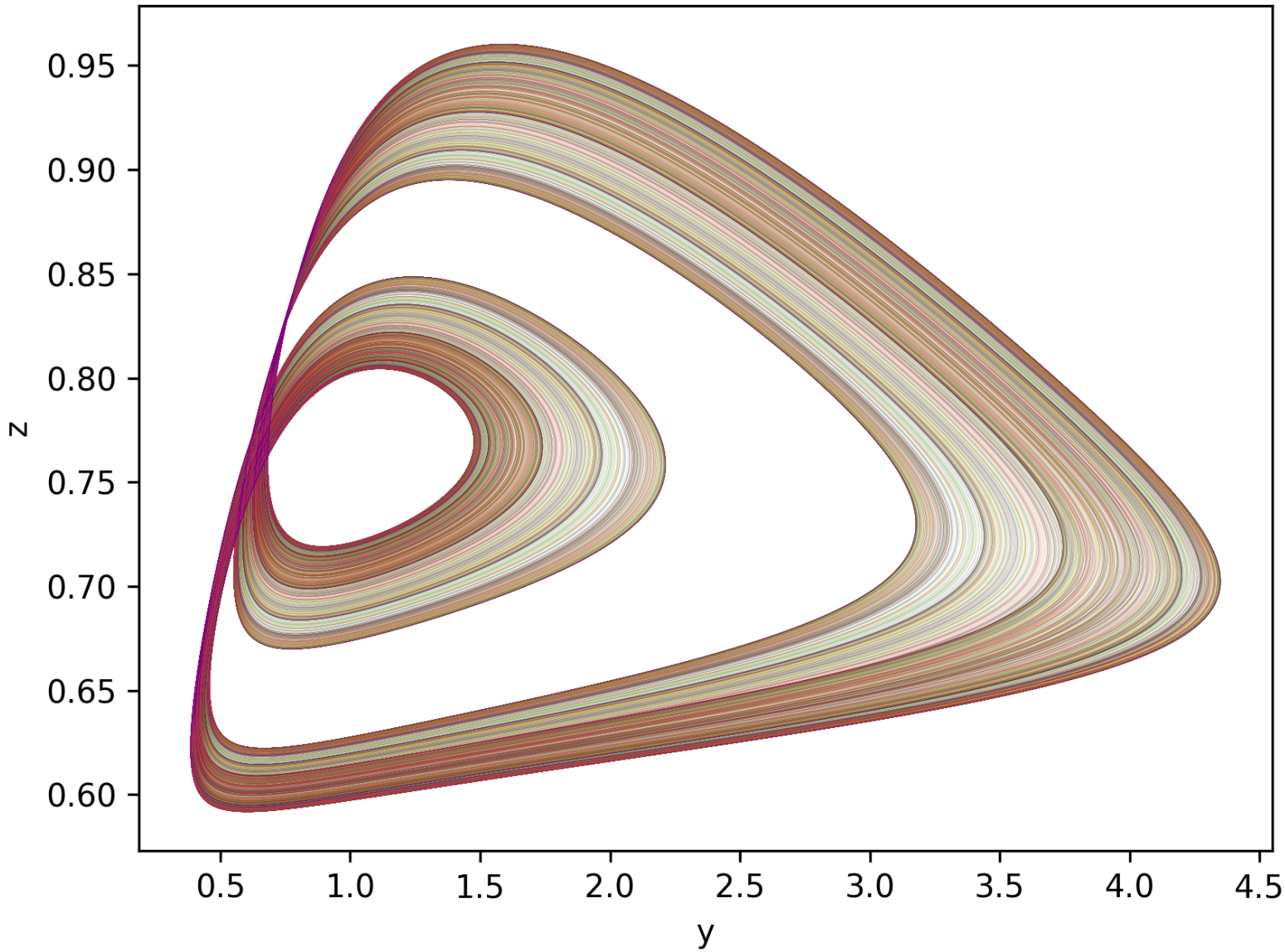
(5.1): a=0.5625, b=-0.33, d=-0.74, e=0.58, f=0.25   End=[5.25549, 0.38981, 0.63079]
StSt=(1.9809, 0.9137, 0.728)   Time=3000.0   Start=2000   Step=0.01



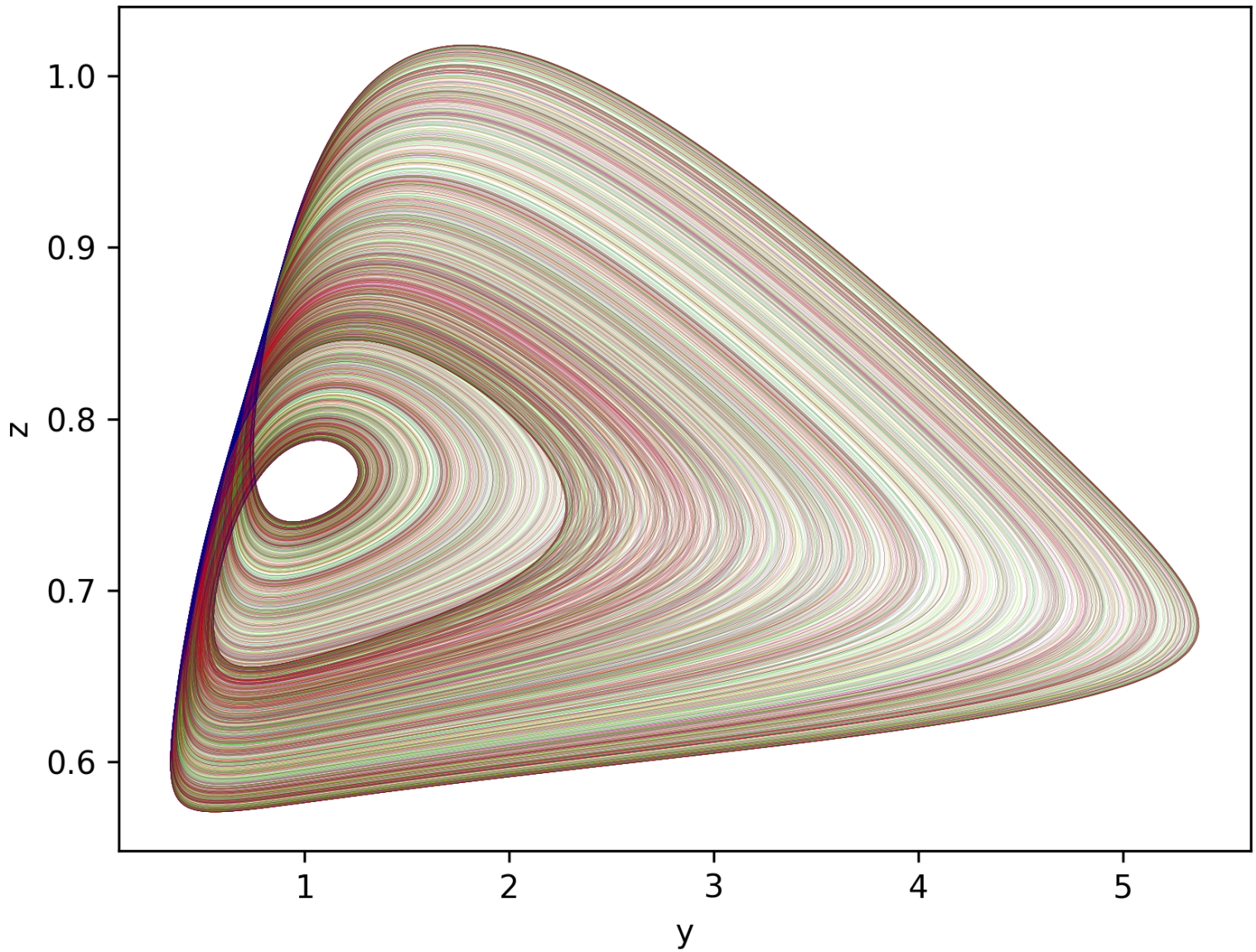
(5.1): a=0.563, b=-0.33, d=-0.74, e=0.58, f=0.25 End=[3.31773, 0.45695, 0.68986]
StSt=(1.9809, 0.9137, 0.728) Time=18000.0 Start=60000 Step=0.001



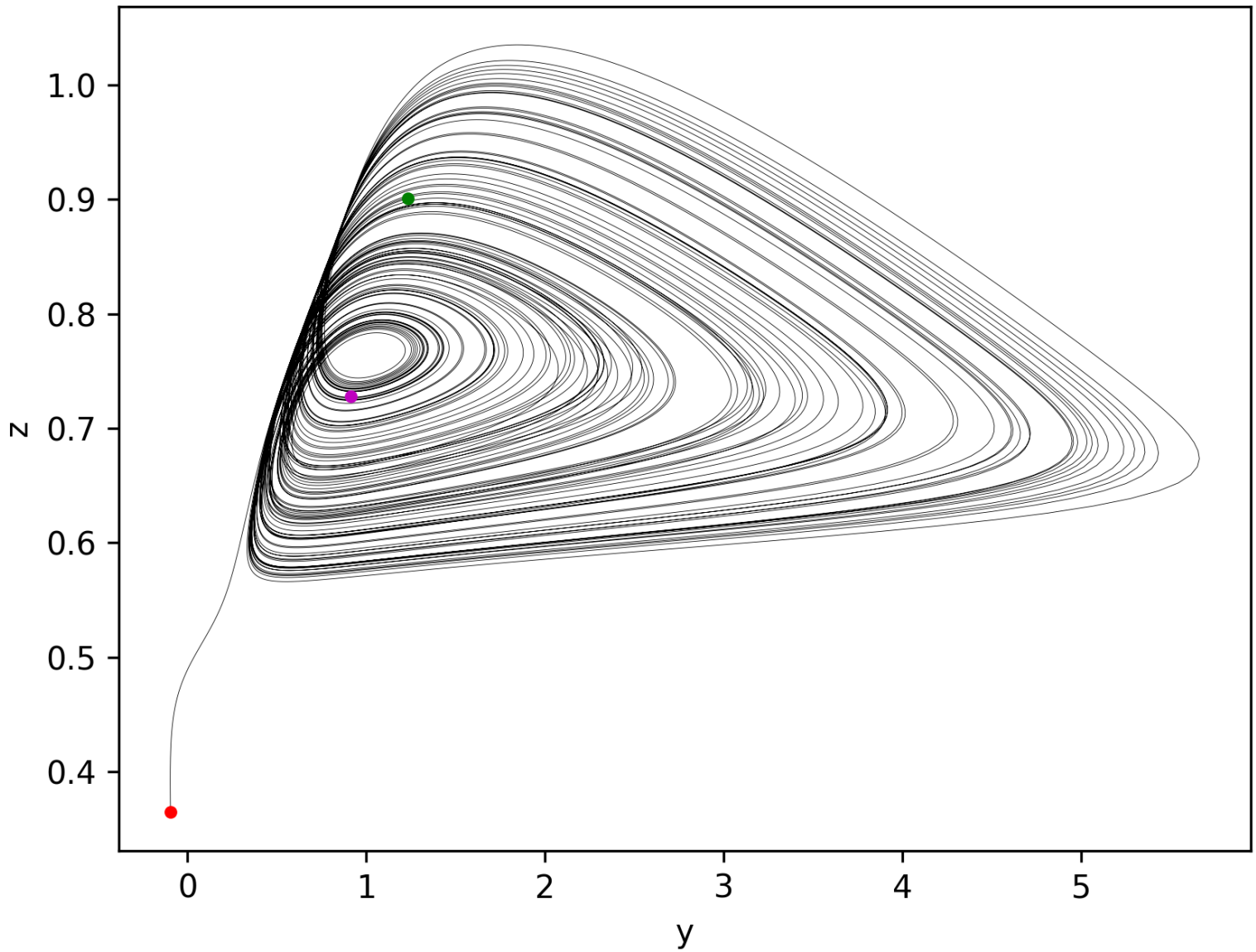
(5.1): a=0.5631, b=-0.33, d=-0.74, e=0.58, f=0.25   End=[5.68808, 0.95742, 0.62588]
StSt=(1.9809, 0.9137, 0.728)   Time=4000.0   Start=2000   Step=0.01



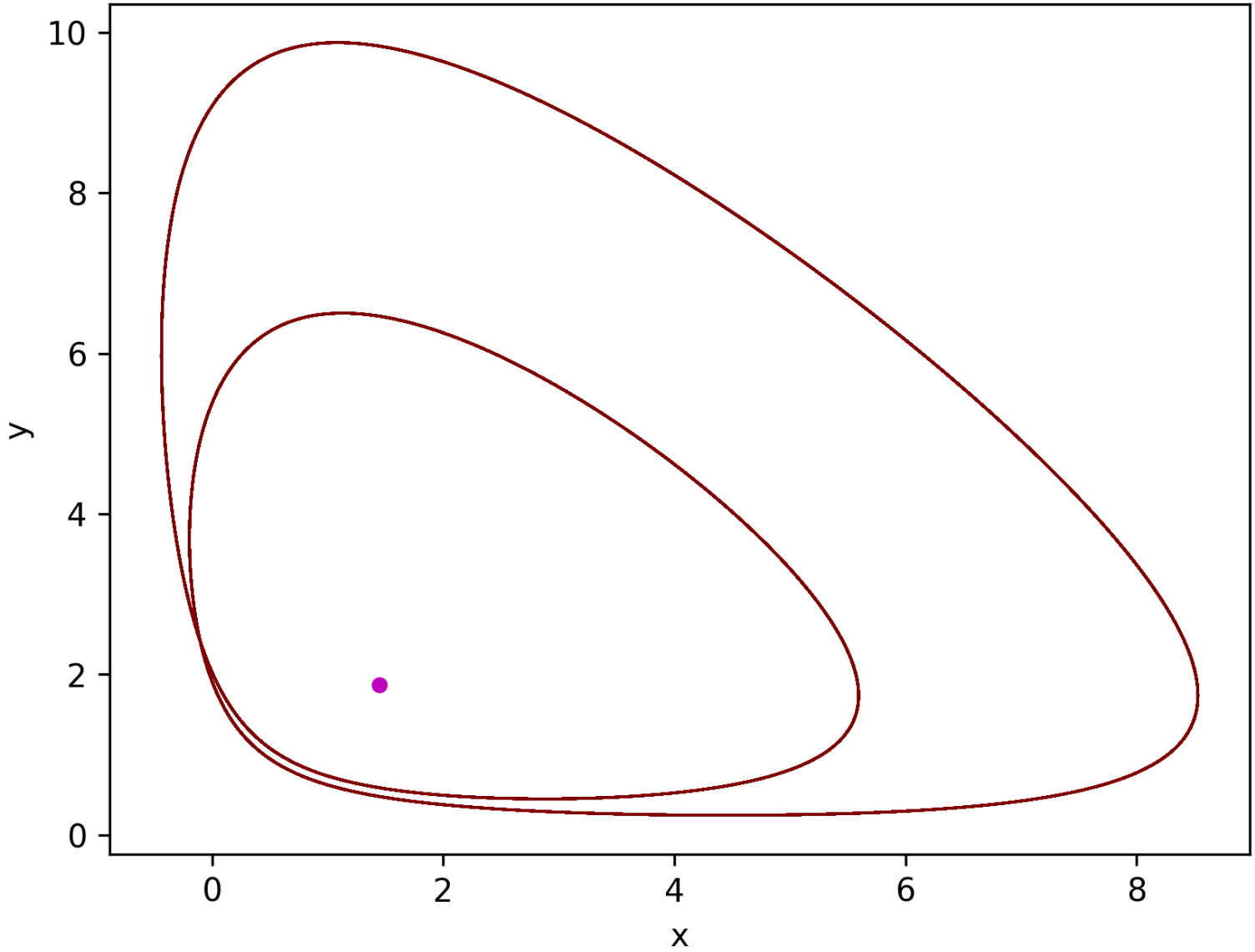
(5.1): a=0.5685, b=-0.33, d=-0.74, e=0.58, f=0.25   End=[1.06454, 1.15868, 0.78913]
StSt=(1.9809, 0.9137, 0.728)   Time=4000.0   Start=2000   Step=0.01



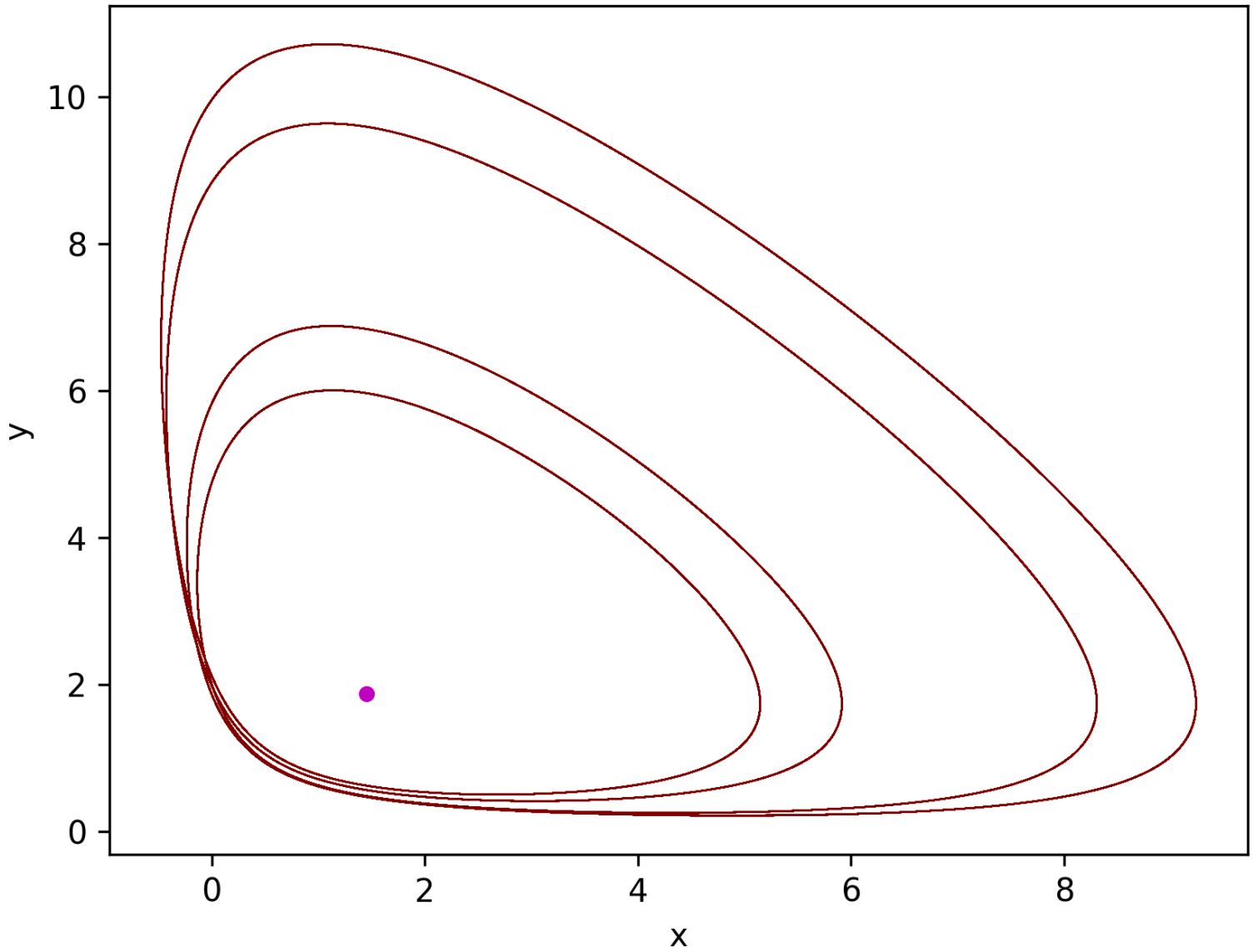
(5.1): a=0.5687, b=-0.33, d=-0.74, e=0.58, f=0.25   End=[35.91281, -0.09489, 0.36444]
StSt=(1.9809, 0.9137, 0.728)   Time=720.0   Start=0   Step=0.01



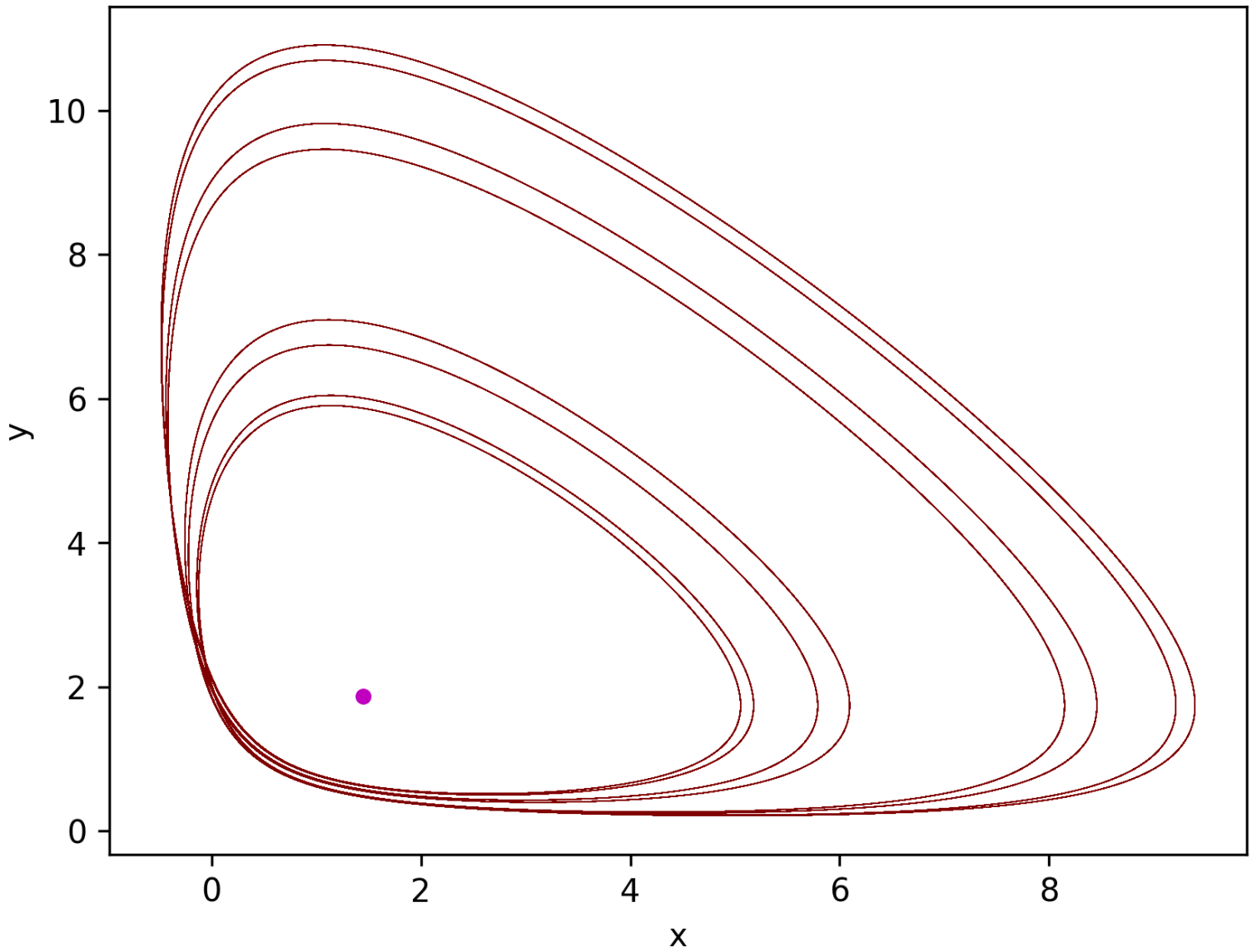
(4.6a) a=0.79, b=-1.18, d=-0.84, e=0.34, f=1.62   End=[0.23243, 1.30184, 0.2712]
StSt=(1.449, 1.87, 0.921) (-0.585, -0.53, 0.105)   Time=1000   Step=0.005   Start=1000



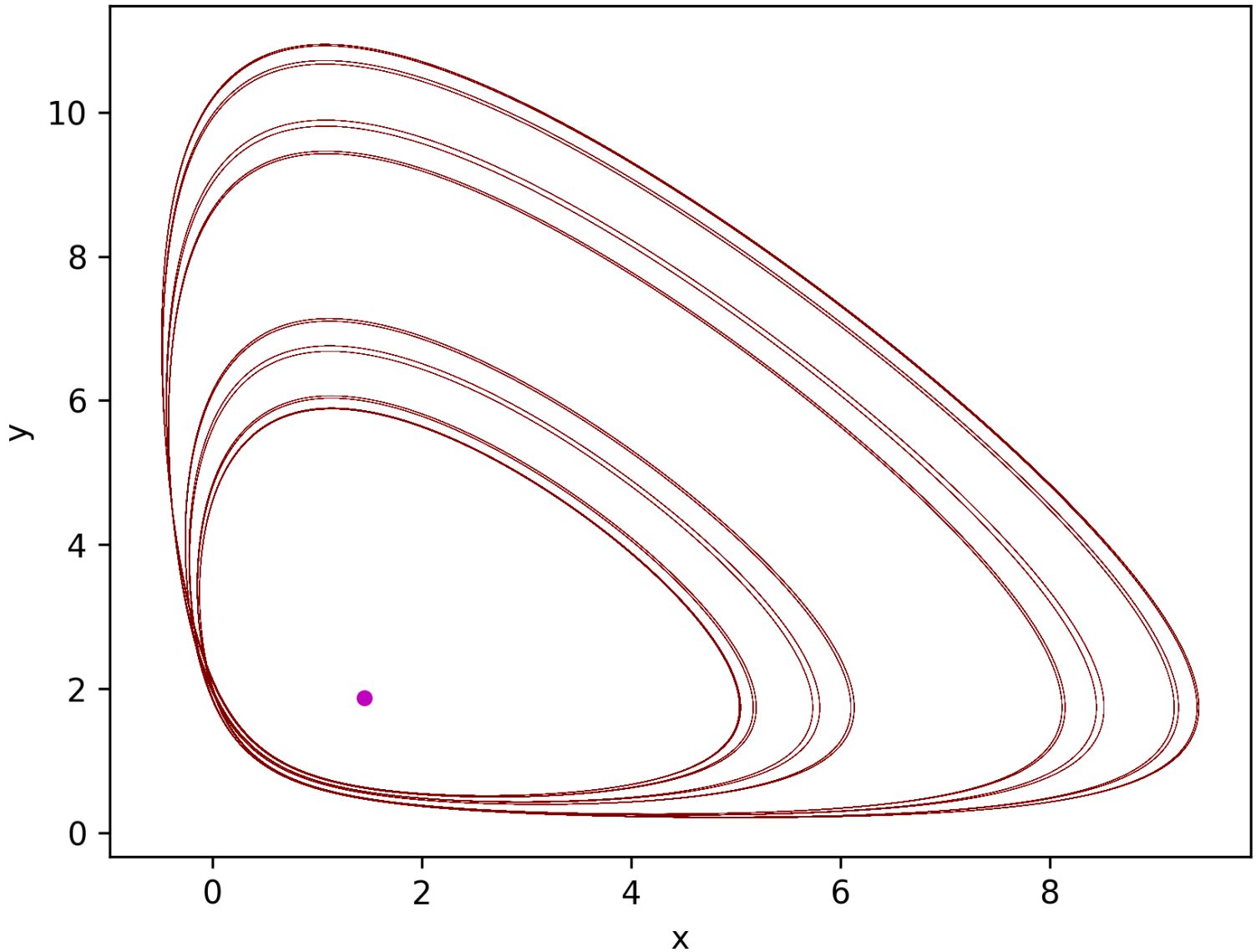
(4.6a) a=0.793, b=-1.18, d=-0.84, e=0.34, f=1.62   End=[4.69513, 0.57357, 0.46372]
StSt=(1.449, 1.87, 0.921) (-0.585, -0.53, 0.105)   Time=2000   Step=0.005   Start=1000



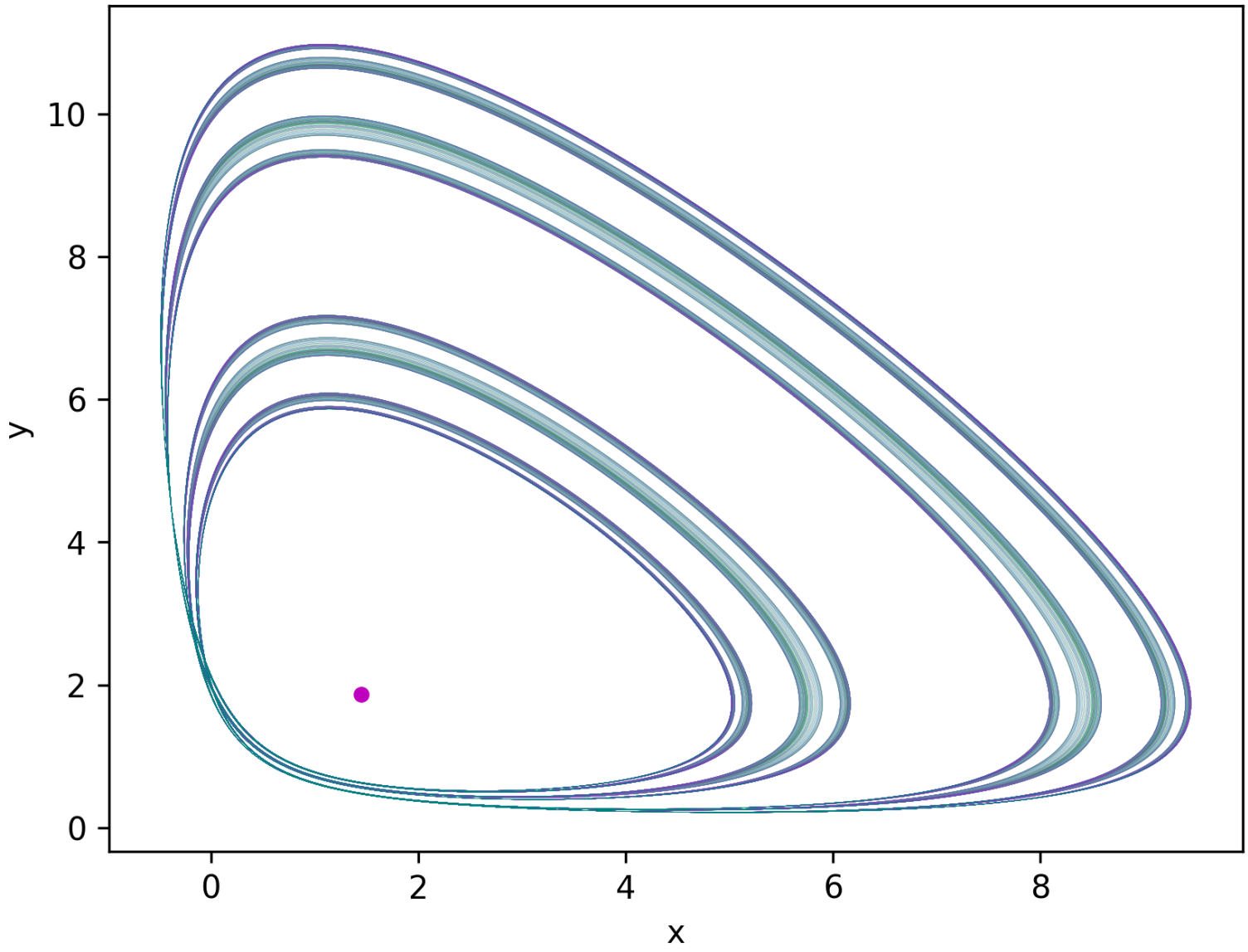
(4.6a) a=0.7935, b=-1.18, d=-0.84, e=0.34, f=1.62   End=[-0.12896, 2.4228, 0.57026]
StSt=(1.449, 1.87, 0.921) (-0.585, -0.53, 0.105)   Time=2000   Step=0.005   Start=1000



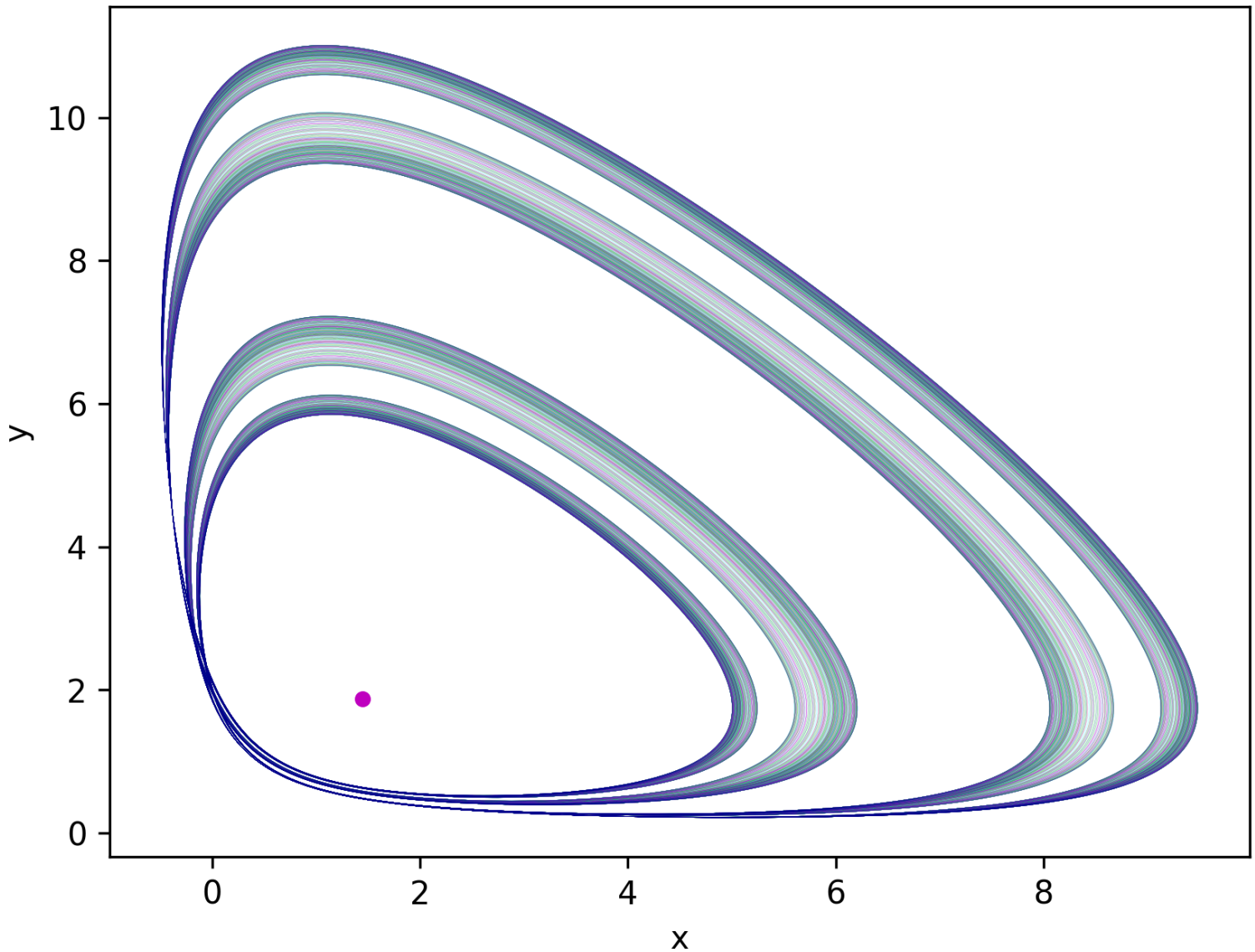
(4.6a) a=0.7936, b=-1.18, d=-0.84, e=0.34, f=1.62   End=[-0.27443, 3.48328, 0.74133]
StSt=(1.449, 1.87, 0.921) (-0.585, -0.53, 0.105)   Time=2000   Step=0.005   Start=1000



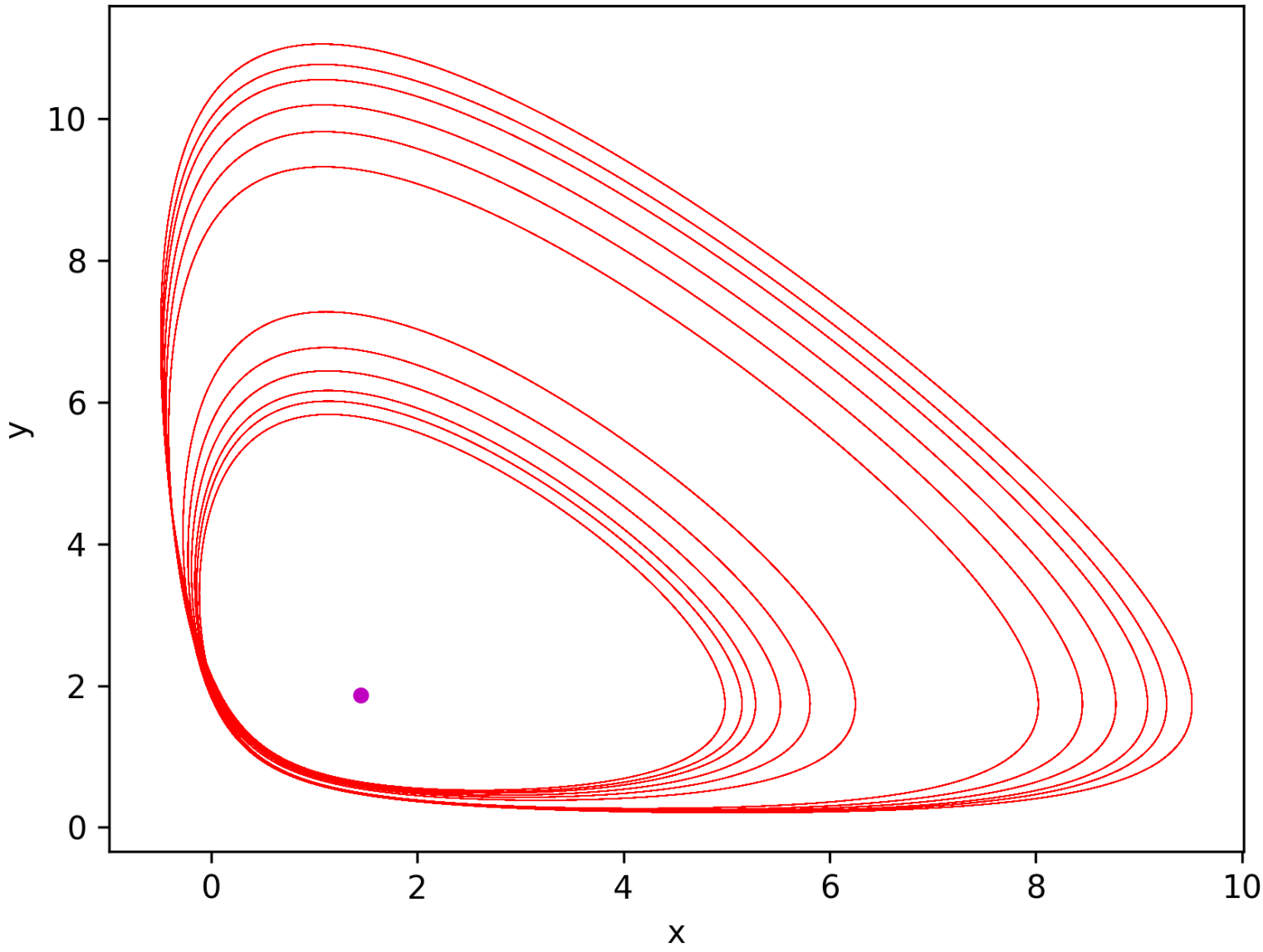
(4.6a) a=0.7937, b=-1.18, d=-0.84, e=0.34, f=1.62   End=[-0.25903, 4.29218, 1.51988]
StSt=(1.449, 1.87, 0.921) (-0.585, -0.53, 0.105)   Time=2000   Step=0.005   Start=1000



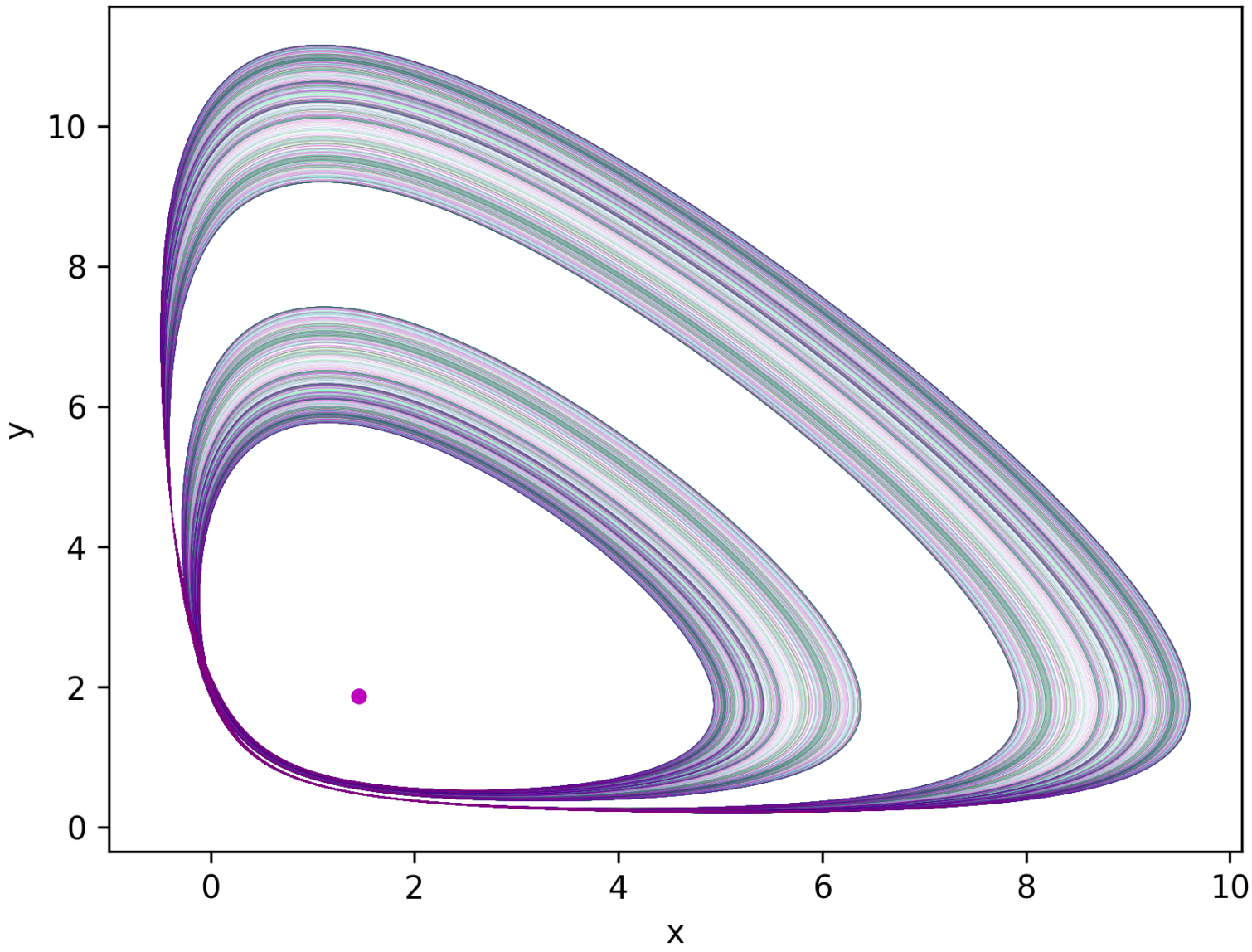
(4.6a) a=0.7938, b=-1.18, d=-0.84, e=0.34, f=1.62   End=[0.62871, 5.86191, 2.99974]
StSt=(1.449, 1.87, 0.921) (-0.585, -0.53, 0.105)   Time=2000   Step=0.005   Start=1000



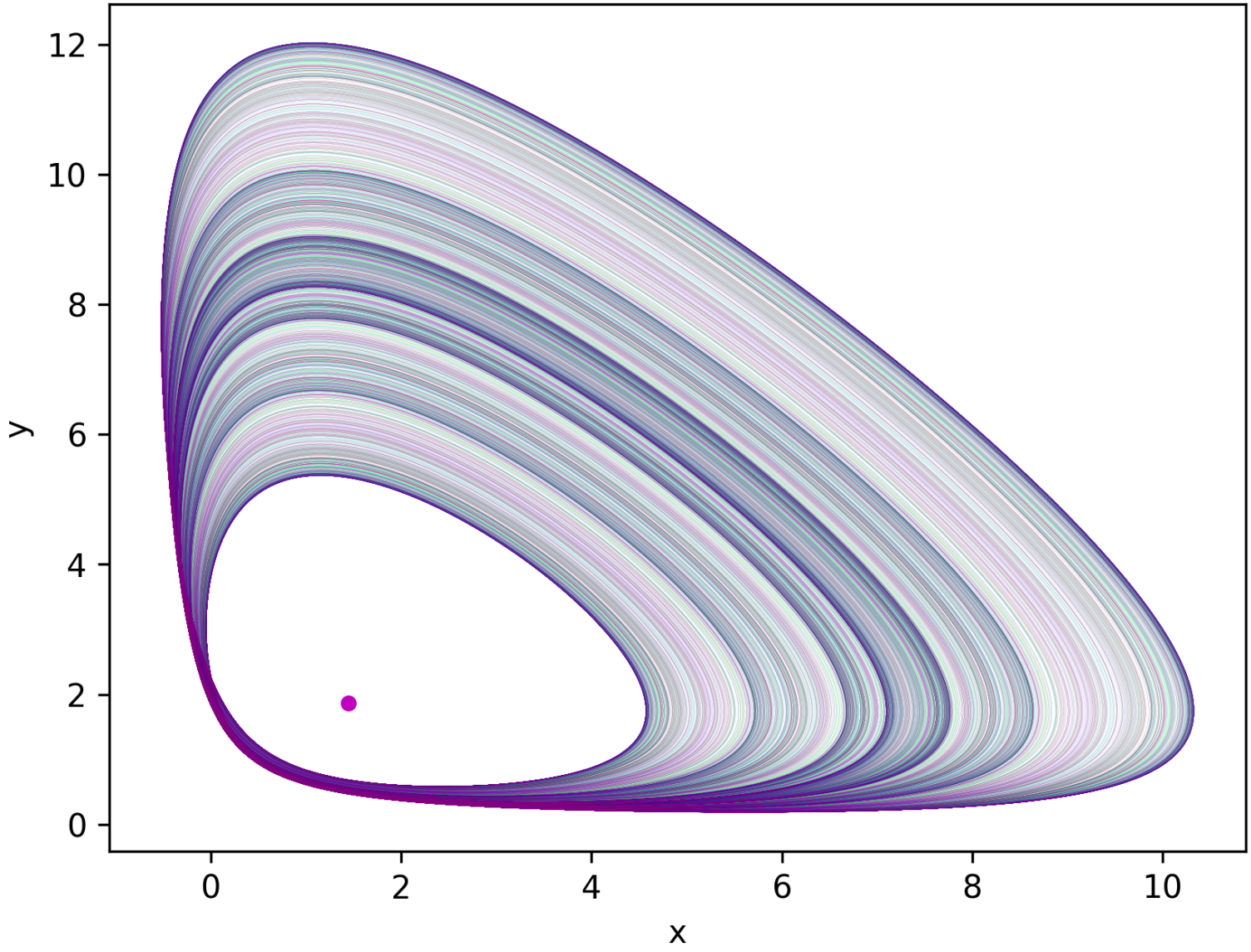
(4.6a) a=0.7939, b=-1.18, d=-0.84, e=0.34, f=1.62   End=[1.62568, 0.42705, 0.21057]
StSt=(1.449, 1.87, 0.921) (-0.585, -0.53, 0.105)   Time=3000   Step=0.005   Start=1000

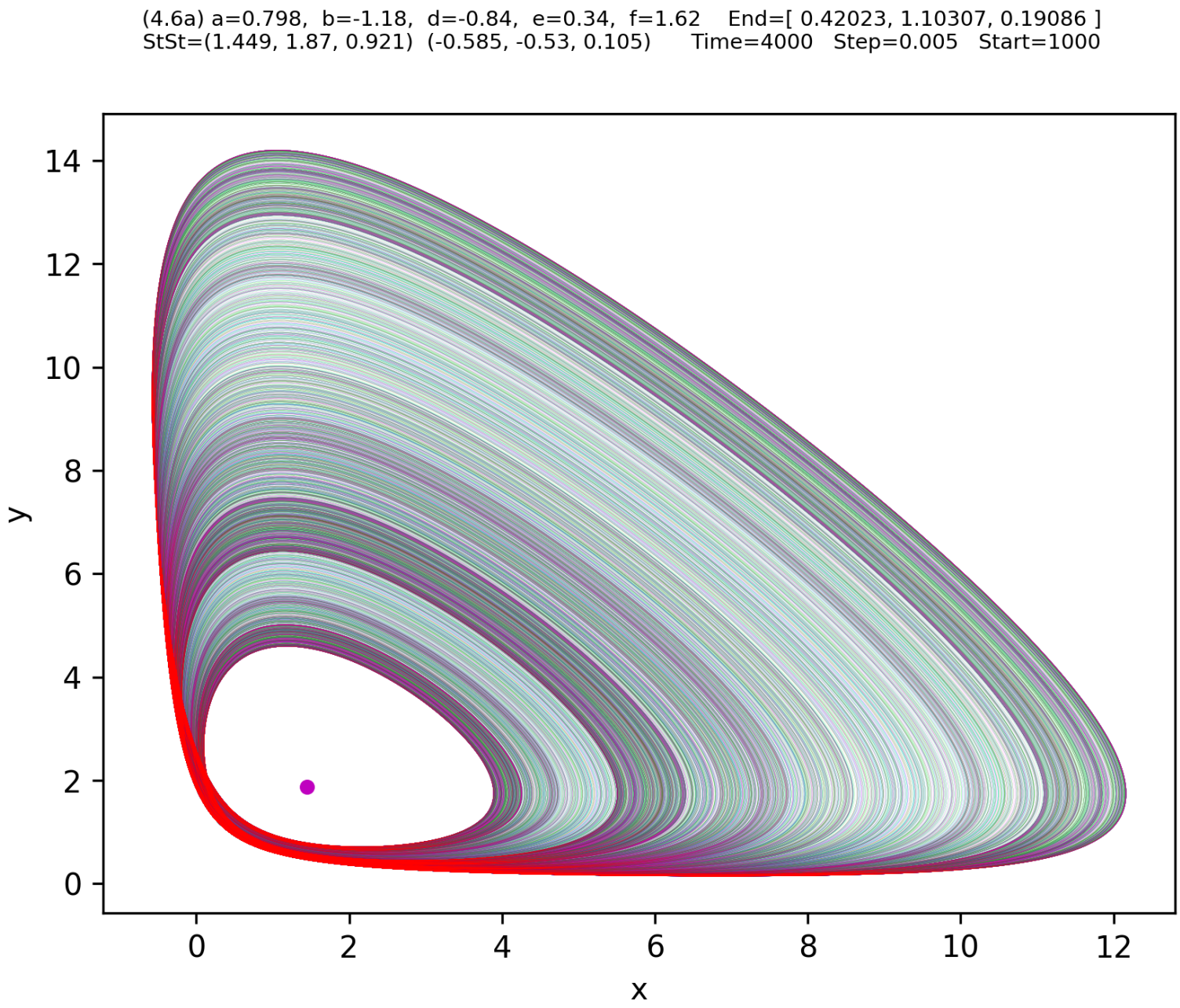


(4.6a) a=0.7942, b=-1.18, d=-0.84, e=0.34, f=1.62   End=[3.28414, 0.54462, 0.38068]
StSt=(1.449, 1.87, 0.921) (-0.585, -0.53, 0.105)   Time=2000   Step=0.005   Start=1000

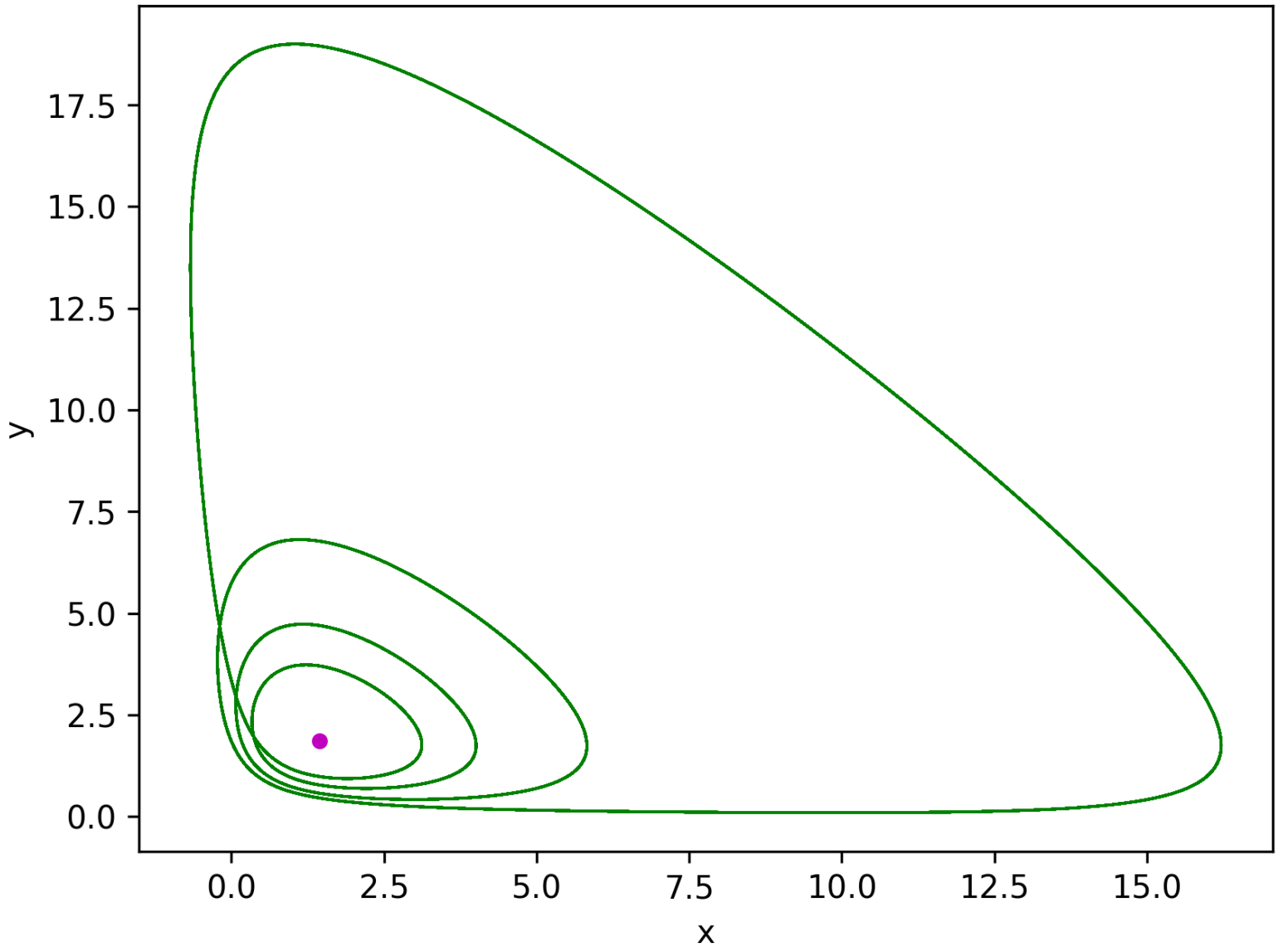


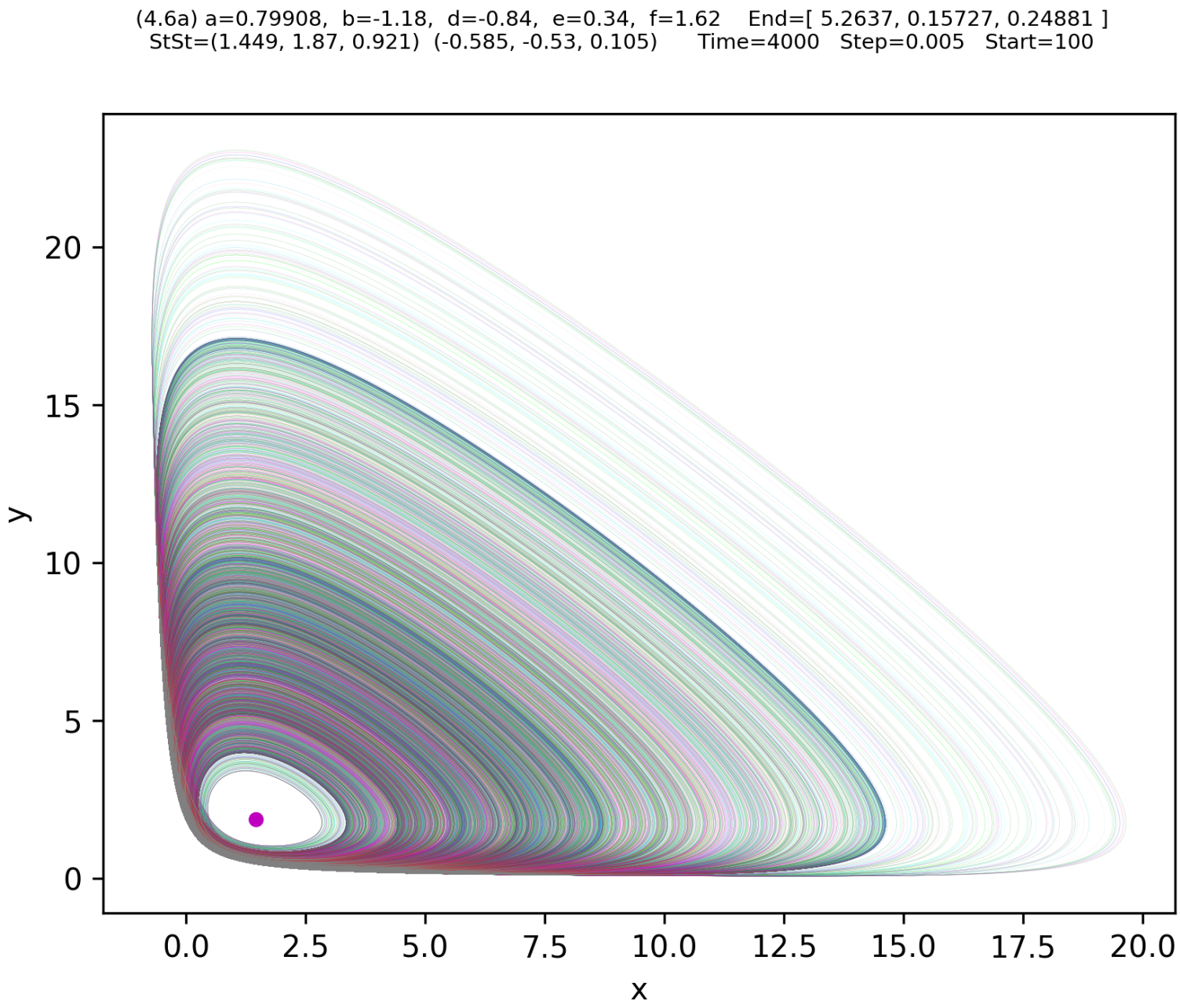
(4.6a) a=0.796, b=-1.18, d=-0.84, e=0.34, f=1.62   End=[-0.00047, 1.89344, 0.31424]
StSt=(1.449, 1.87, 0.921) (-0.585, -0.53, 0.105)   Time=3000   Step=0.005   Start=1000

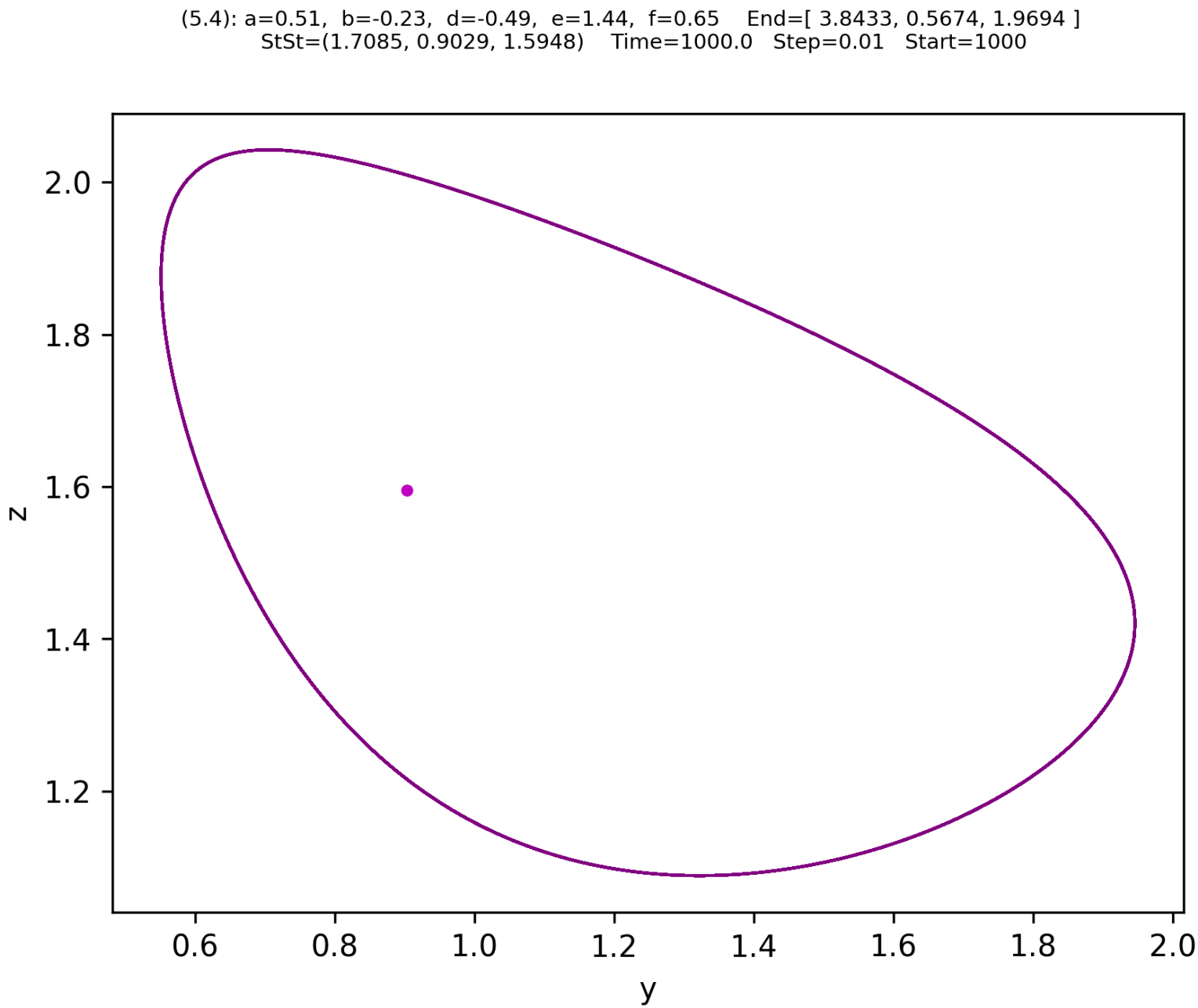


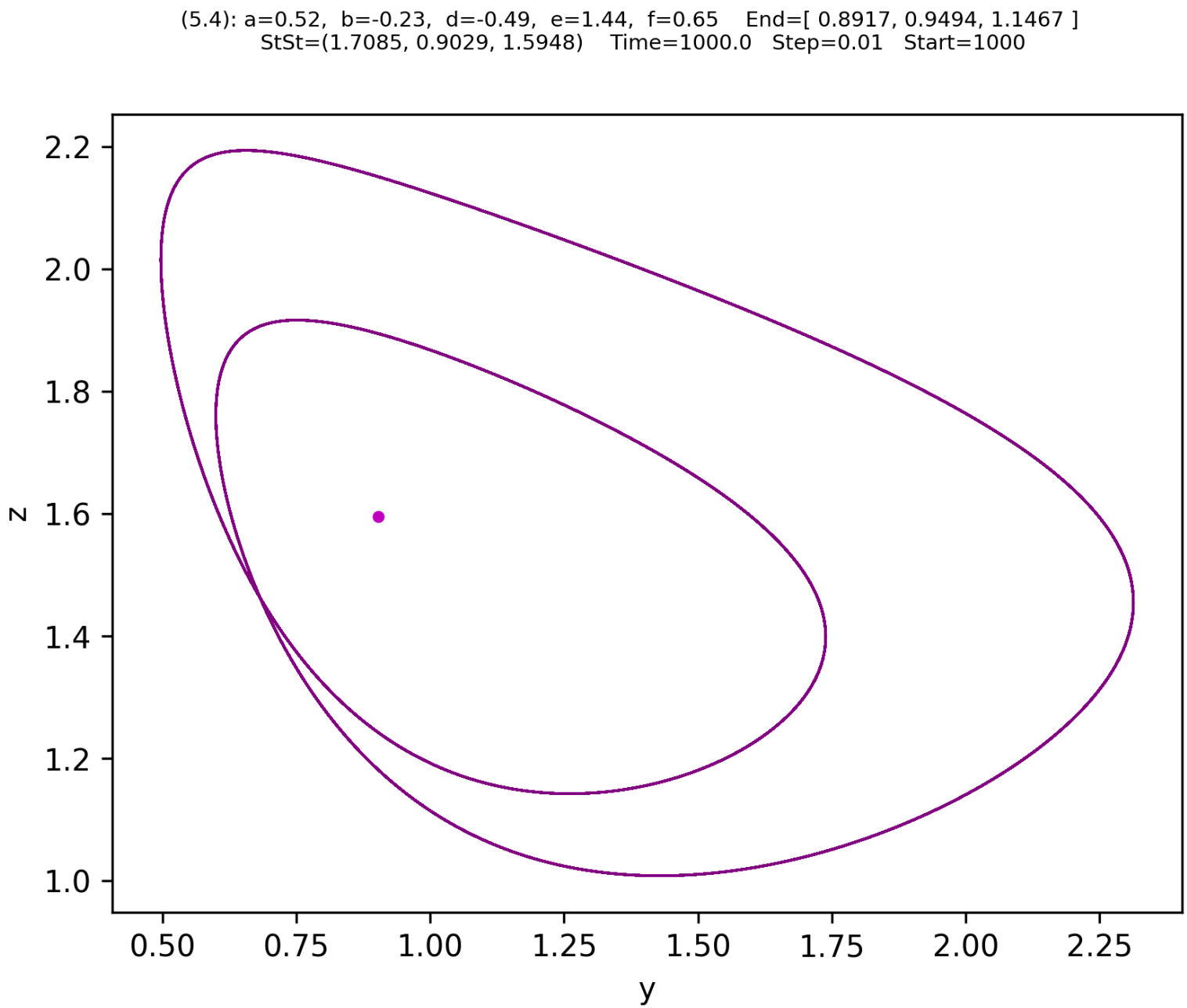

(4.6a) a=0.798, b=-1.18, d=-0.84, e=0.34, f=1.62 End=[0.42023, 1.10307, 0.19086]
StSt=(1.449, 1.87, 0.921) (-0.585, -0.53, 0.105) Time=4000 Step=0.005 Start=1000
14
12
10
8
6
4
2
0
y
0
2
4
6
8
10
12
x

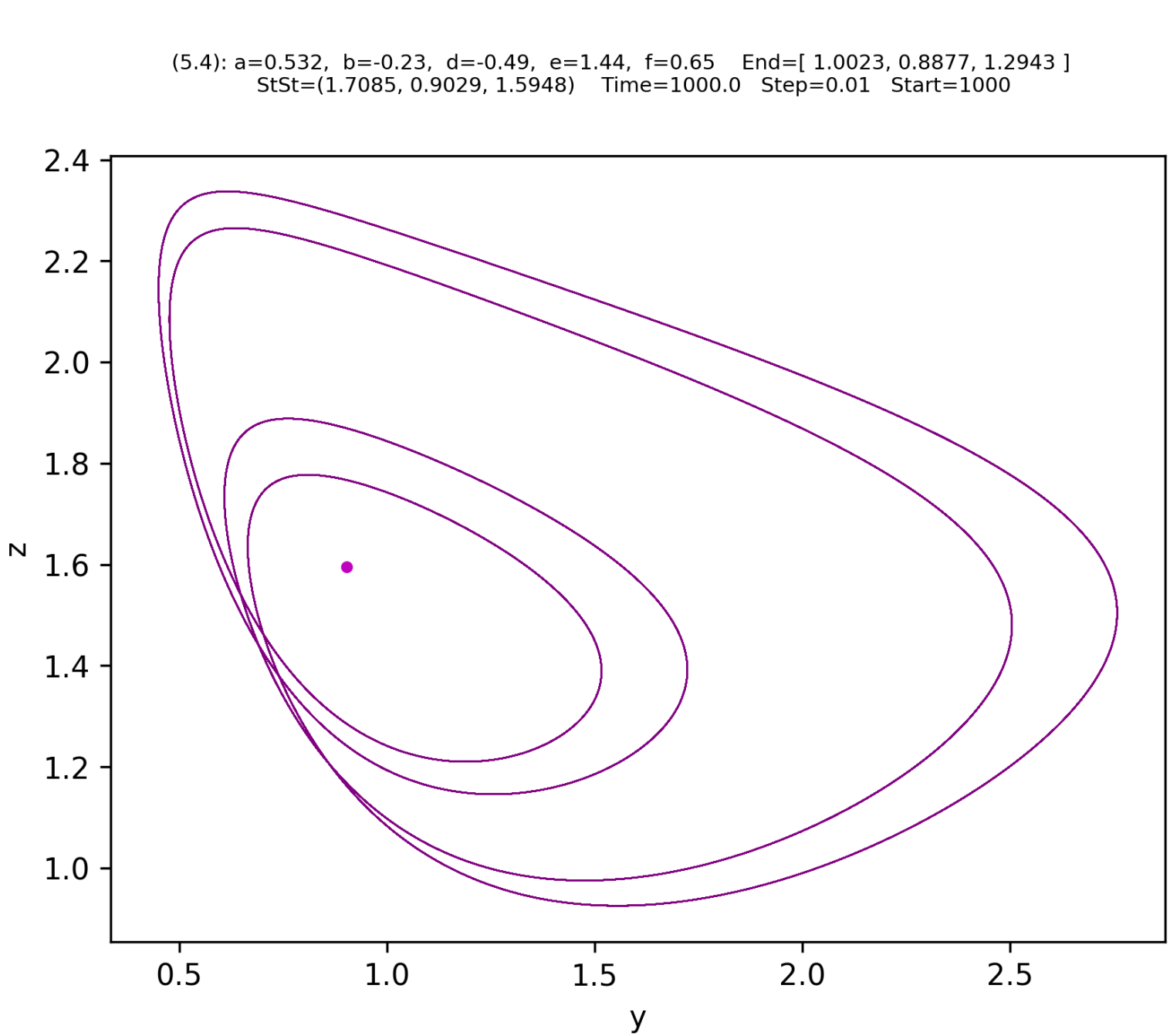
(4.6a) a=0.799, b=-1.18, d=-0.84, e=0.34, f=1.62   End=[1.55503, 6.74389, 3.79749]
StSt=(1.449, 1.87, 0.921) (-0.585, -0.53, 0.105)   Time=2000   Step=0.005   Start=1000



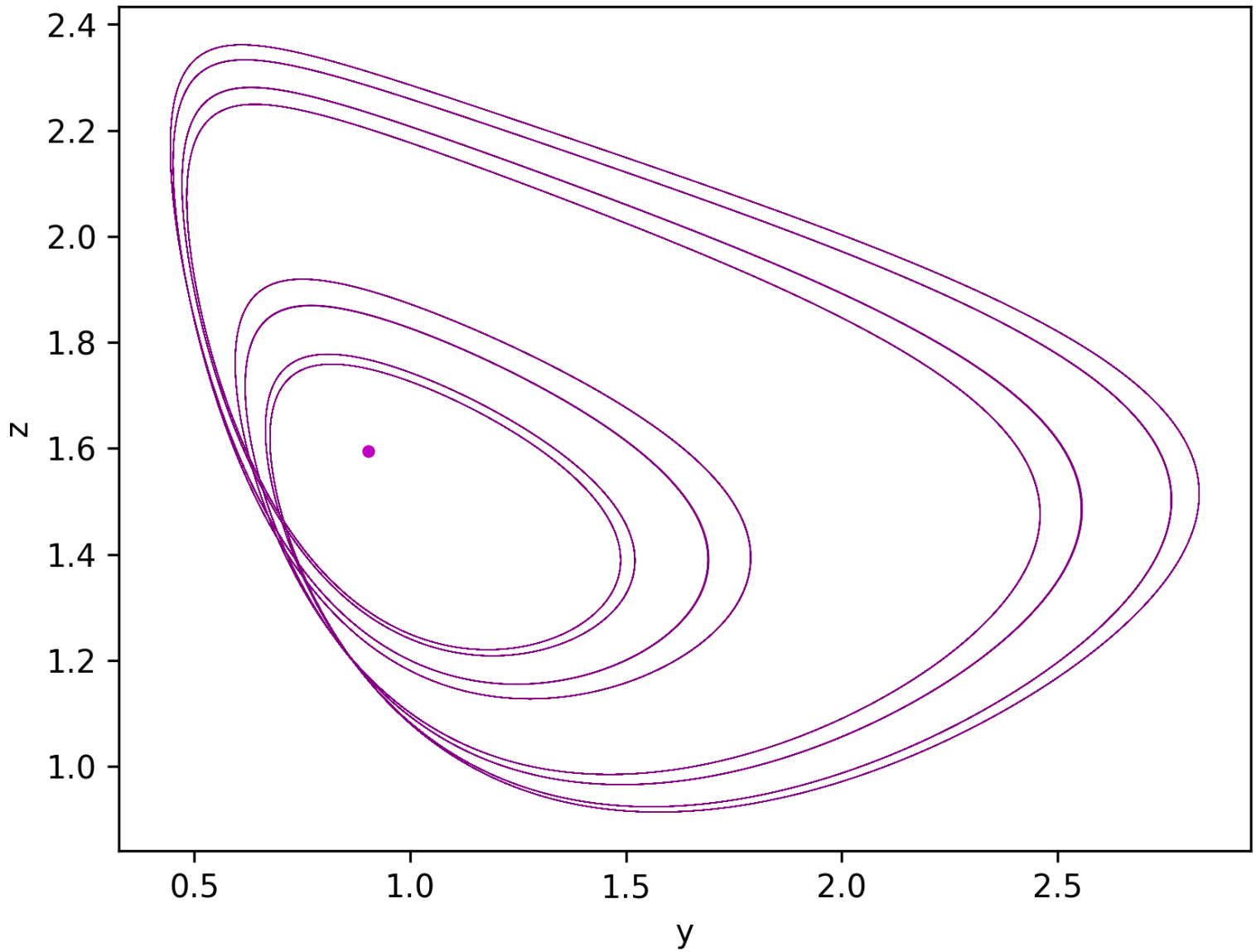

(4.6a) a=0.79908, b=-1.18, d=-0.84, e=0.34, f=1.62 End=[5.2637, 0.15727, 0.24881]
StSt=(1.449, 1.87, 0.921) (-0.585, -0.53, 0.105) Time=4000 Step=0.005 Start=100
y
x
0
5
10
15
20
0.0
2.5
5.0
7.5
10.0
12.5
15.0
17.5
20.0


(5.4): a=0.51, b=-0.23, d=-0.49, e=1.44, f=0.65 End=[3.8433, 0.5674, 1.9694]
StSt=(1.7085, 0.9029, 1.5948) Time=1000.0 Step=0.01 Start=1000
2.0
1.8
1.6
1.4
1.2
z
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
1.6
1.8
2.0
y

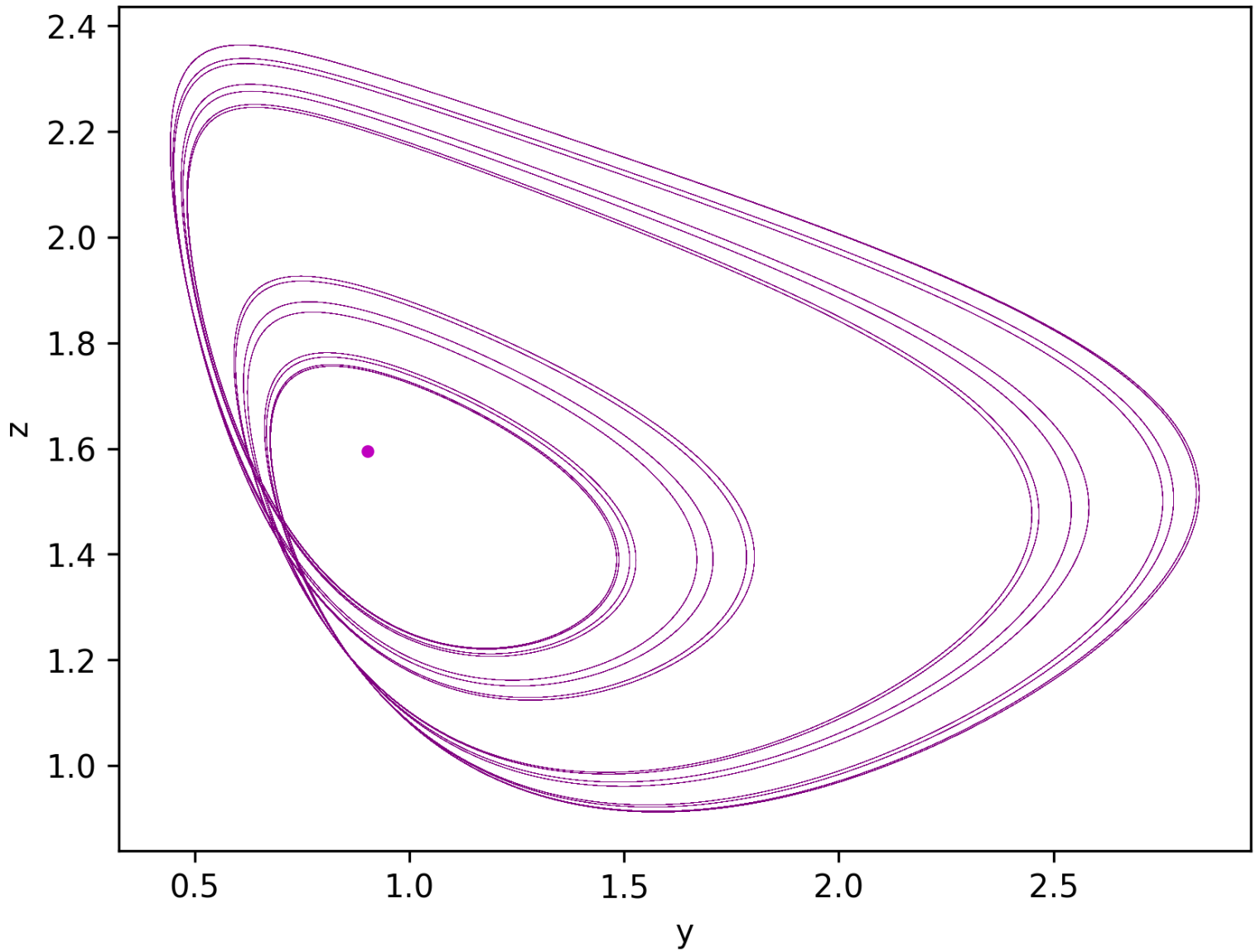

(5.4): a=0.52, b=-0.23, d=-0.49, e=1.44, f=0.65 End=[0.8917, 0.9494, 1.1467]
StSt=(1.7085, 0.9029, 1.5948) Time=1000.0 Step=0.01 Start=1000
2.2
2.0
1.8
1.6
1.4
1.2
1.0
z
0.50
0.75
1.00
1.25
1.50
1.75
2.00
2.25
y


(5.4): a=0.532, b=-0.23, d=-0.49, e=1.44, f=0.65 End=[1.0023, 0.8877, 1.2943]
StSt=(1.7085, 0.9029, 1.5948) Time=1000.0 Step=0.01 Start=1000
2.4
2.2
2.0
1.8
1.6
1.4
1.2
1.0
z
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
y

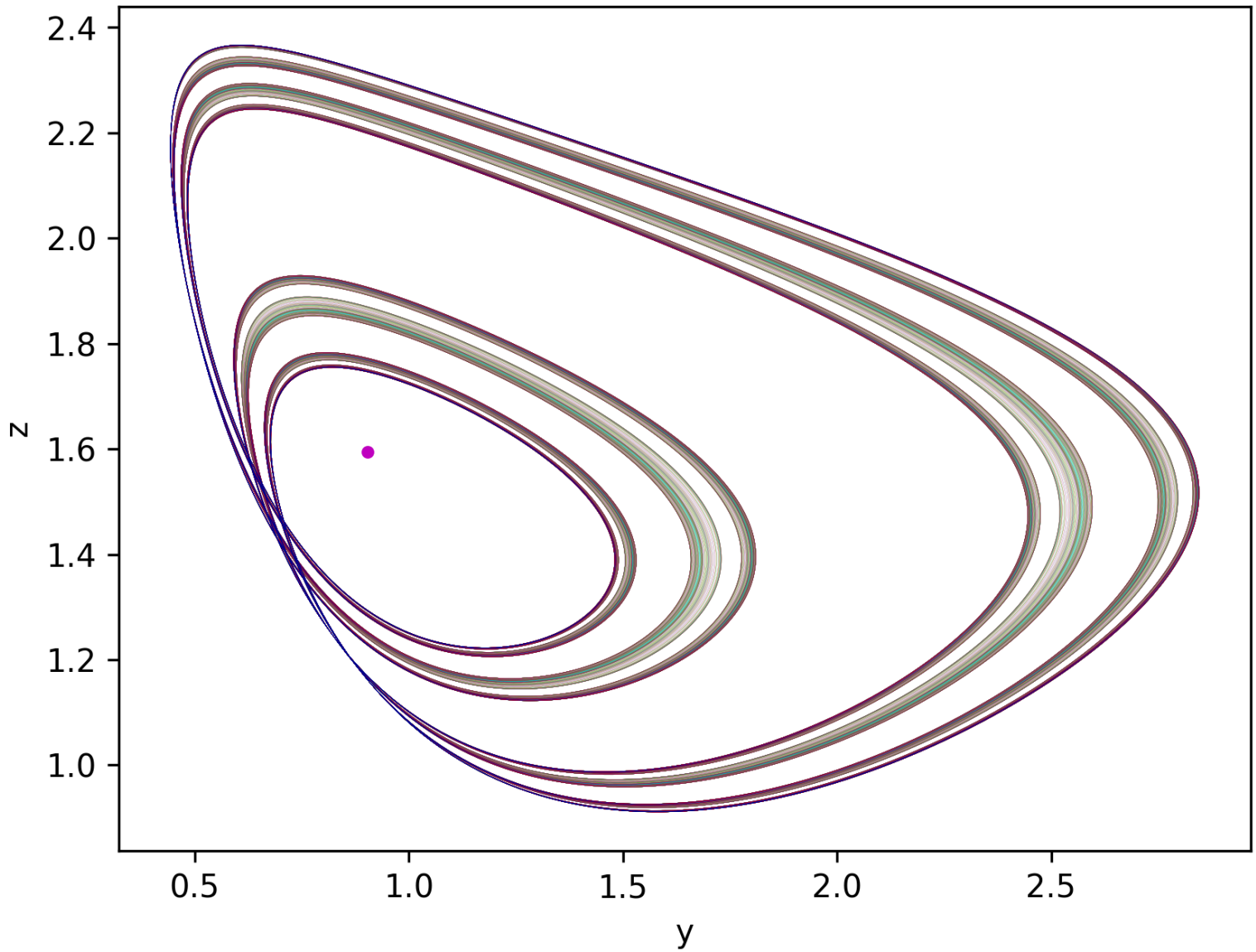
(5.4): a=0.5332, b=-0.23, d=-0.49, e=1.44, f=0.65   End=[1.4643, 2.6114, 1.7649]
StSt=(1.7085, 0.9029, 1.5948)   Time=2000.0   Step=0.01   Start=1000



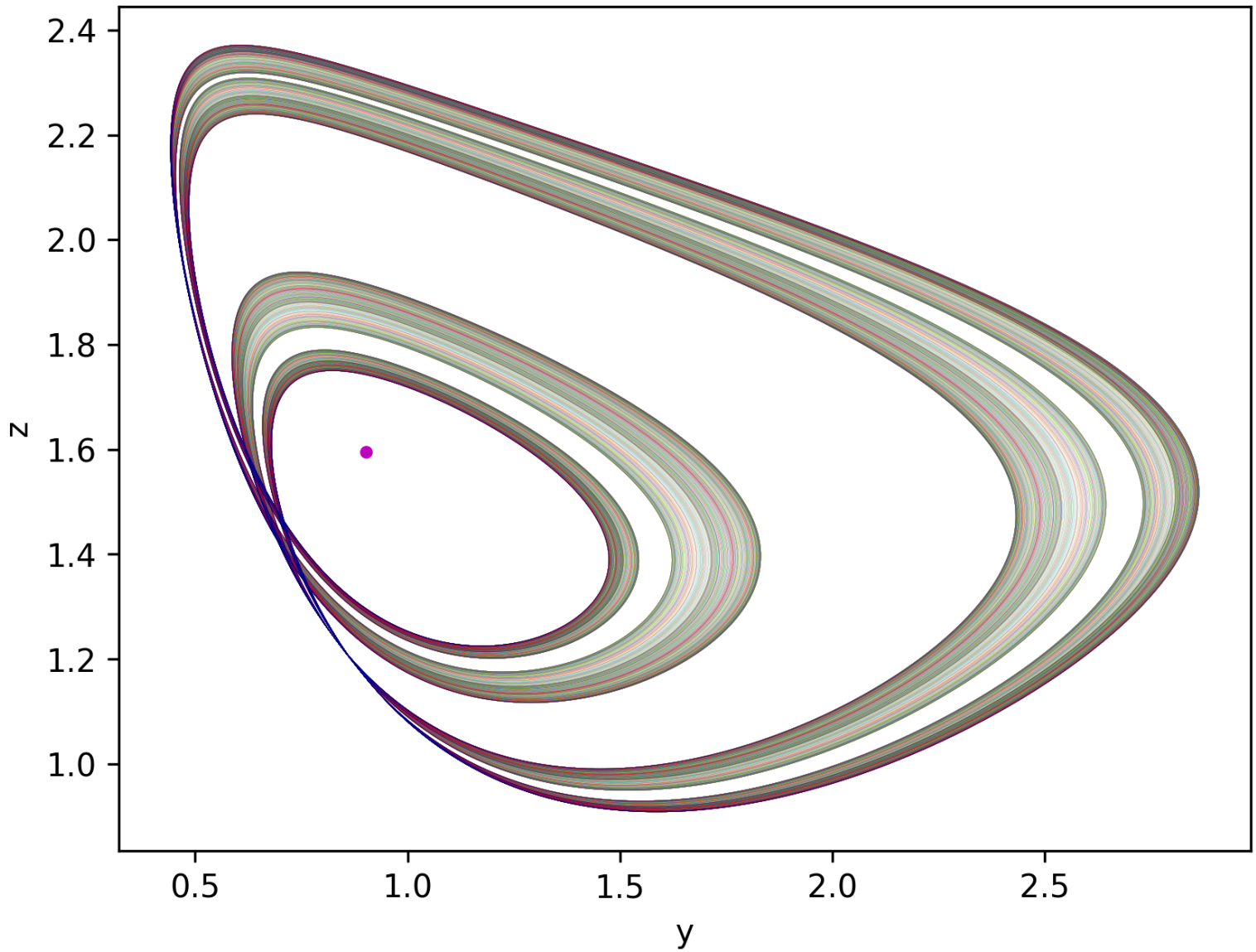
(5.4): a=0.5334, b=-0.23, d=-0.49, e=1.44, f=0.65   End=[0.6392, 1.0549, 1.1578]
StSt=(1.7085, 0.9029, 1.5948)   Time=4000.0   Step=0.01   Start=1000

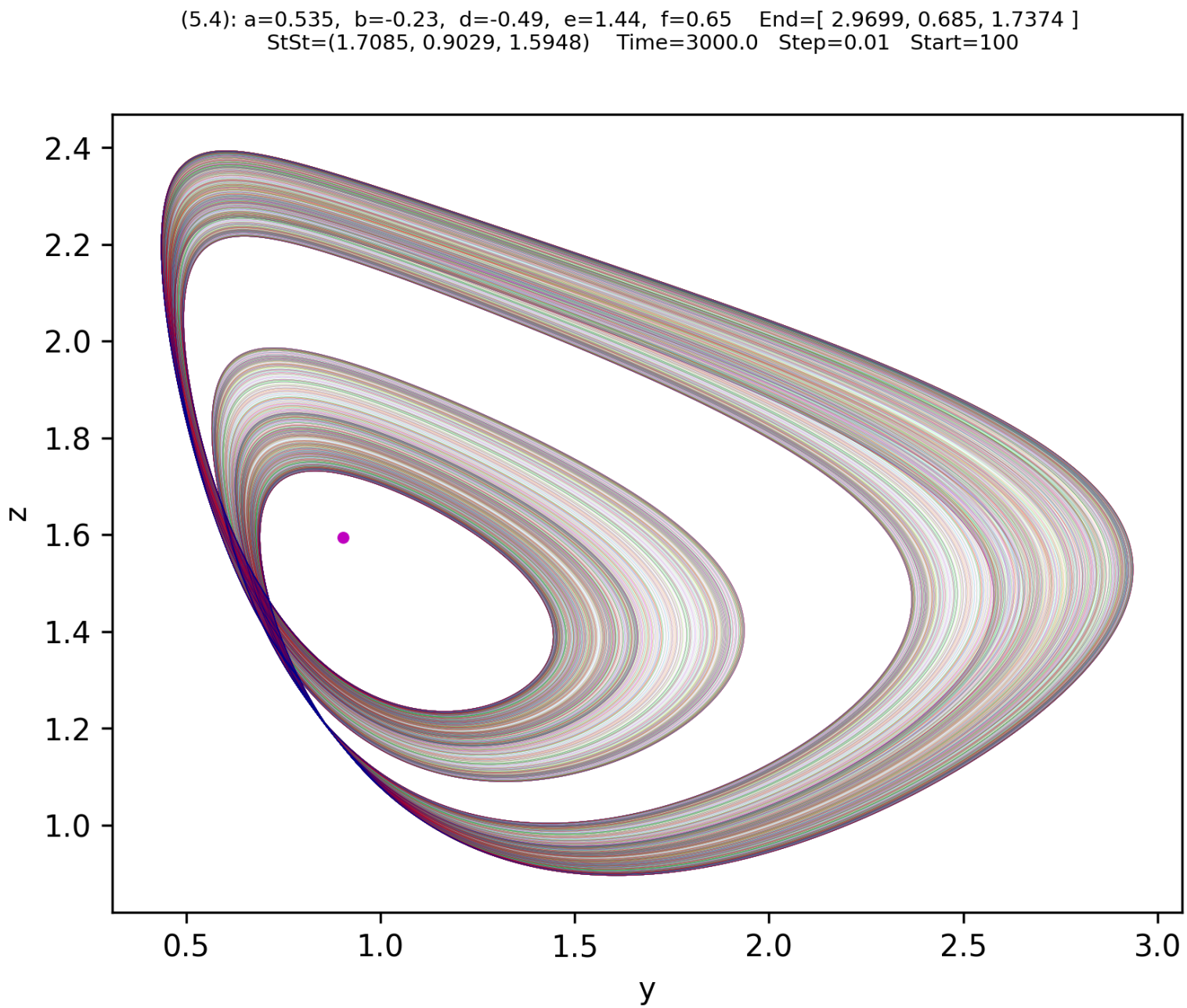


(5.4): a=0.5335, b=-0.23, d=-0.49, e=1.44, f=0.65   End=[0.724, 1.502, 1.3402]
StSt=(1.7085, 0.9029, 1.5948)   Time=3000.0   Step=0.01   Start=100

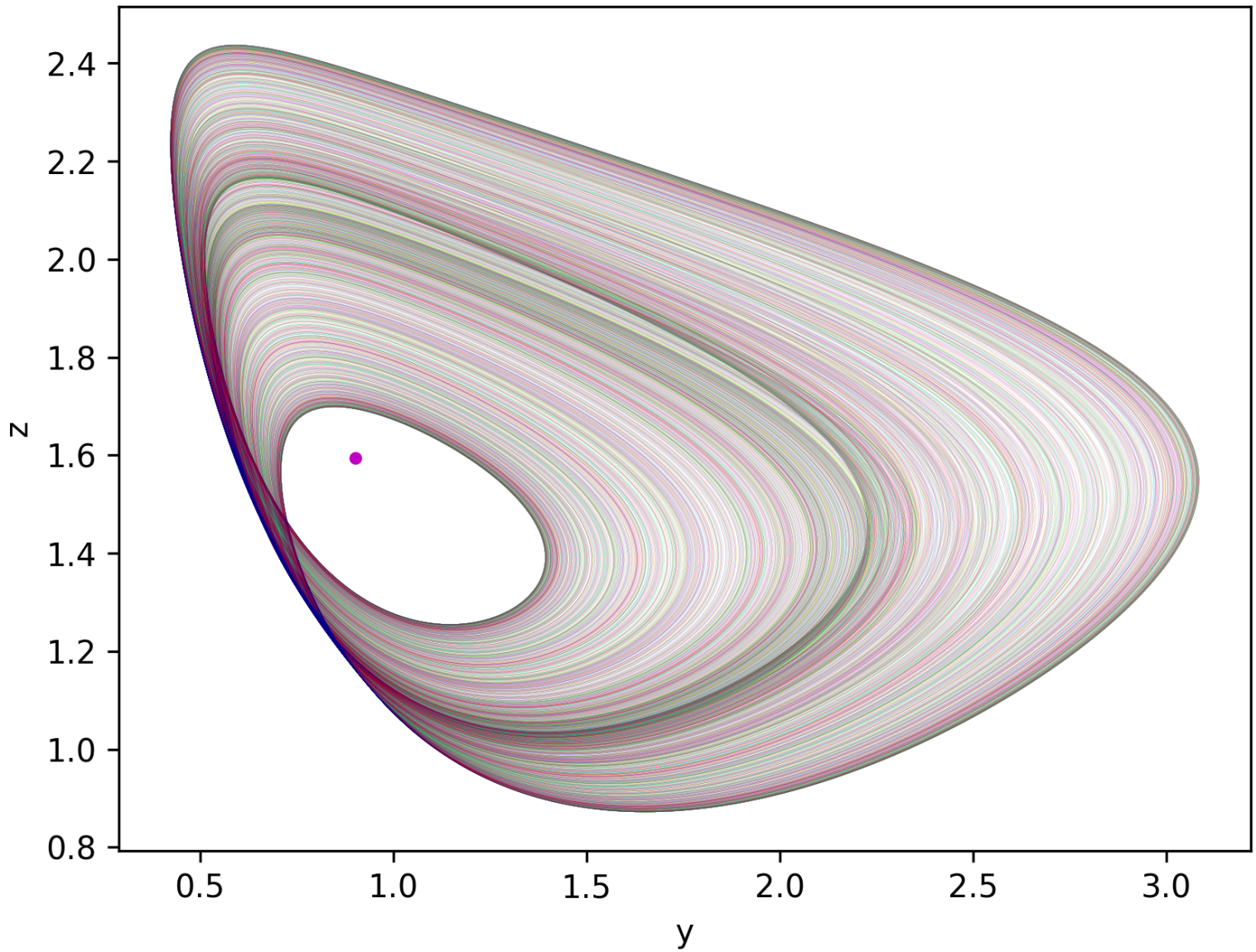


(5.4): a=0.5338, b=-0.23, d=-0.49, e=1.44, f=0.65   End=[1.583, 1.3679, 1.5463]
StSt=(1.7085, 0.9029, 1.5948)   Time=3000.0   Step=0.01   Start=100

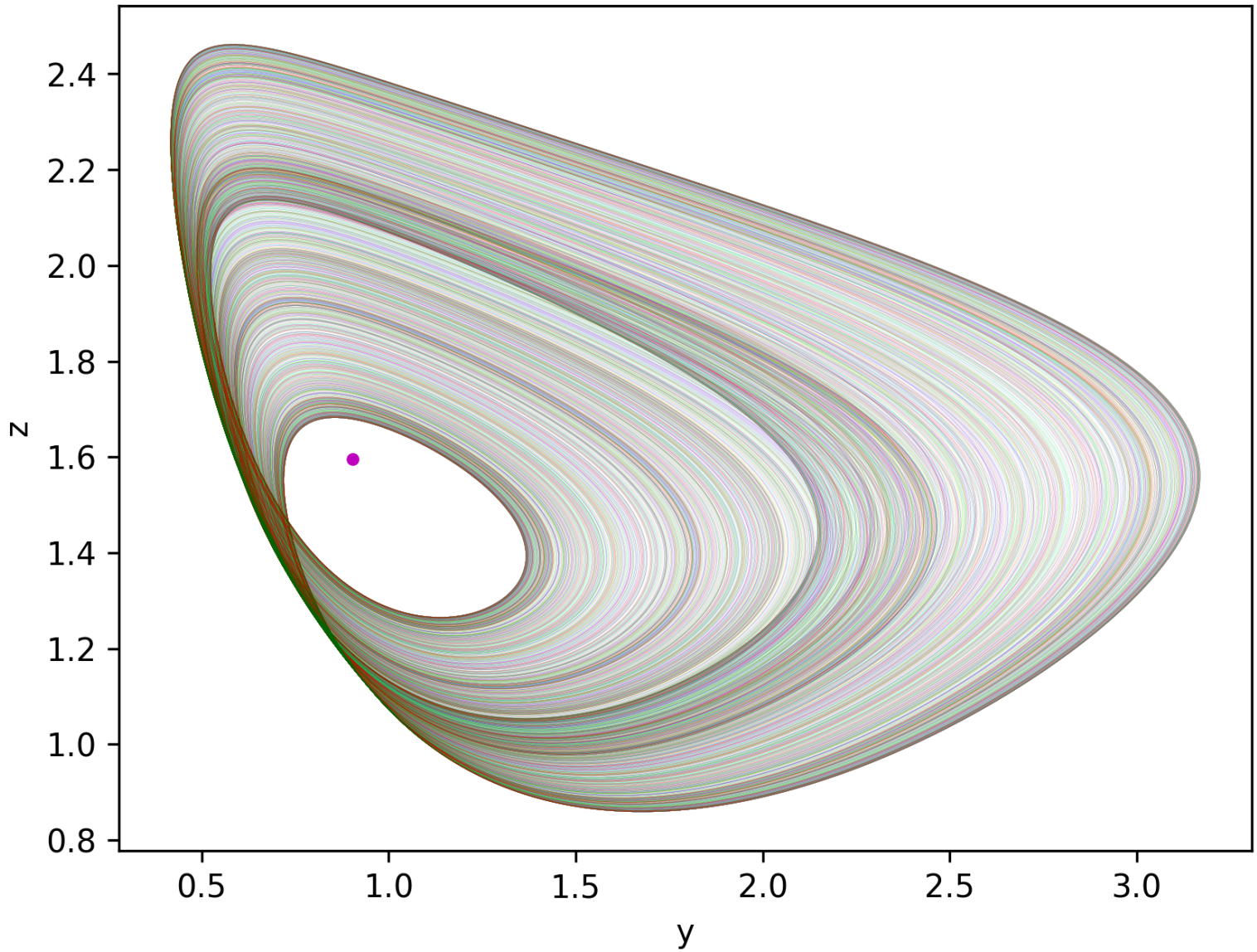



(5.4): a=0.535, b=-0.23, d=-0.49, e=1.44, f=0.65 End=[2.9699, 0.685, 1.7374]
StSt=(1.7085, 0.9029, 1.5948) Time=3000.0 Step=0.01 Start=100
2.4
2.2
2.0
1.8
1.6
1.4
1.2
1.0
z
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
y

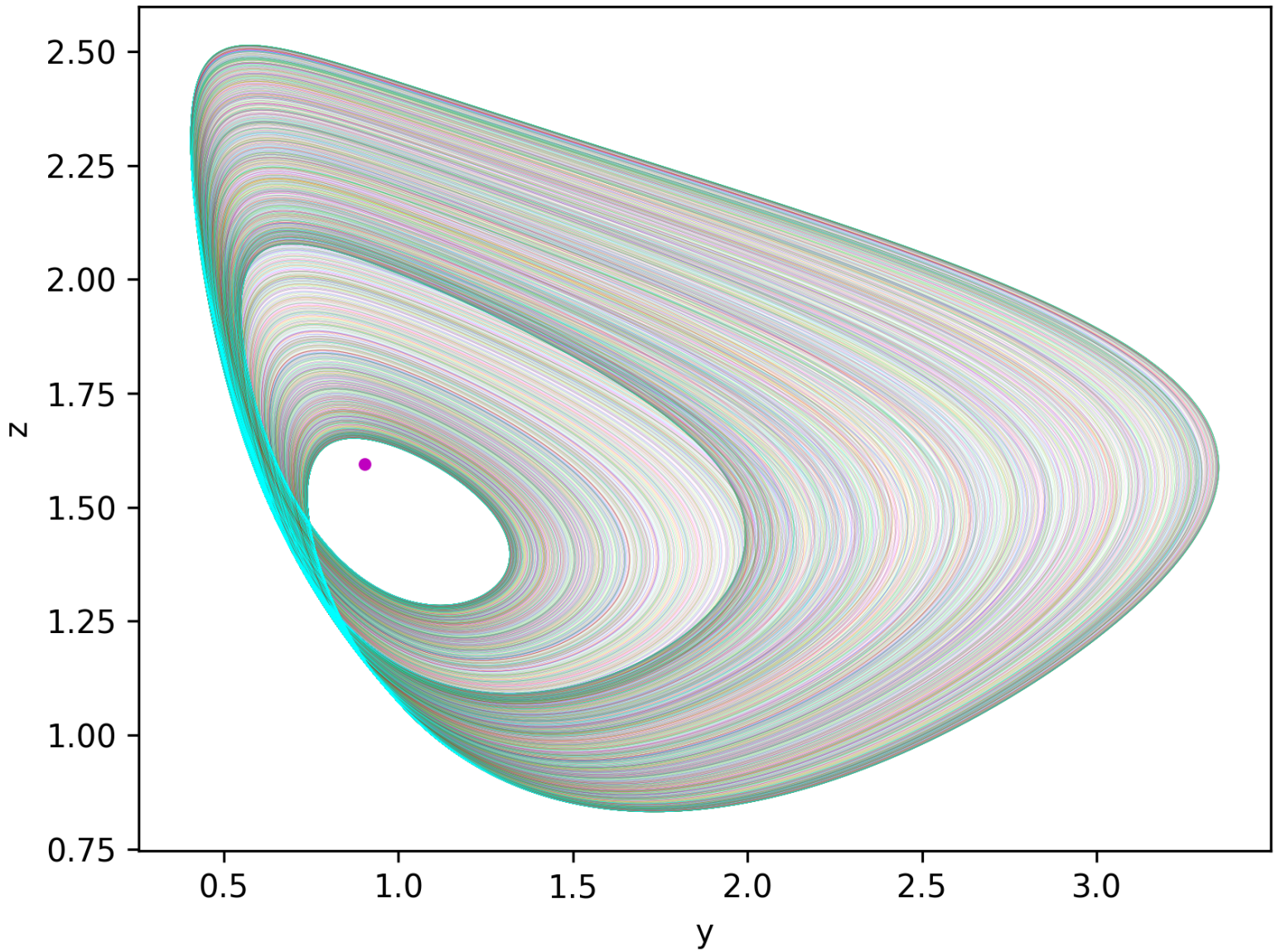
(5.4): a=0.537, b=-0.23, d=-0.49, e=1.44, f=0.65 End=[2.3682, 0.5746, 1.6288]
StSt=(1.7085, 0.9029, 1.5948) Time=3000.0 Step=0.01 Start=100

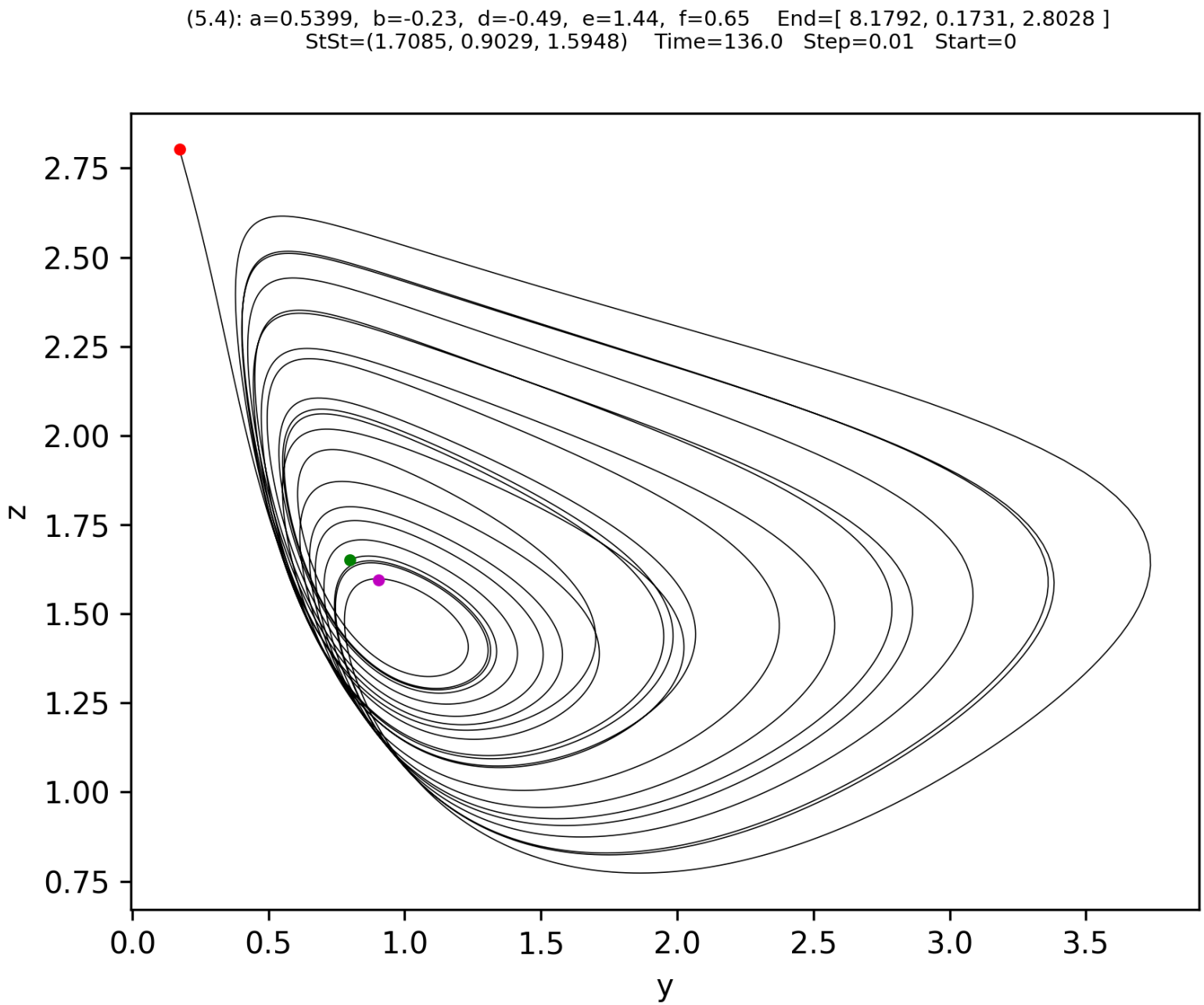


(5.4): a=0.538, b=-0.23, d=-0.49, e=1.44, f=0.65   End=[1.6432, 1.2767, 1.5404]
StSt=(1.7085, 0.9029, 1.5948)   Time=3000.0   Step=0.01   Start=100

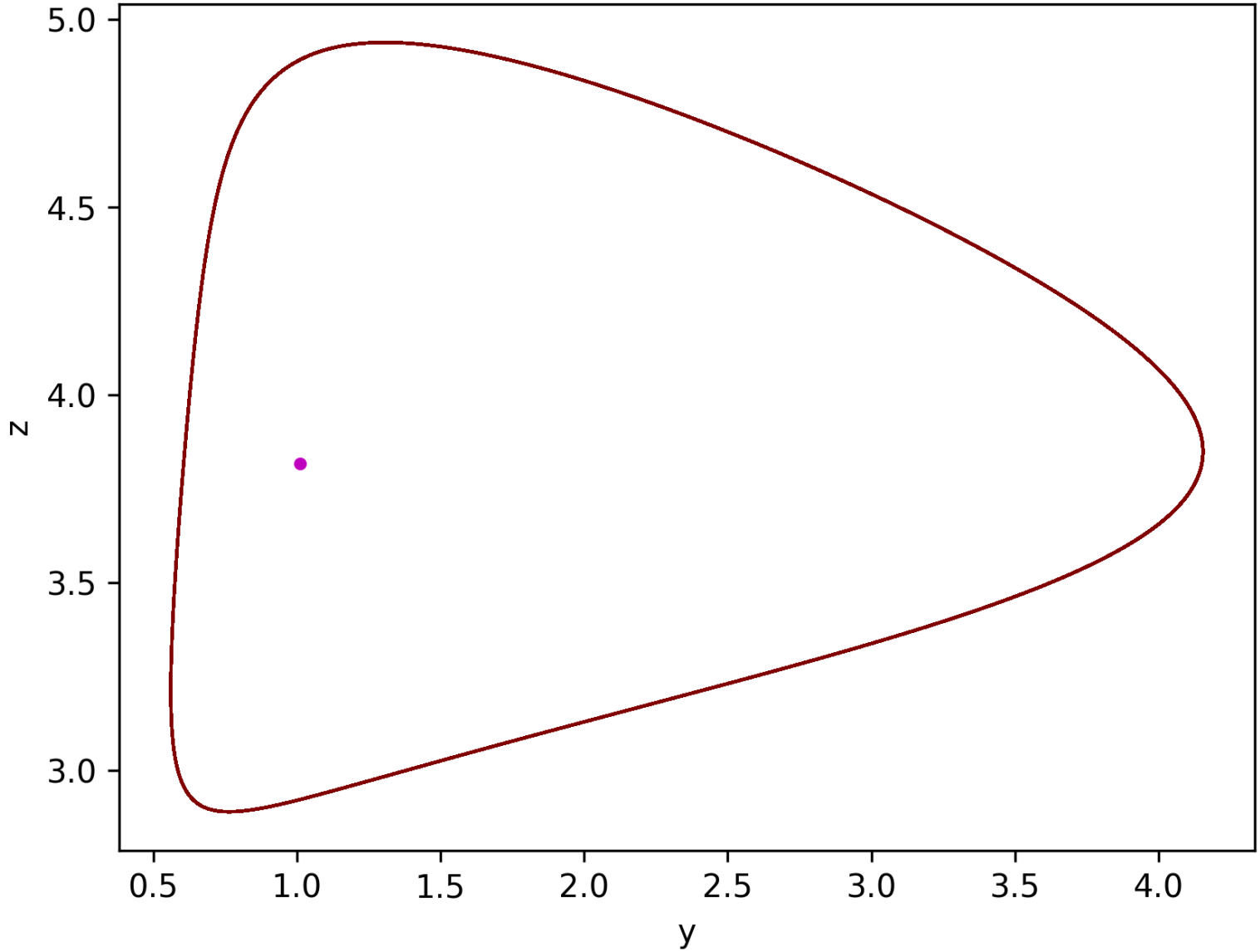


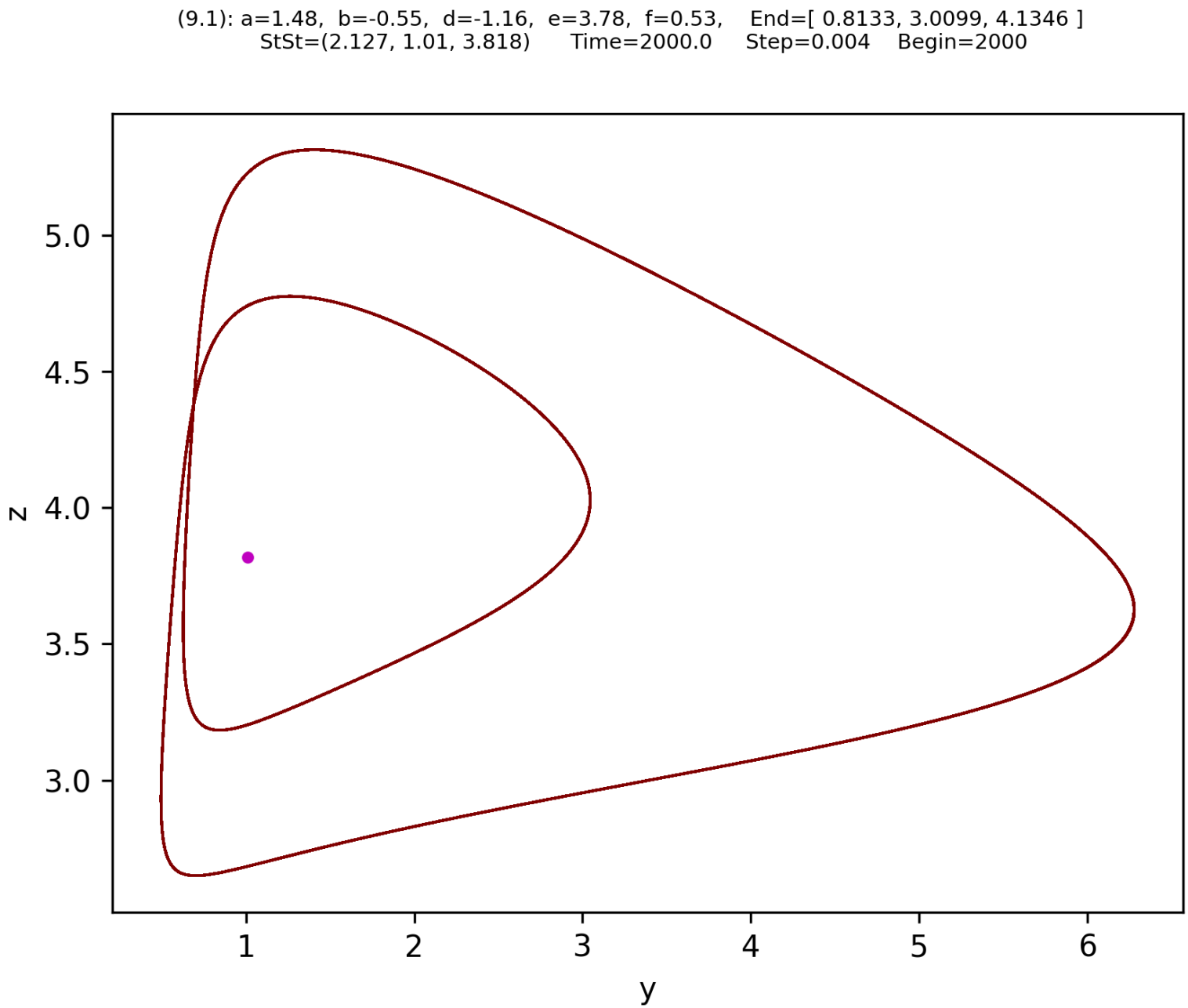
(5.4): a=0.5398, b=-0.23, d=-0.49, e=1.44, f=0.65 End=[2.1558, 0.6025, 1.5971]
StSt=(1.7085, 0.9029, 1.5948) Time=3000.0 Step=0.01 Start=100



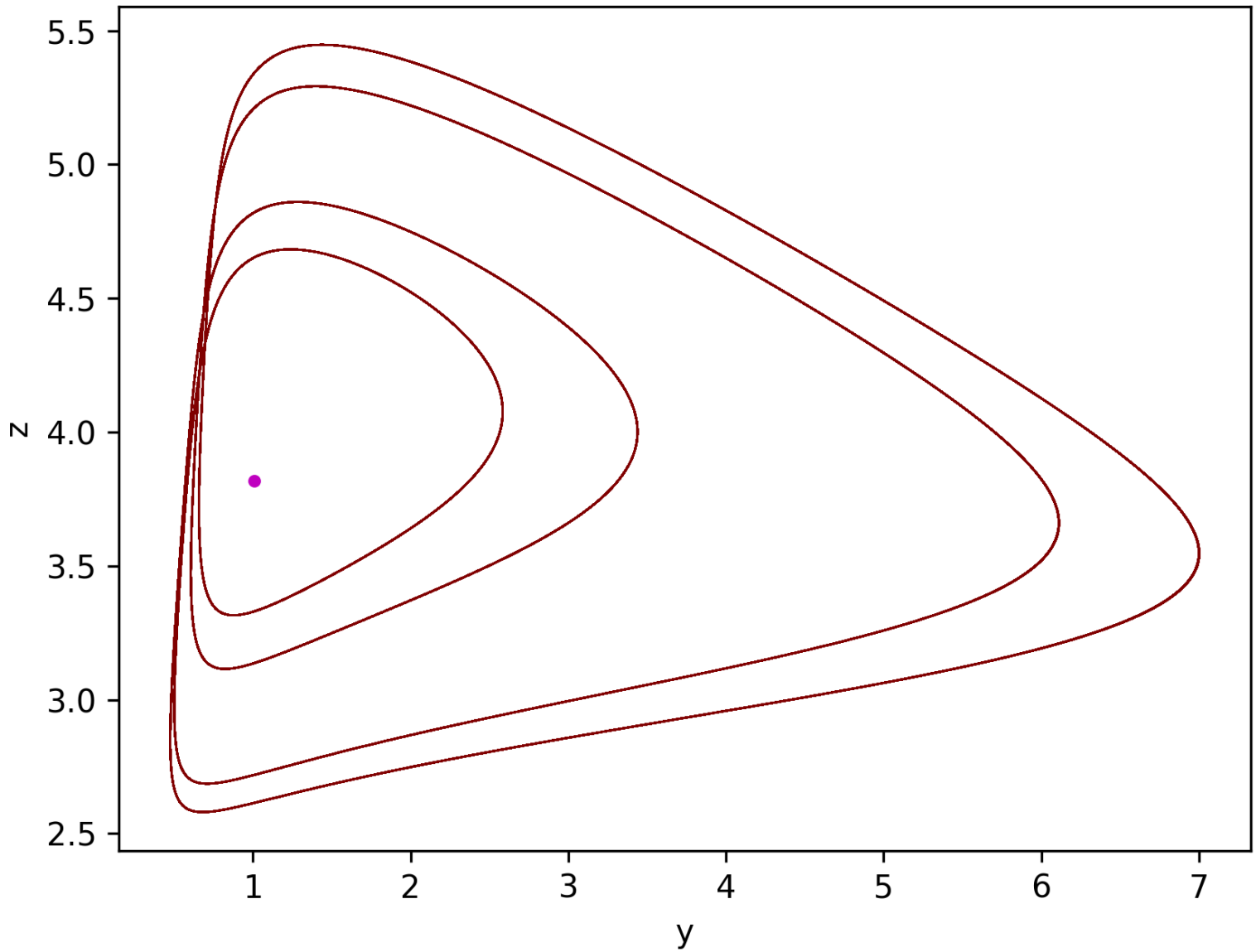

(5.4): a=0.5399, b=-0.23, d=-0.49, e=1.44, f=0.65 End=[8.1792, 0.1731, 2.8028]
StSt=(1.7085, 0.9029, 1.5948) Time=136.0 Step=0.01 Start=0
2.75
2.50
2.25
2.00
1.75
1.50
1.25
1.00
0.75
z
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
y

(9.1): a=1.42, b=-0.55, d=-1.16, e=3.78, f=0.53,   End=[1.1962, 0.651, 4.1798]
StSt=(2.127, 1.01, 3.818)   Time=2000.0   Step=0.004   Begin=2000

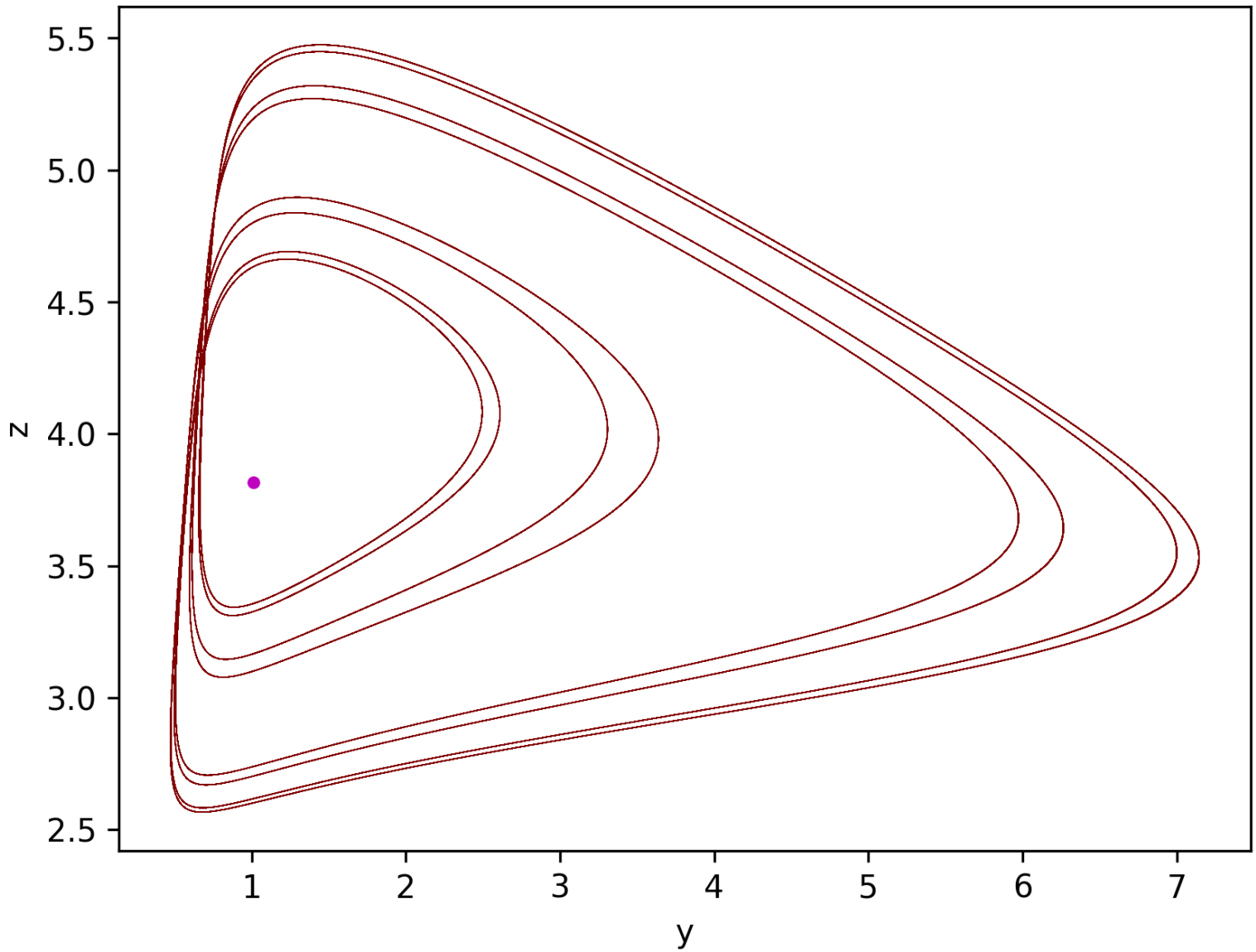



(9.1): a=1.48, b=-0.55, d=-1.16, e=3.78, f=0.53, End=[0.8133, 3.0099, 4.1346]
StSt=(2.127, 1.01, 3.818) Time=2000.0 Step=0.004 Begin=2000
5.0
4.5
4.0
3.5
3.0
z
1
2
3
4
5
6
y

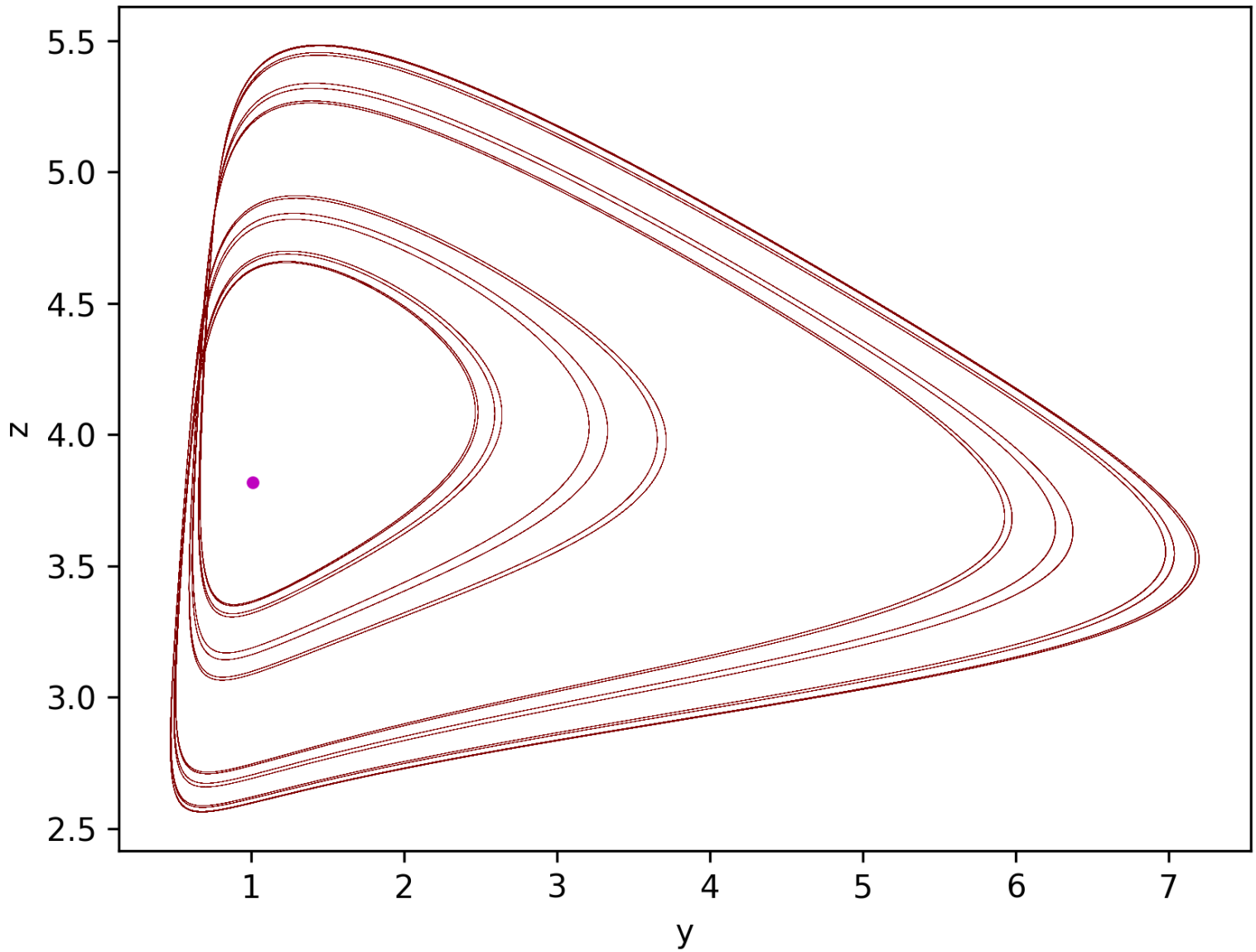
(9.1): a=1.4945, b=-0.55, d=-1.16, e=3.78, f=0.53, End=[2.4291, 0.6087, 3.5753]
StSt=(2.127, 1.01, 3.818) Time=2000.0 Step=0.004 Begin=2000



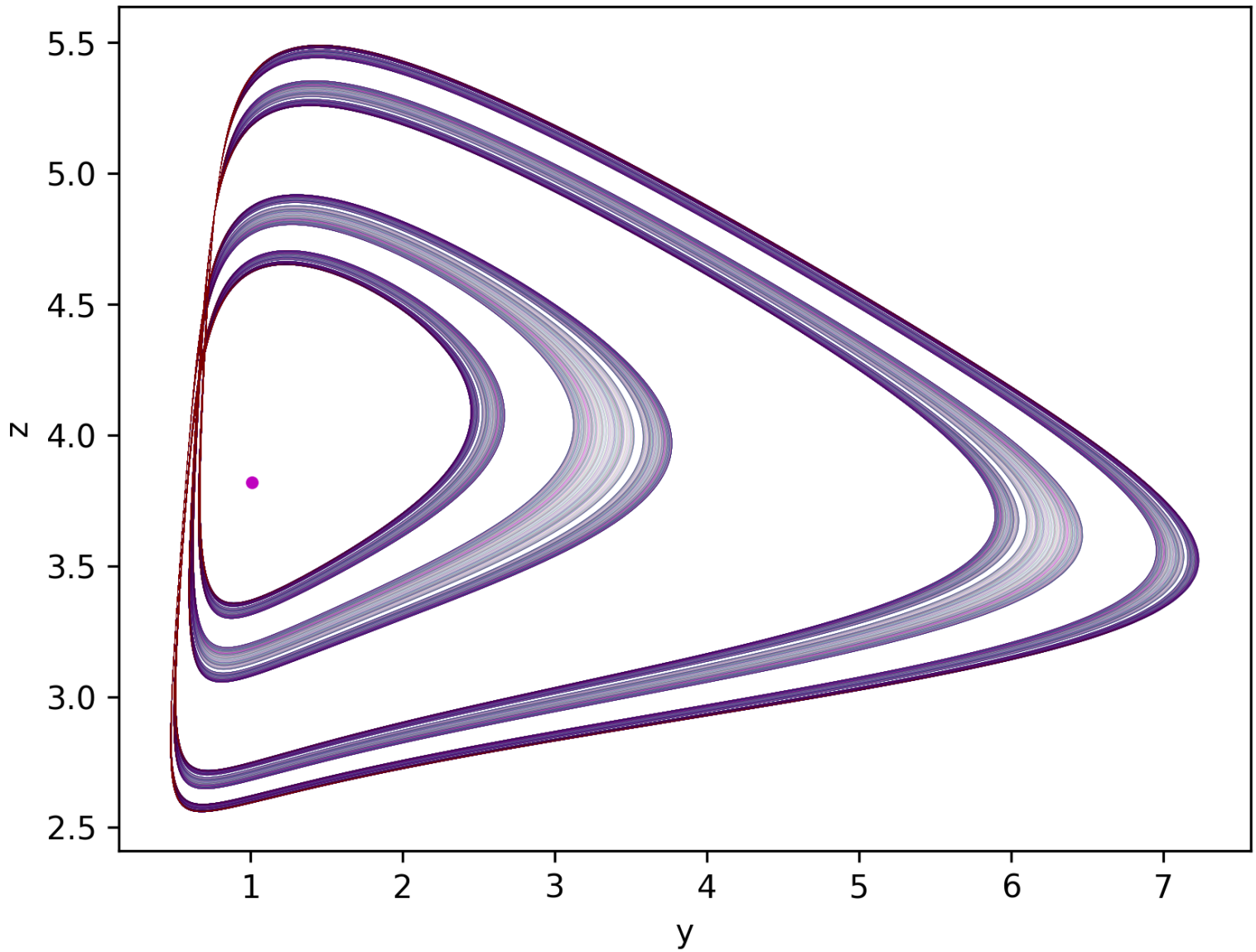
(9.1): a=1.497, b=-0.55, d=-1.16, e=3.78, f=0.53,   End=[2.4359, 0.5211, 3.4073]
StSt=(2.127, 1.01, 3.818)   Time=2000.0   Step=0.004   Begin=2000



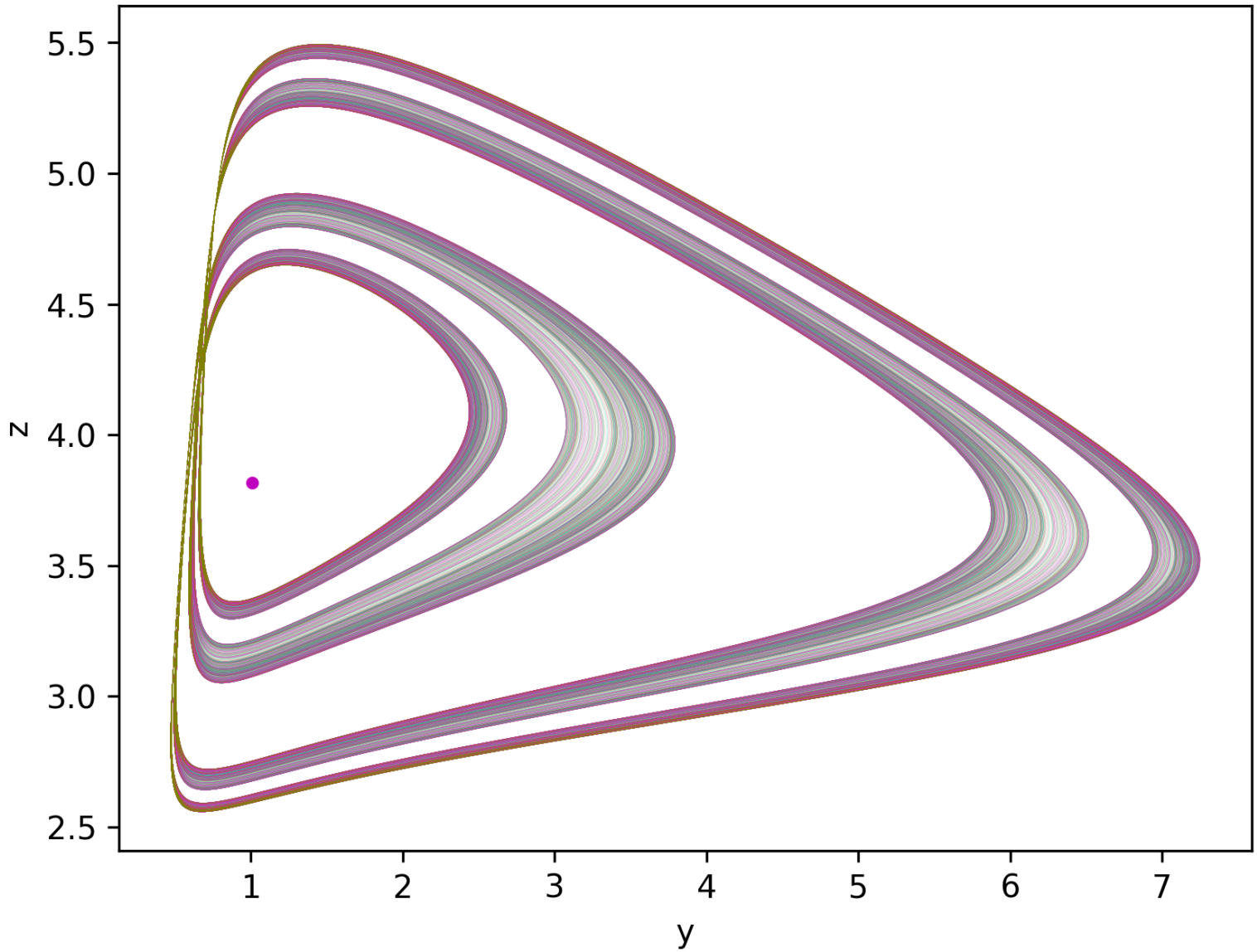
(9.1): a=1.498, b=-0.55, d=-1.16, e=3.78, f=0.53,   End=[0.7218, 0.7532, 4.8132]
StSt=(2.127, 1.01, 3.818)   Time=2000.0   Step=0.004   Begin=2000



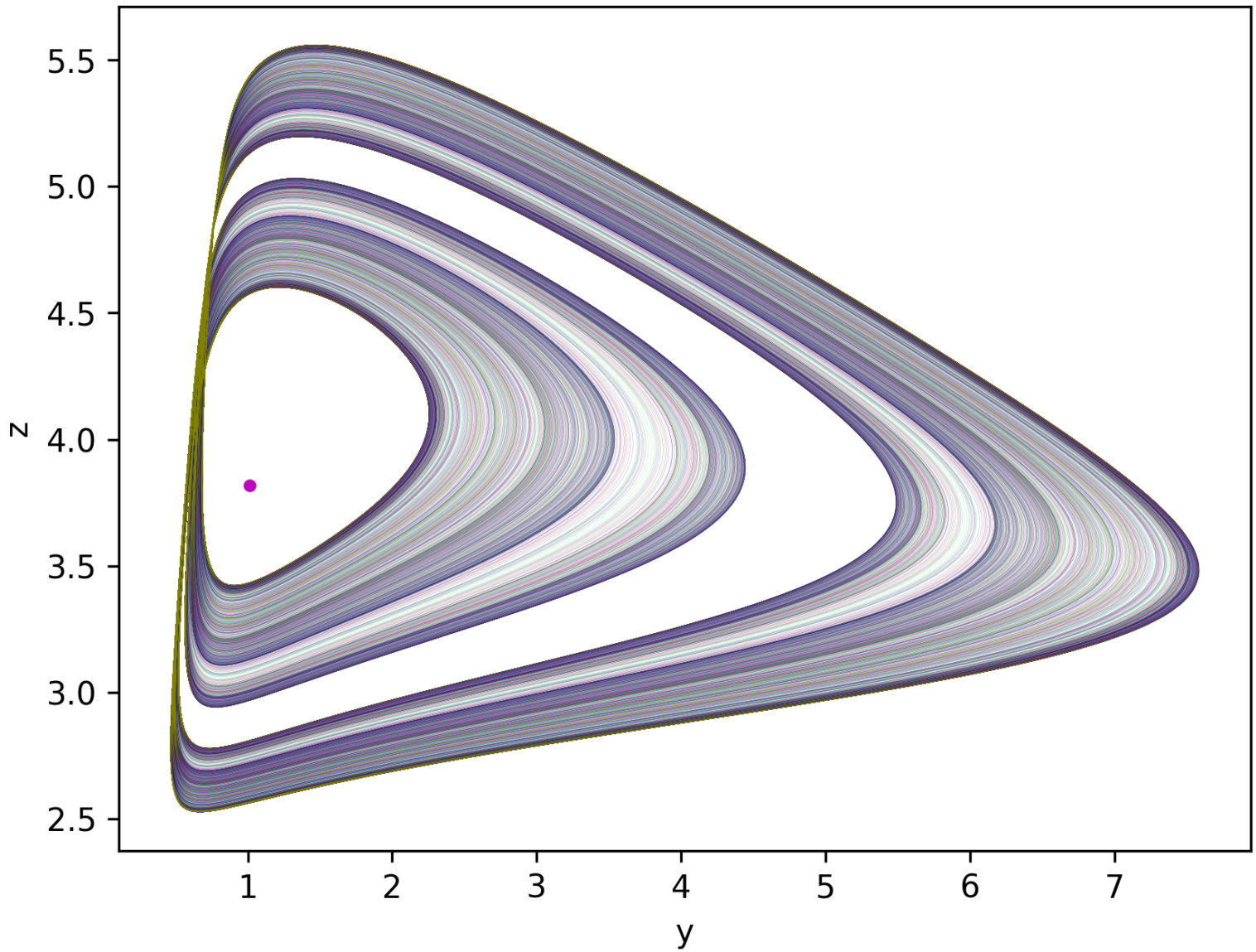
(9.1): a=1.4987, b=-0.55, d=-1.16, e=3.78, f=0.53, End=[0.9998, 0.7394, 4.6886]
StSt=(2.127, 1.01, 3.818) Time=4000.0 Step=0.004 Begin=1000



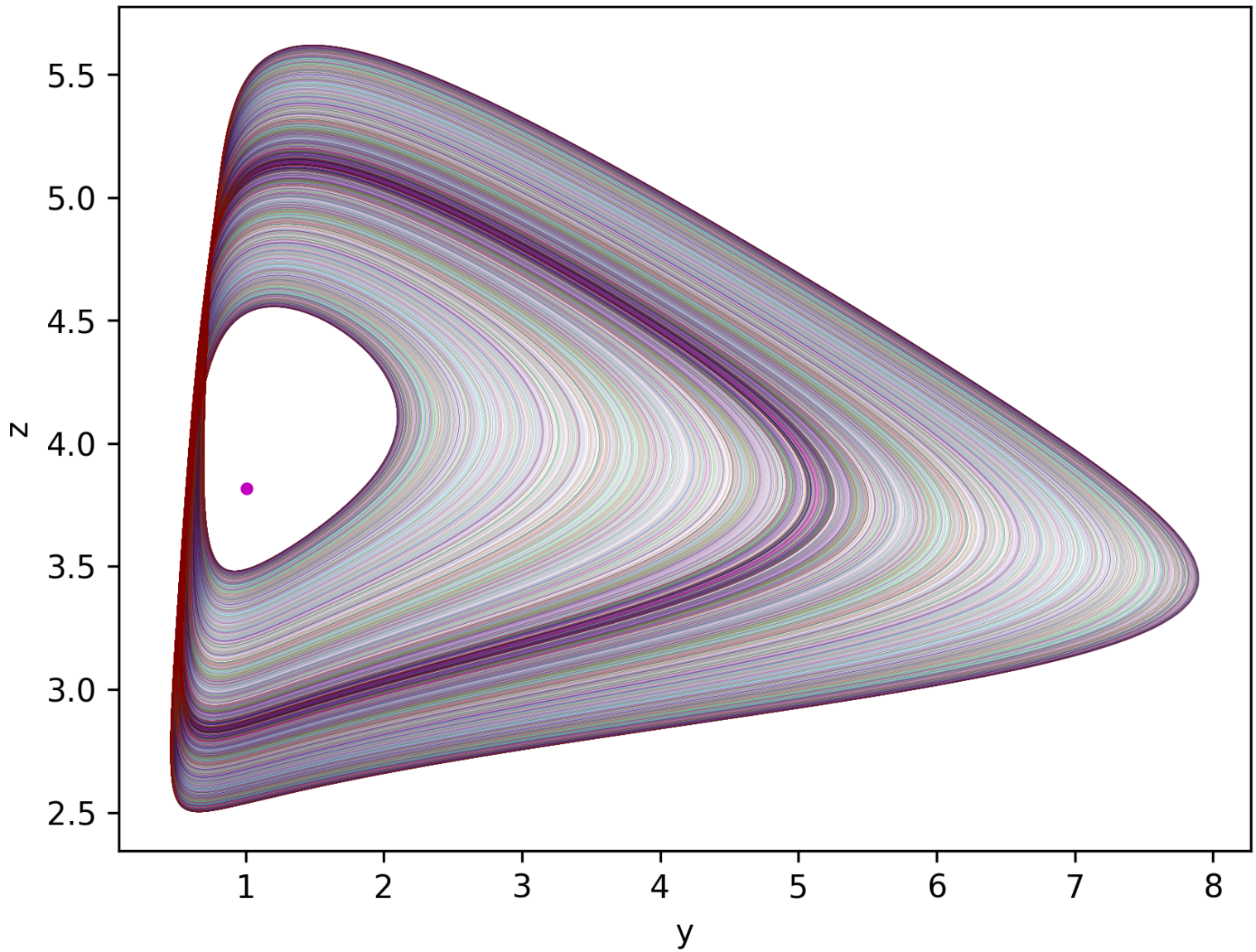
(9.1): a=1.499, b=-0.55, d=-1.16, e=3.78, f=0.53,   End=[0.7183, 0.7691, 4.8861]
StSt=(2.127, 1.01, 3.818)   Time=3000.0   Step=0.004   Begin=2000



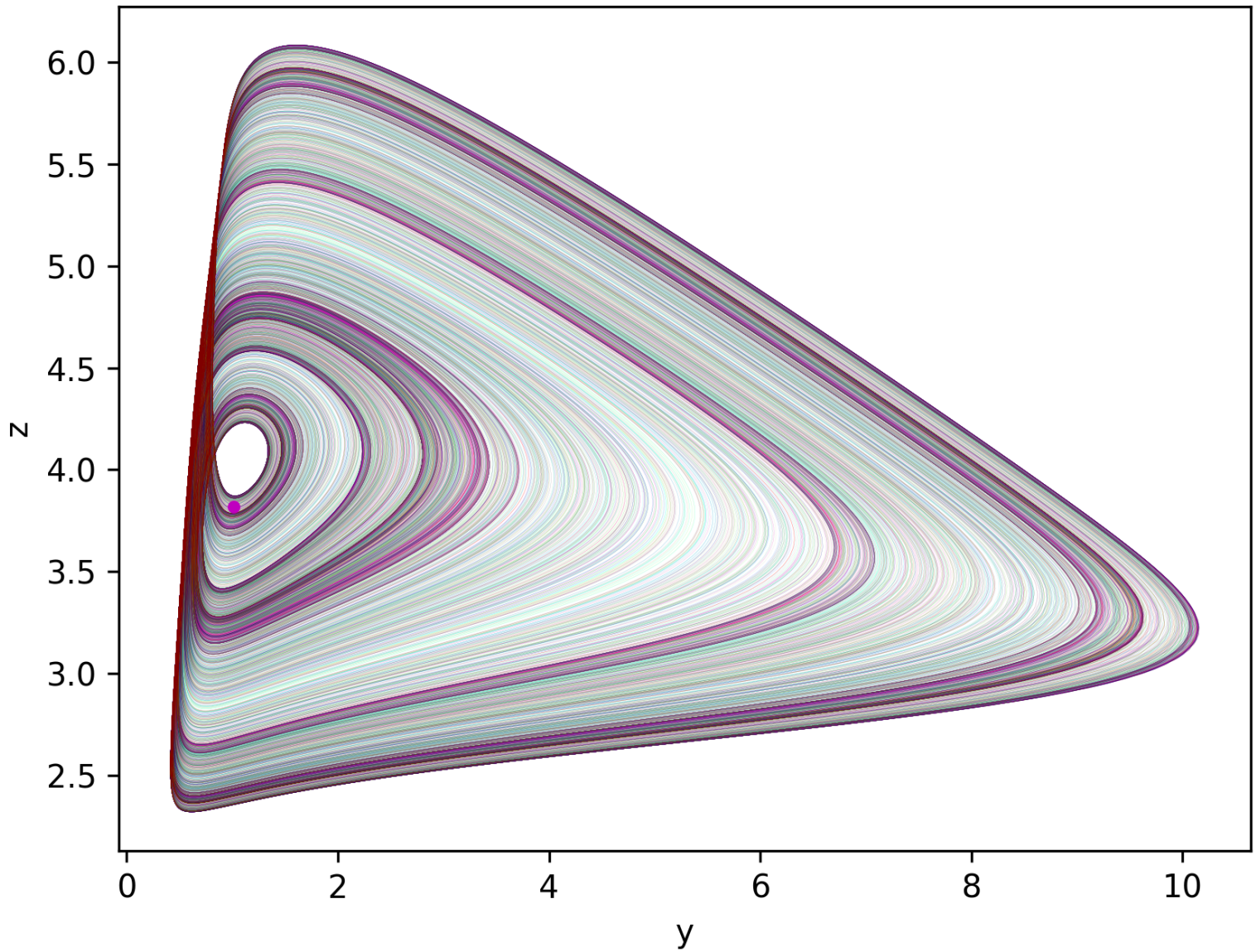
(9.1): a=1.505, b=-0.55, d=-1.16, e=3.78, f=0.53,   End=[2.1315, 0.614, 3.7304]
StSt=(2.127, 1.01, 3.818)   Time=3000.0   Step=0.004   Begin=2000



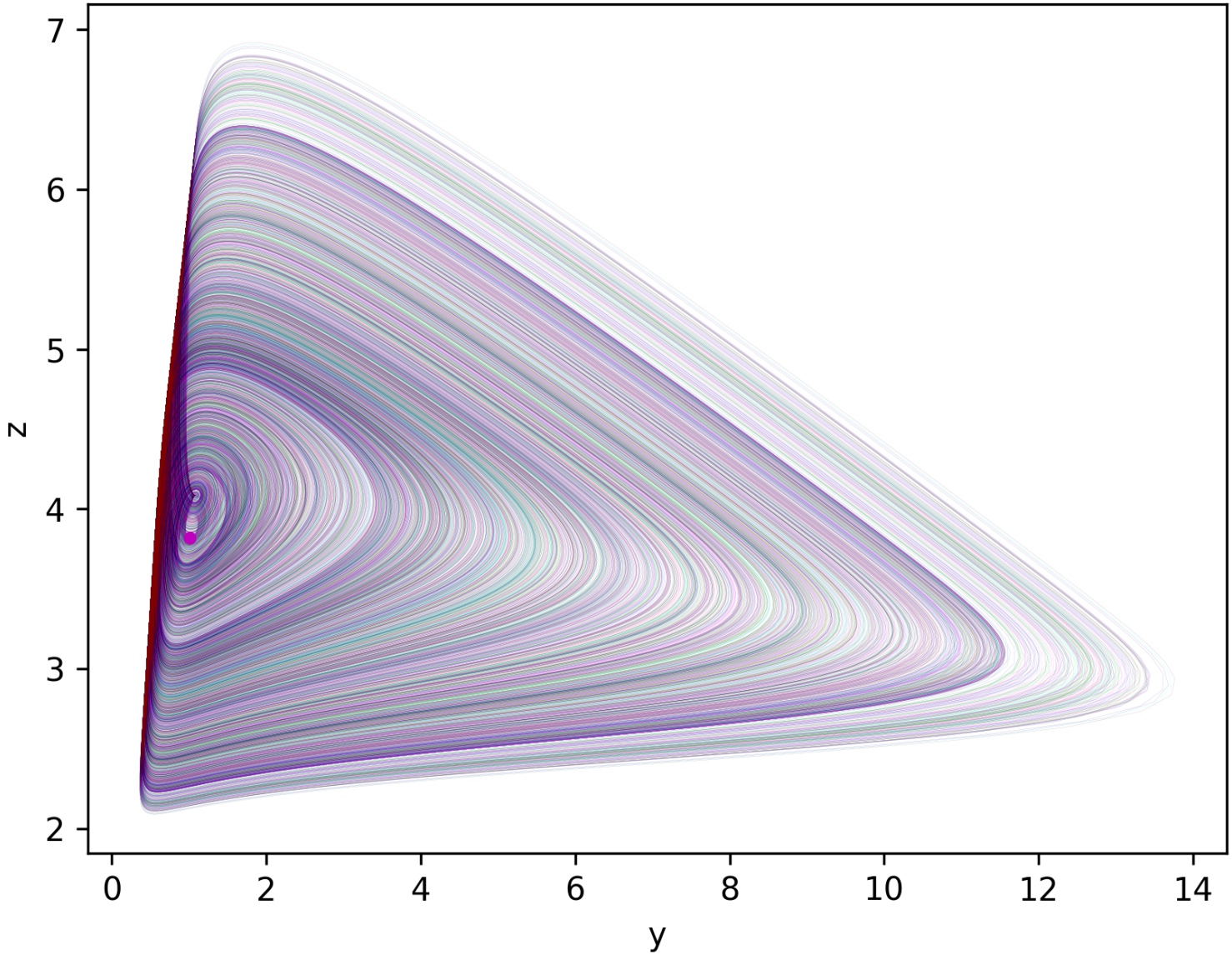
(9.1): a=1.51, b=-0.55, d=-1.16, e=3.78, f=0.53, End=[4.4873, 0.5986, 2.8541]
StSt=(2.127, 1.01, 3.818) Time=3000.0 Step=0.004 Begin=2000



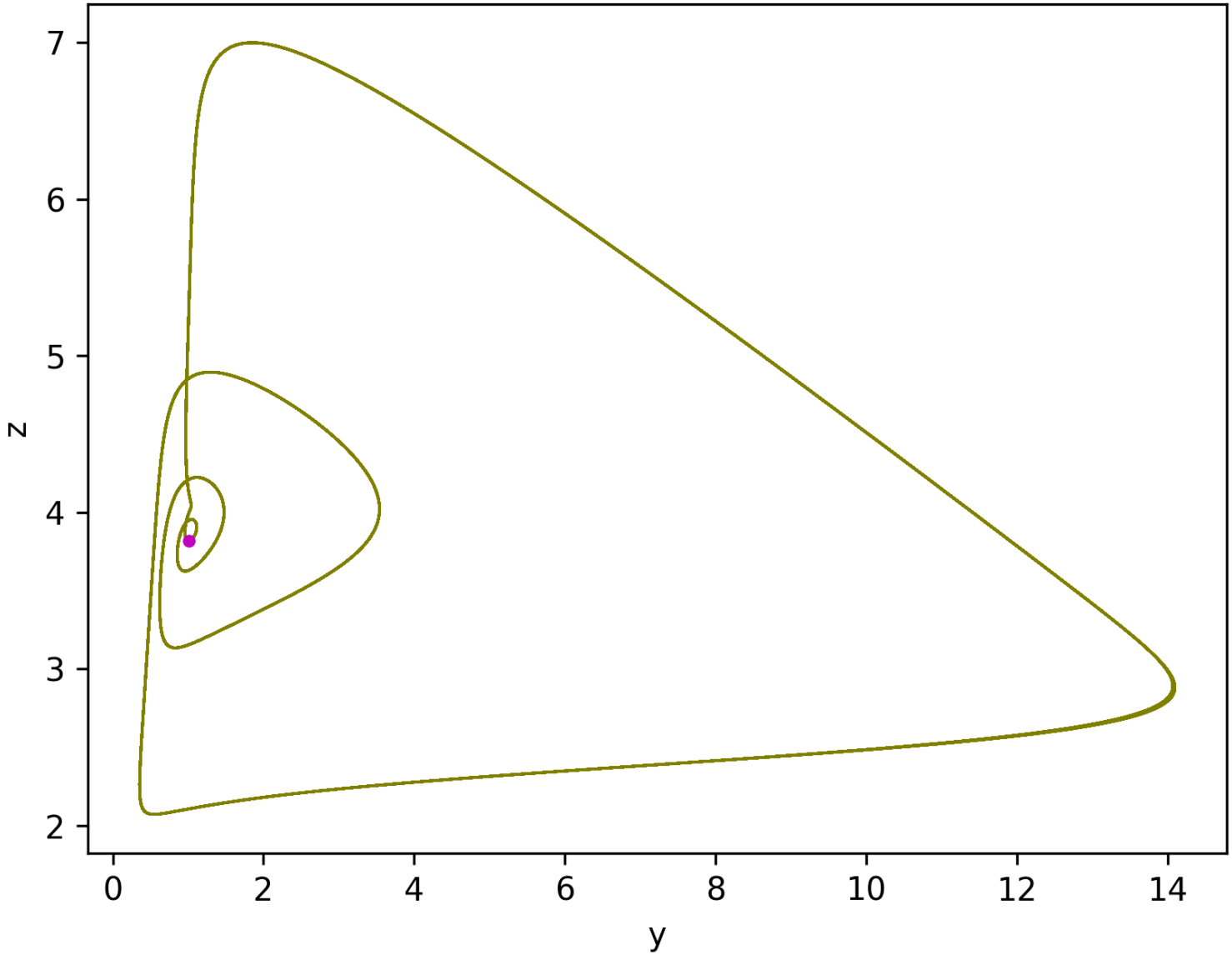
(9.1): a=1.53, b=-0.55, d=-1.16, e=3.78, f=0.53, End=[2.3999, 0.6637, 3.6372]
StSt=(2.127, 1.01, 3.818) Time=3000.0 Step=0.004 Begin=2000



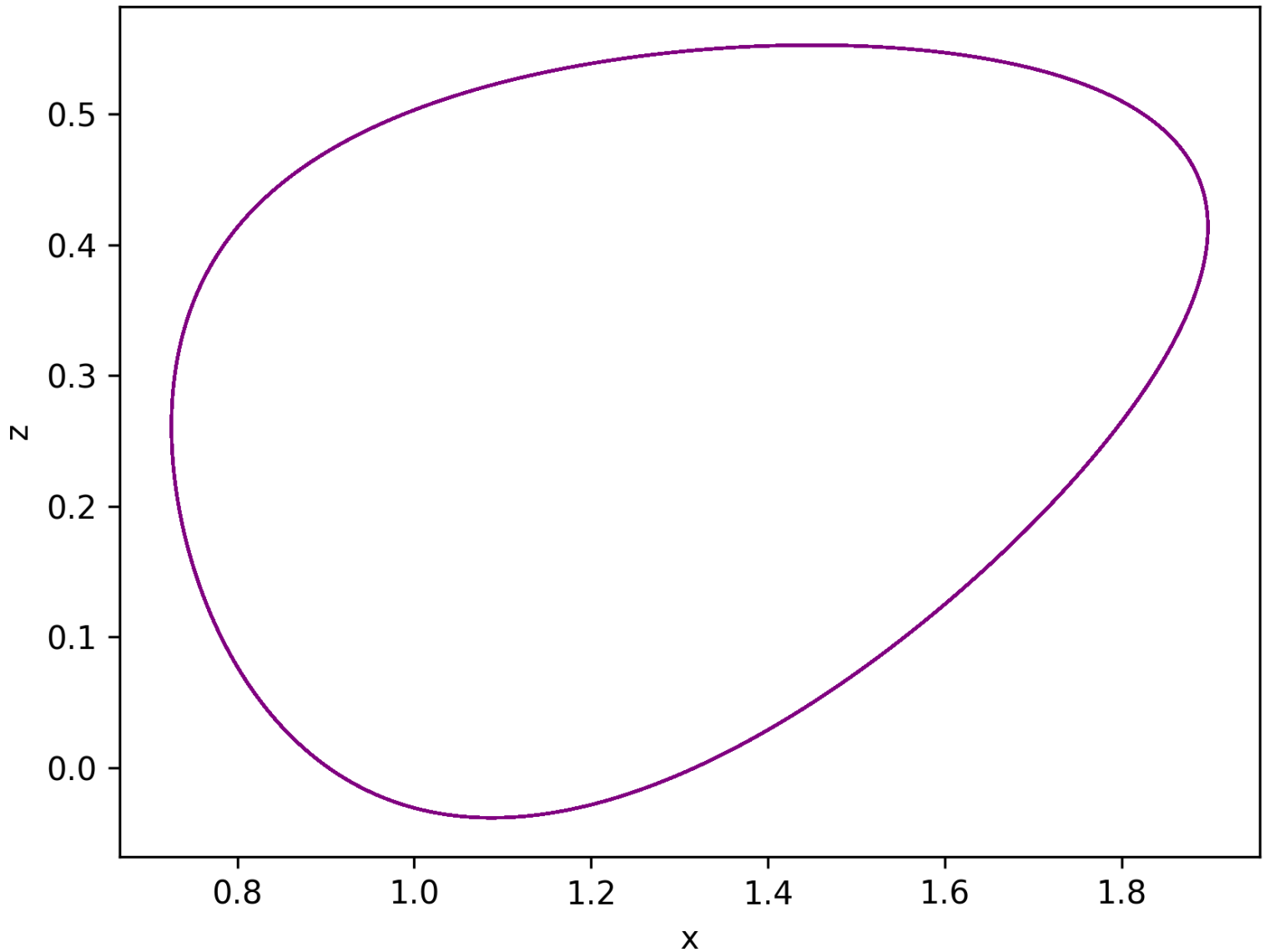
(9.1): a=1.542, b=-0.55, d=-1.16, e=3.78, f=0.53,   End=[2.7955, 0.5678, 3.399]
StSt=(2.127, 1.01, 3.818)   Time=3000.0   Step=0.004   Begin=2000

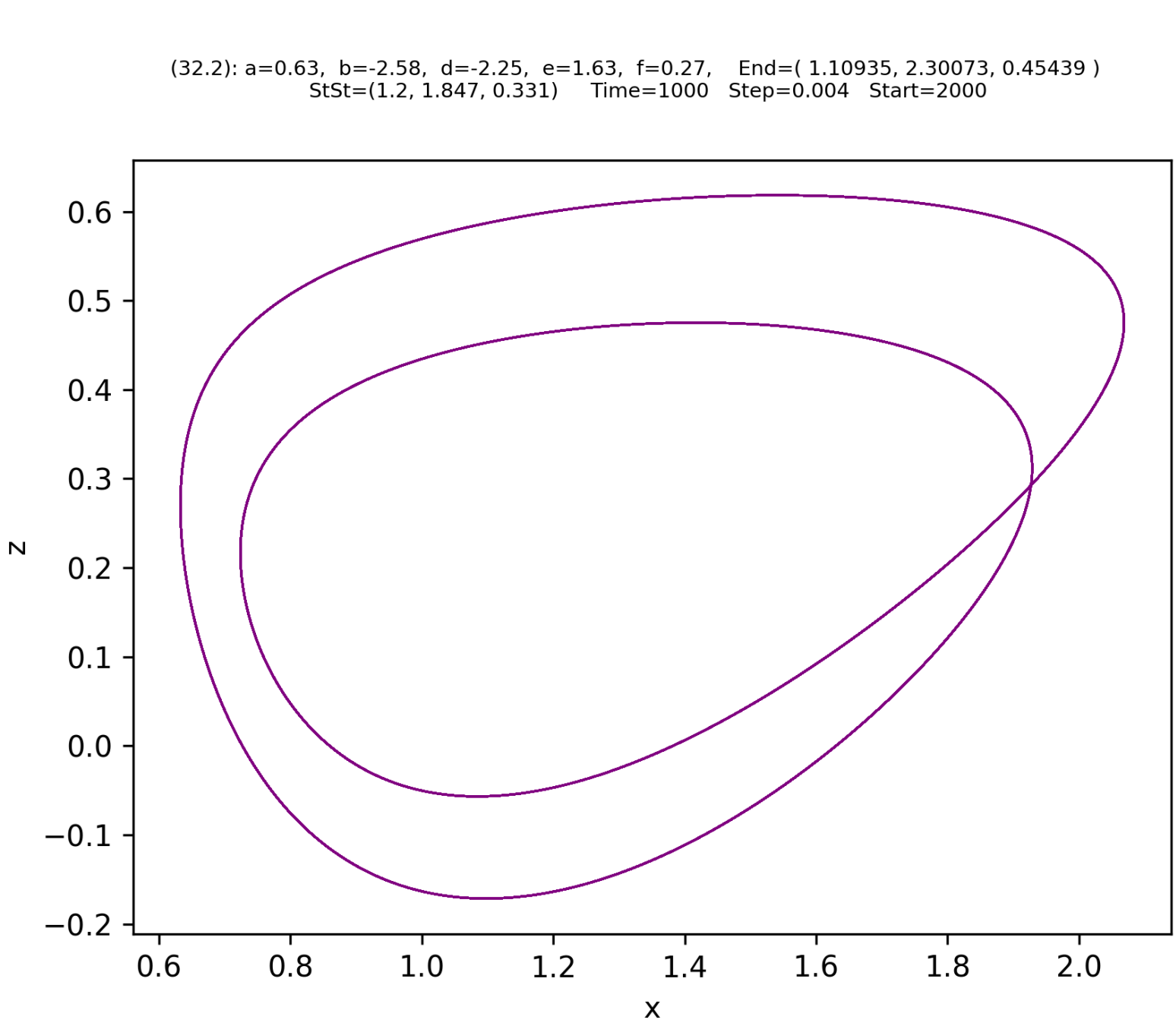


(9.1): a=1.544, b=-0.55, d=-1.16, e=3.78, f=0.53,   End=[2.4594, 0.8697, 3.6673]
StSt=(2.127, 1.01, 3.818)   Time=2000.0   Step=0.004   Begin=2000

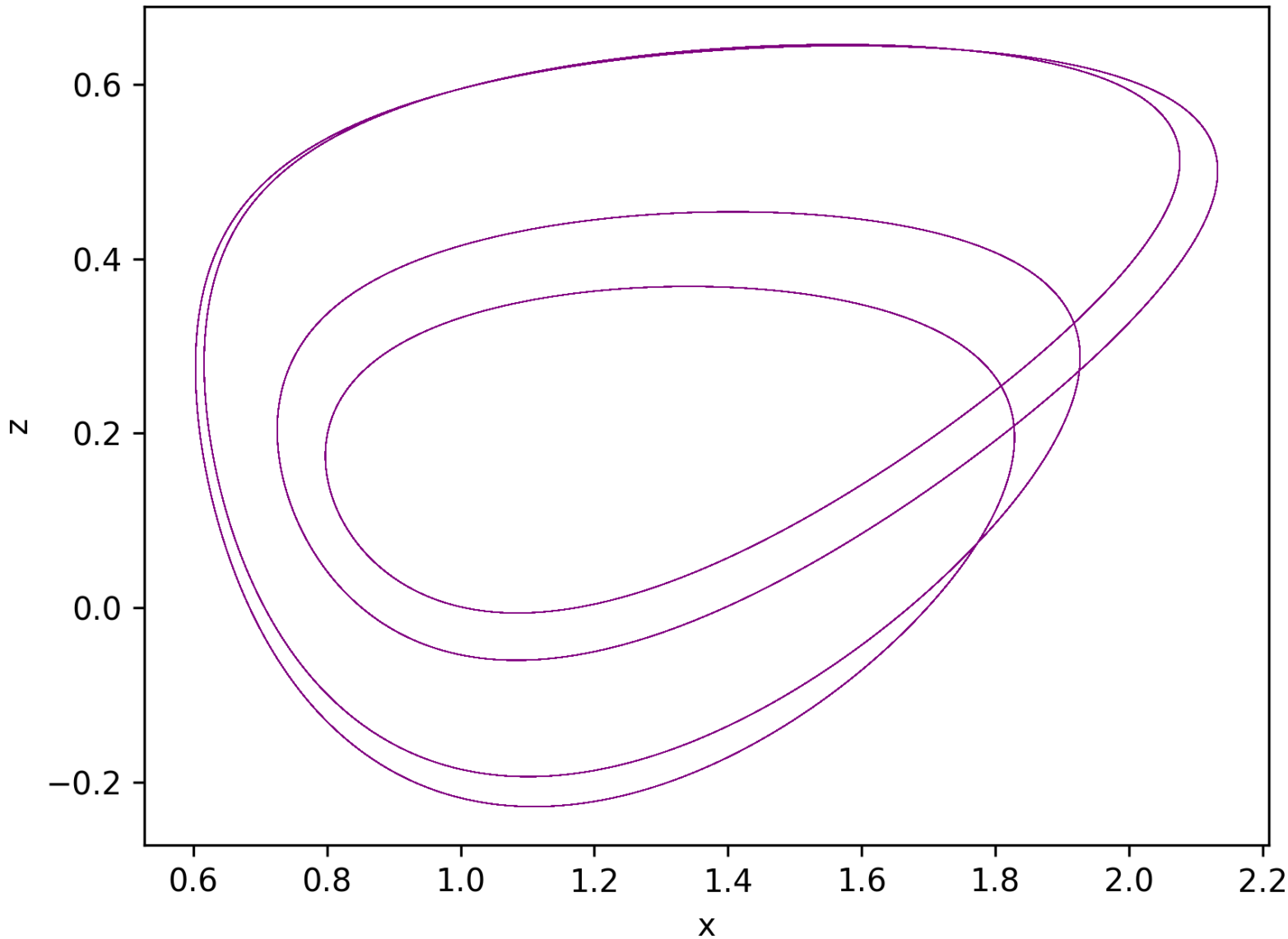


(32.2): a=0.6, b=-2.58, d=-2.25, e=1.63, f=0.27, End=(0.72749, 2.41395, 0.28991)
StSt=(1.2, 1.847, 0.331) Time=1000 Step=0.004 Start=2000

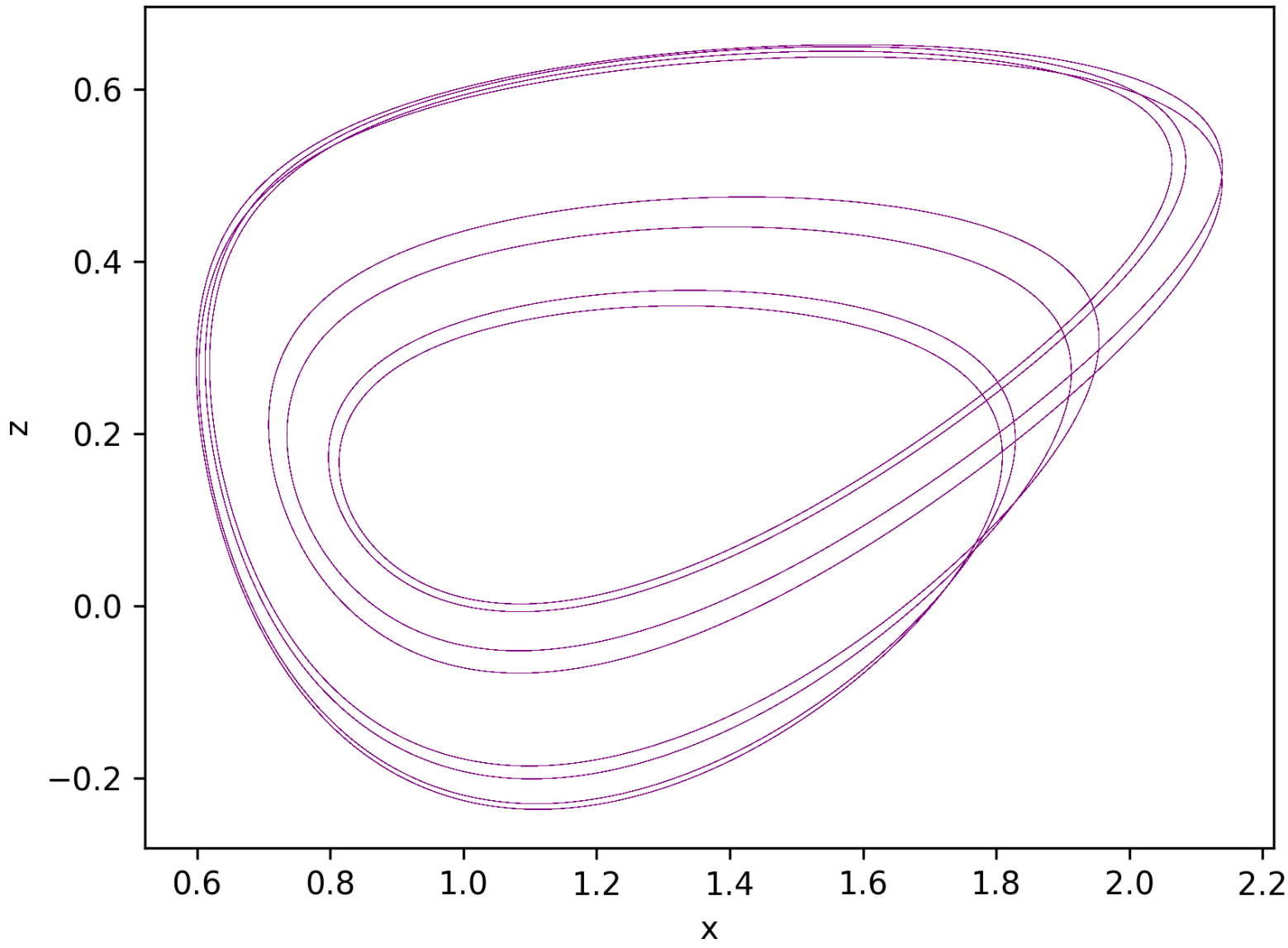



(32.2): a=0.63, b=-2.58, d=-2.25, e=1.63, f=0.27, End=(1.10935, 2.30073, 0.45439)
StSt=(1.2, 1.847, 0.331) Time=1000 Step=0.004 Start=2000
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
−0.1
−0.2
z
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
1.6
1.8
2.0
x

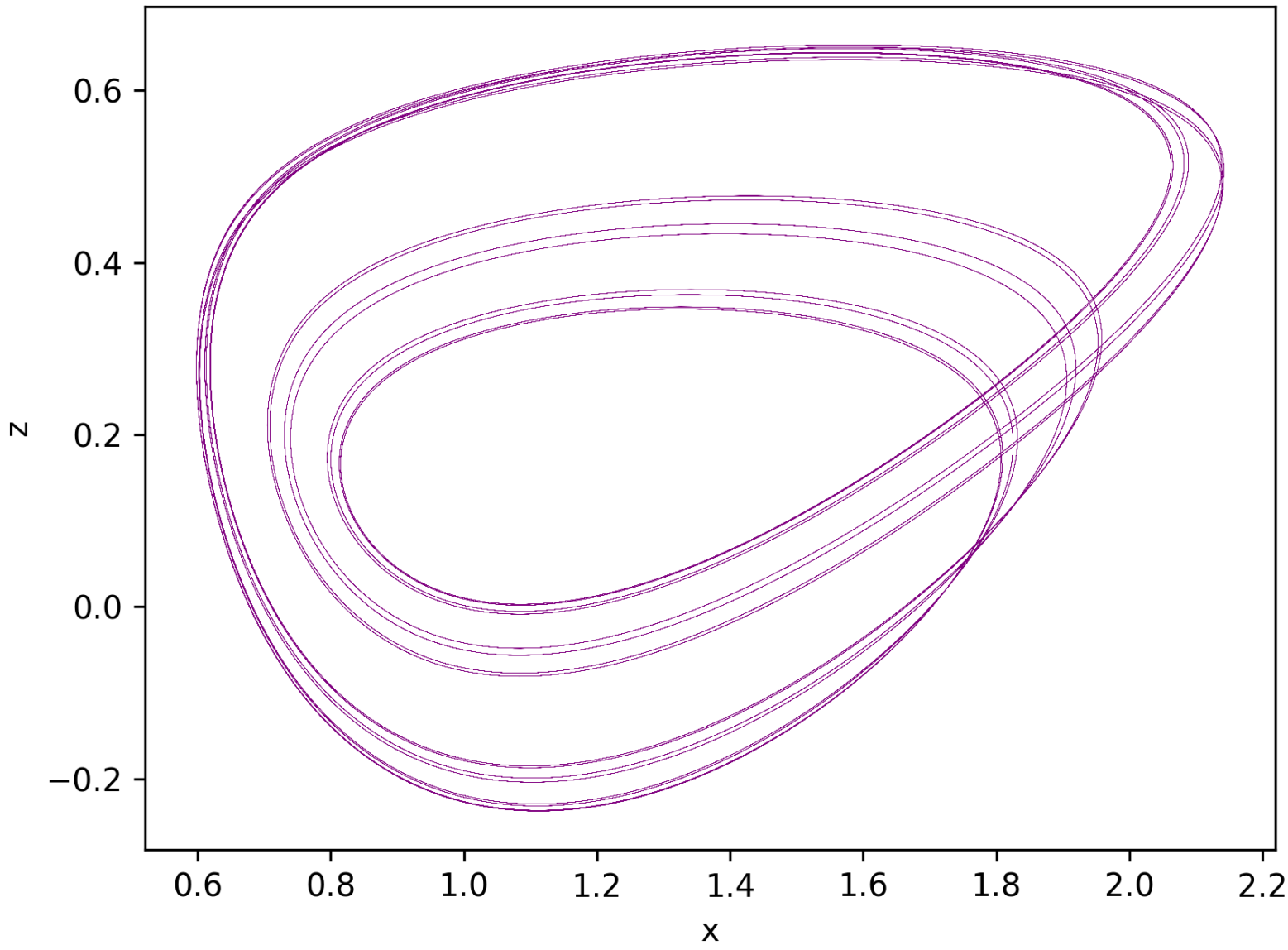
(32.2): a=0.639, b=-2.58, d=-2.25, e=1.63, f=0.27, End=(1.63371, 1.81145, 0.34075)
StSt=(1.2, 1.847, 0.331) Time=2000 Step=0.004 Start=2000

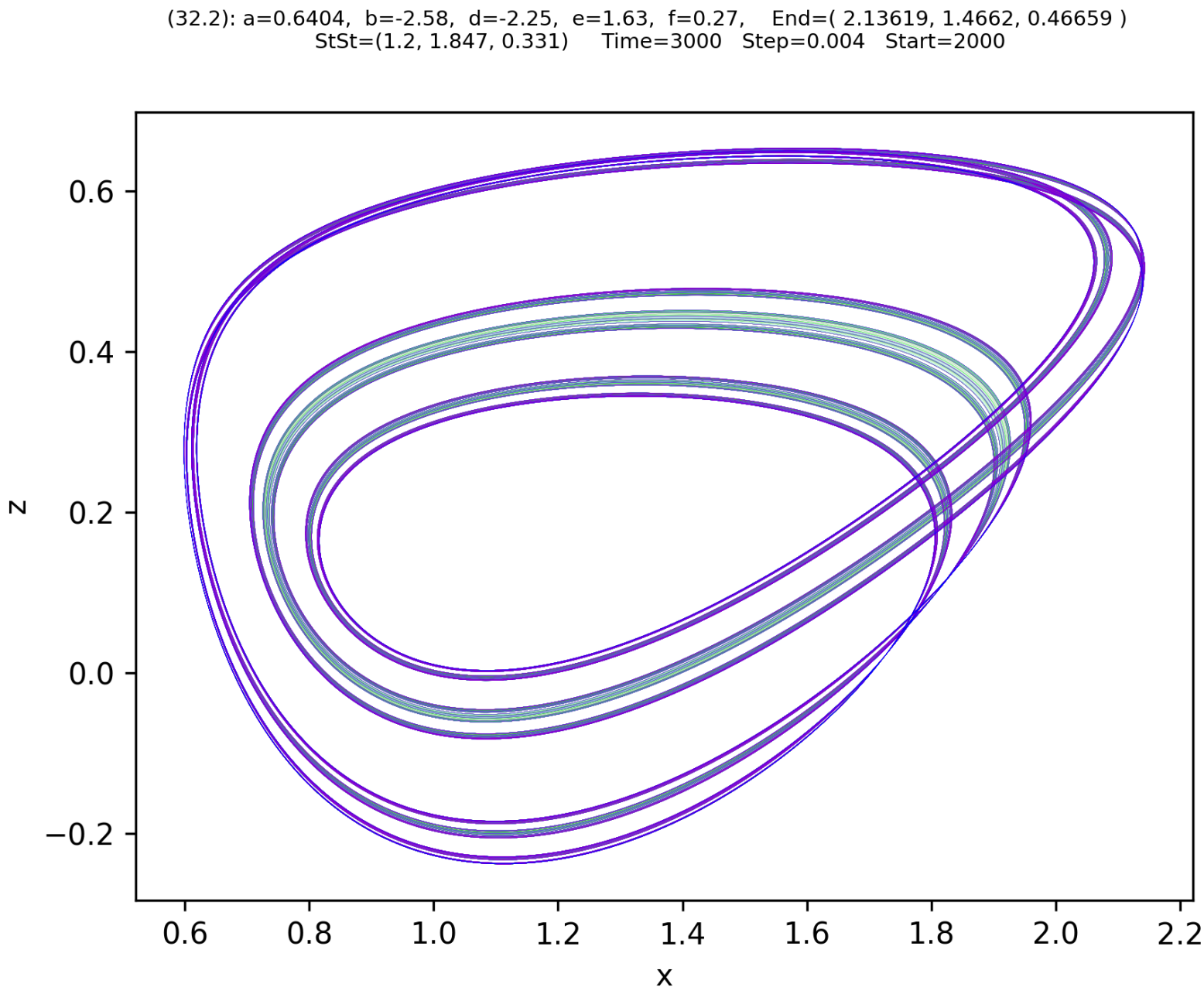


(32.2): a=0.6402, b=-2.58, d=-2.25, e=1.63, f=0.27,   End=(0.88721, 1.98914, -0.14441)
StSt=(1.2, 1.847, 0.331)   Time=2000   Step=0.004   Start=2000

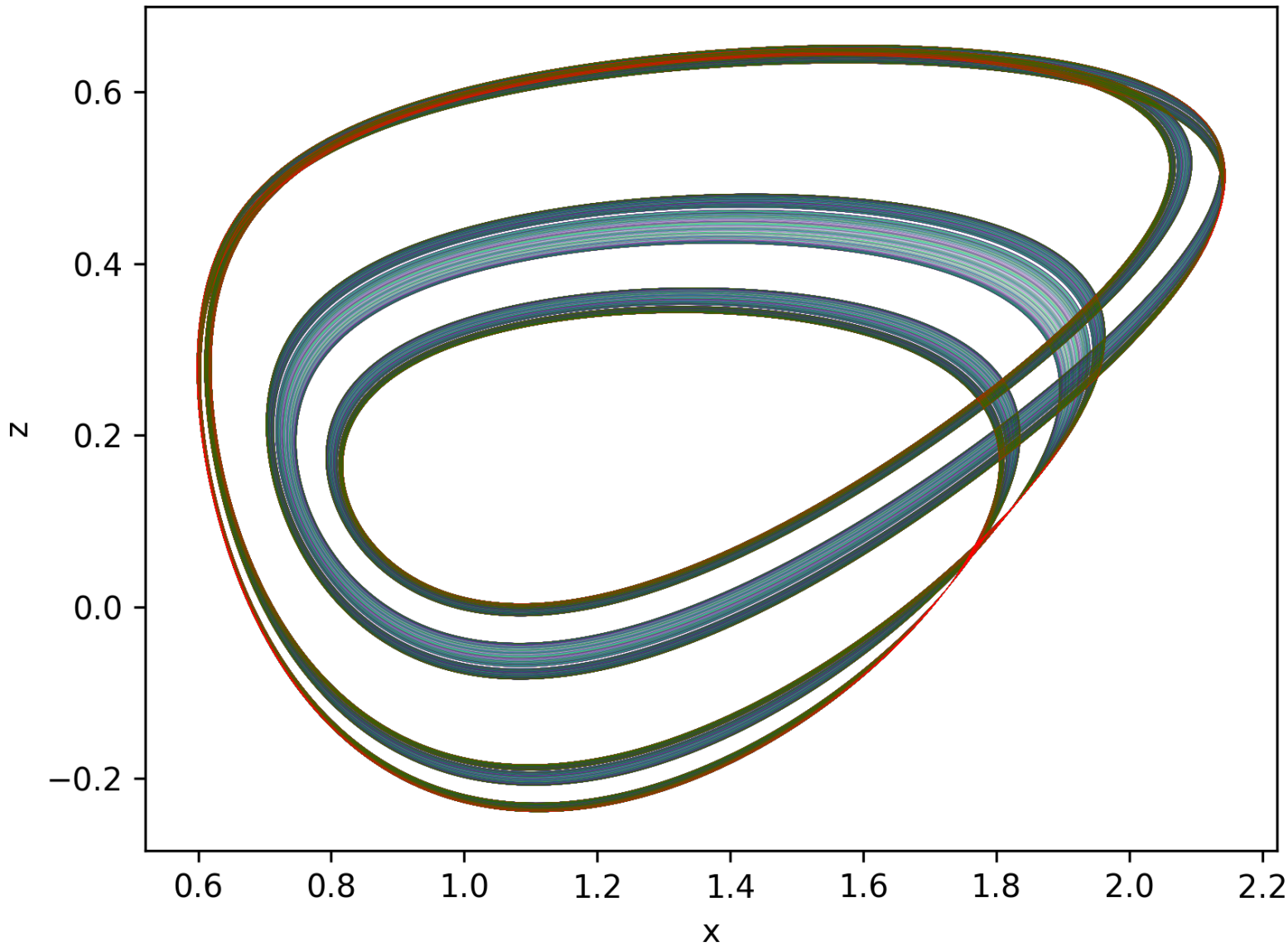


(32.2): a=0.6403, b=-2.58, d=-2.25, e=1.63, f=0.27, End=(1.2705, 1.62489, -0.16486)
StSt=(1.2, 1.847, 0.331) Time=1000 Step=0.004 Start=2000

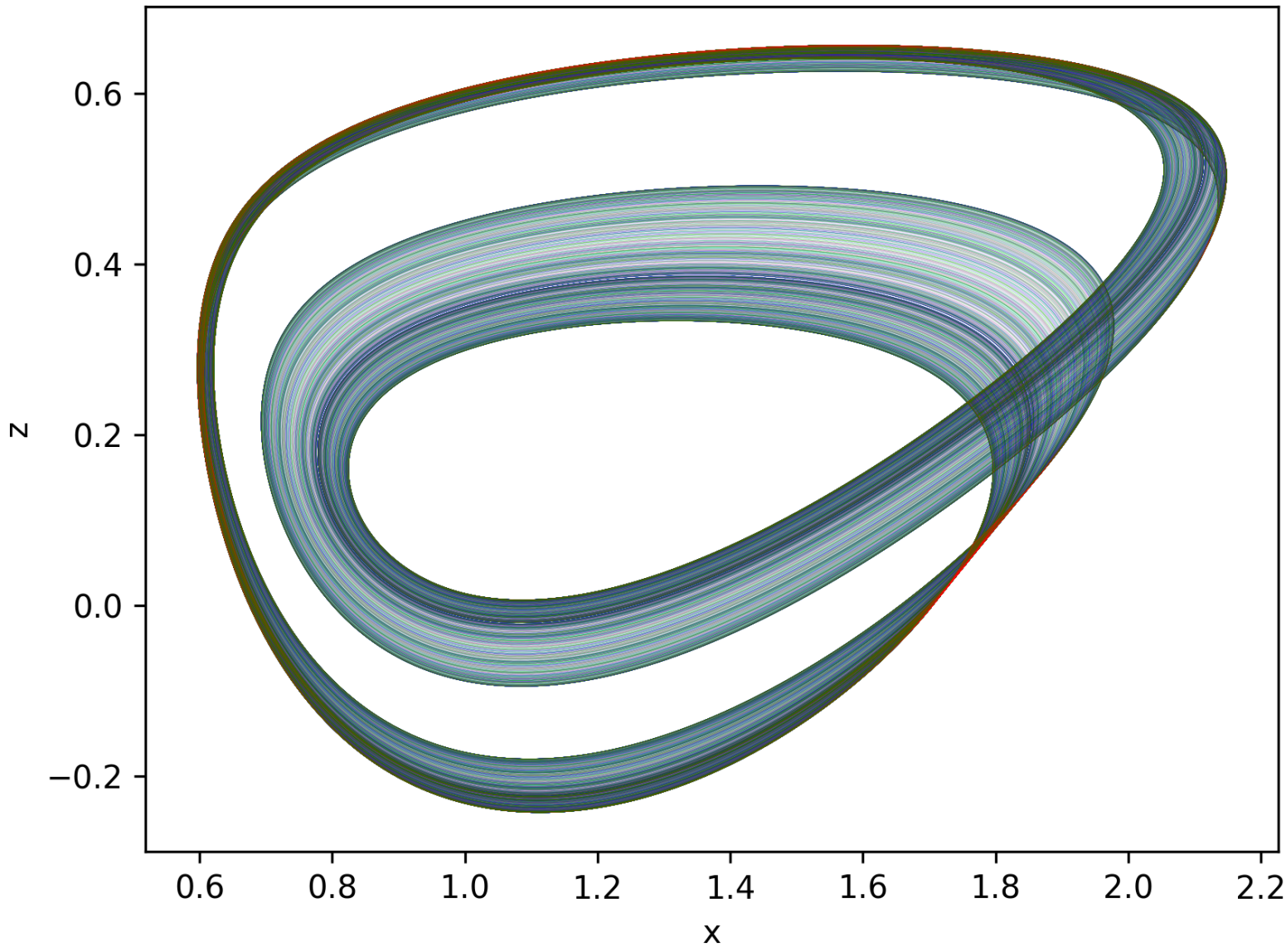



(32.2): a=0.6404, b=-2.58, d=-2.25, e=1.63, f=0.27, End=(2.13619, 1.4662, 0.46659)
StSt=(1.2, 1.847, 0.331) Time=3000 Step=0.004 Start=2000
0.6
0.4
0.2
0.0
−0.2
z
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
1.6
1.8
2.0
2.2
x

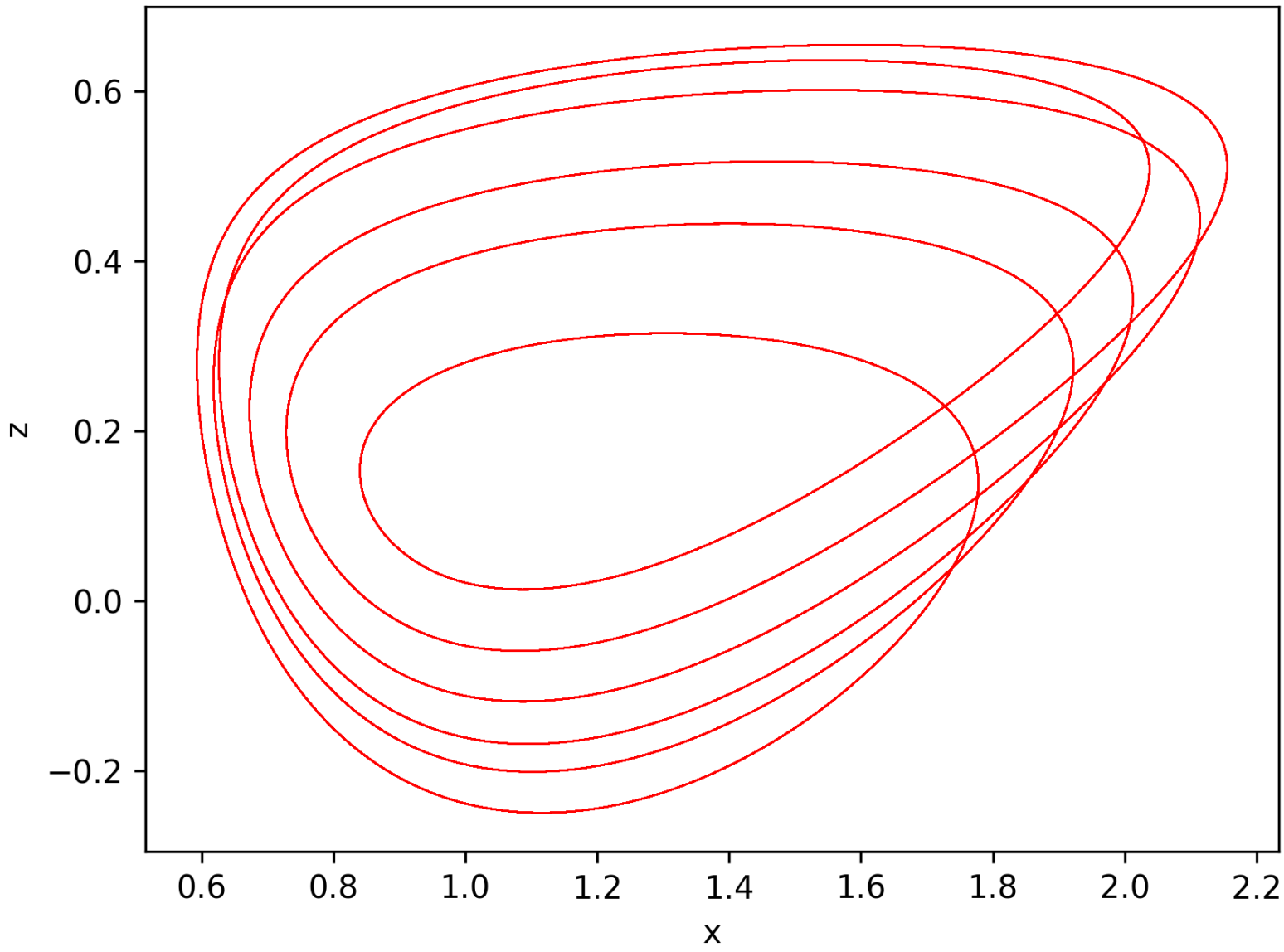
(32.2): a=0.6405, b=-2.58, d=-2.25, e=1.63, f=0.27,   End=(1.67159, 1.47341, -0.02541)
StSt=(1.2, 1.847, 0.331)   Time=4000   Step=0.004   Start=2000



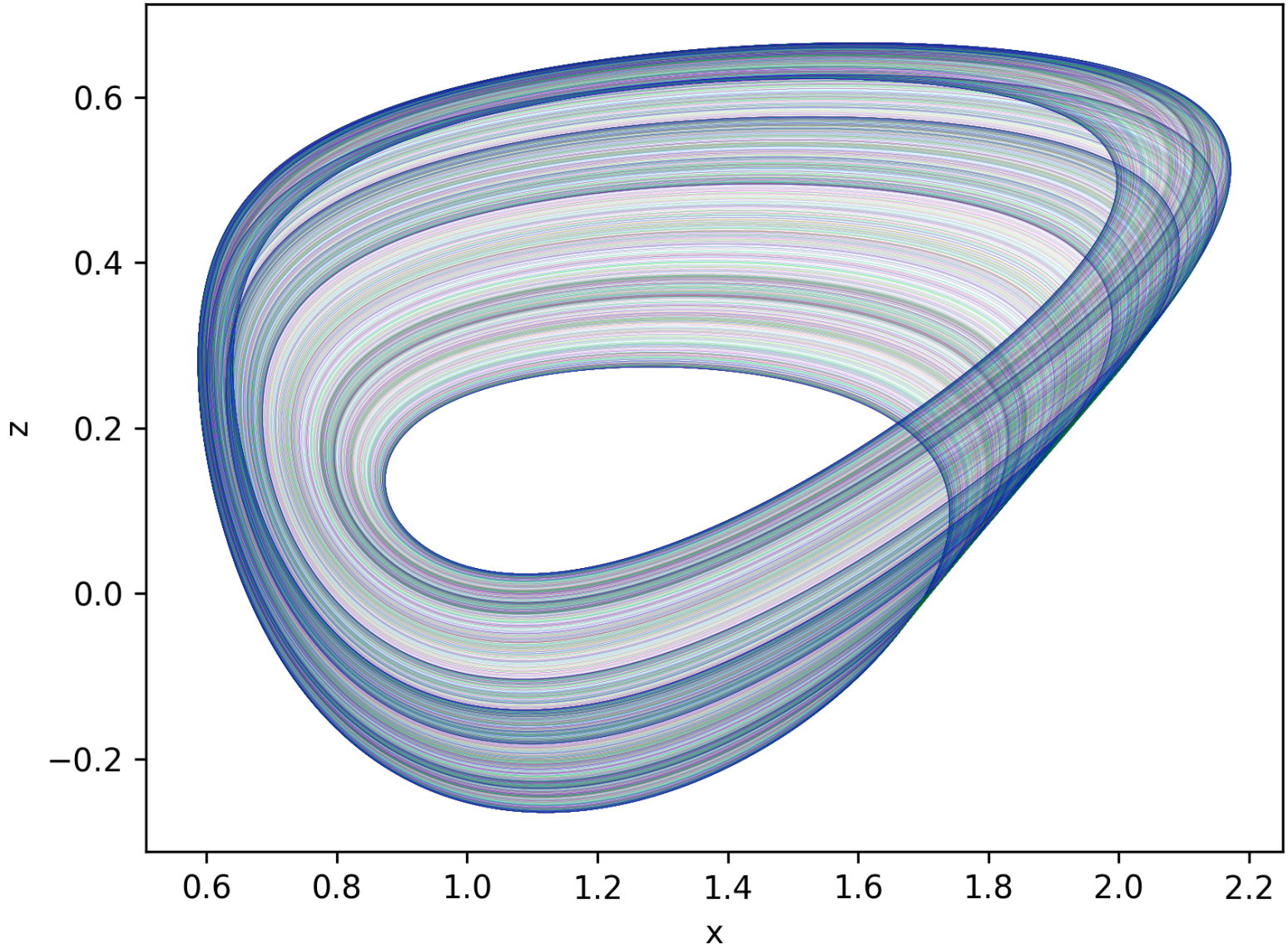
(32.2): a=0.641, b=-2.58, d=-2.25, e=1.63, f=0.27,   End=(0.97277, 1.8841, -0.02549)
StSt=(1.2, 1.847, 0.331)   Time=3000   Step=0.004   Start=2000



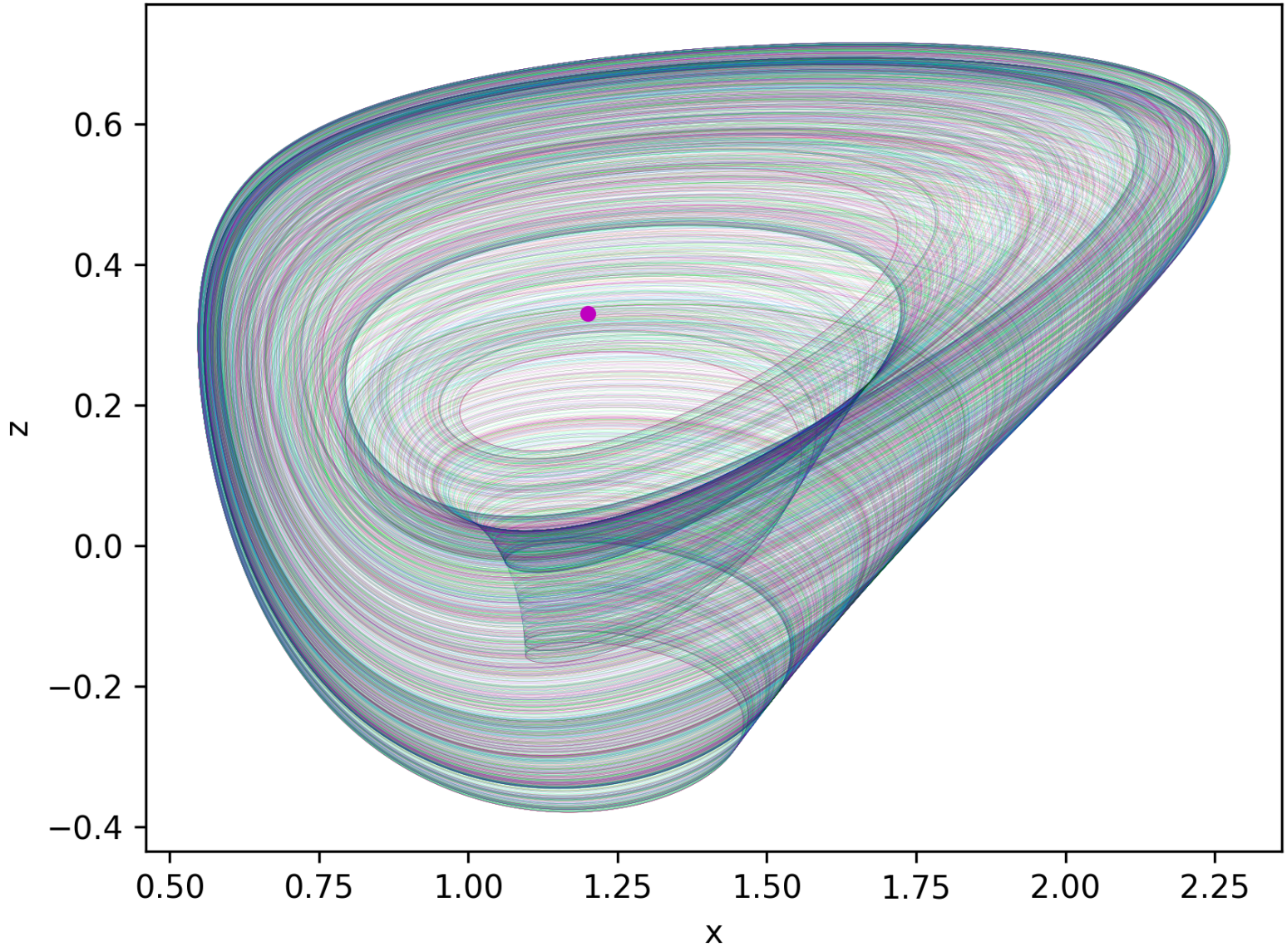
(32.2): a=0.642, b=-2.58, d=-2.25, e=1.63, f=0.27, End=(1.31117, 1.60277, -0.17217)
StSt=(1.2, 1.847, 0.331) Time=4000 Step=0.004 Start=2000

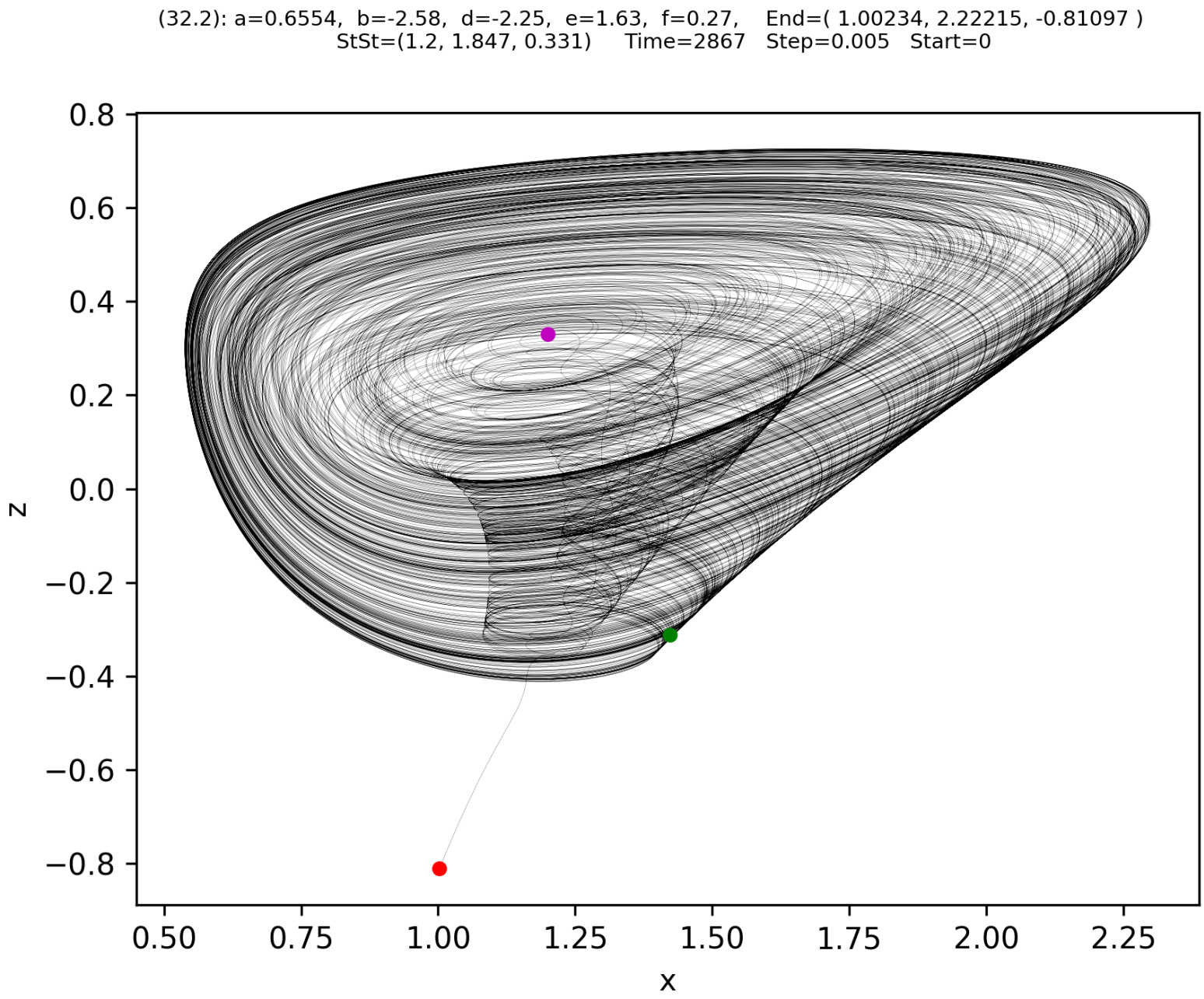


(32.2): a=0.644, b=-2.58, d=-2.25, e=1.63, f=0.27,   End=(1.20827, 2.15335, 0.36507)
StSt=(1.2, 1.847, 0.331)   Time=2000   Step=0.004   Start=2000

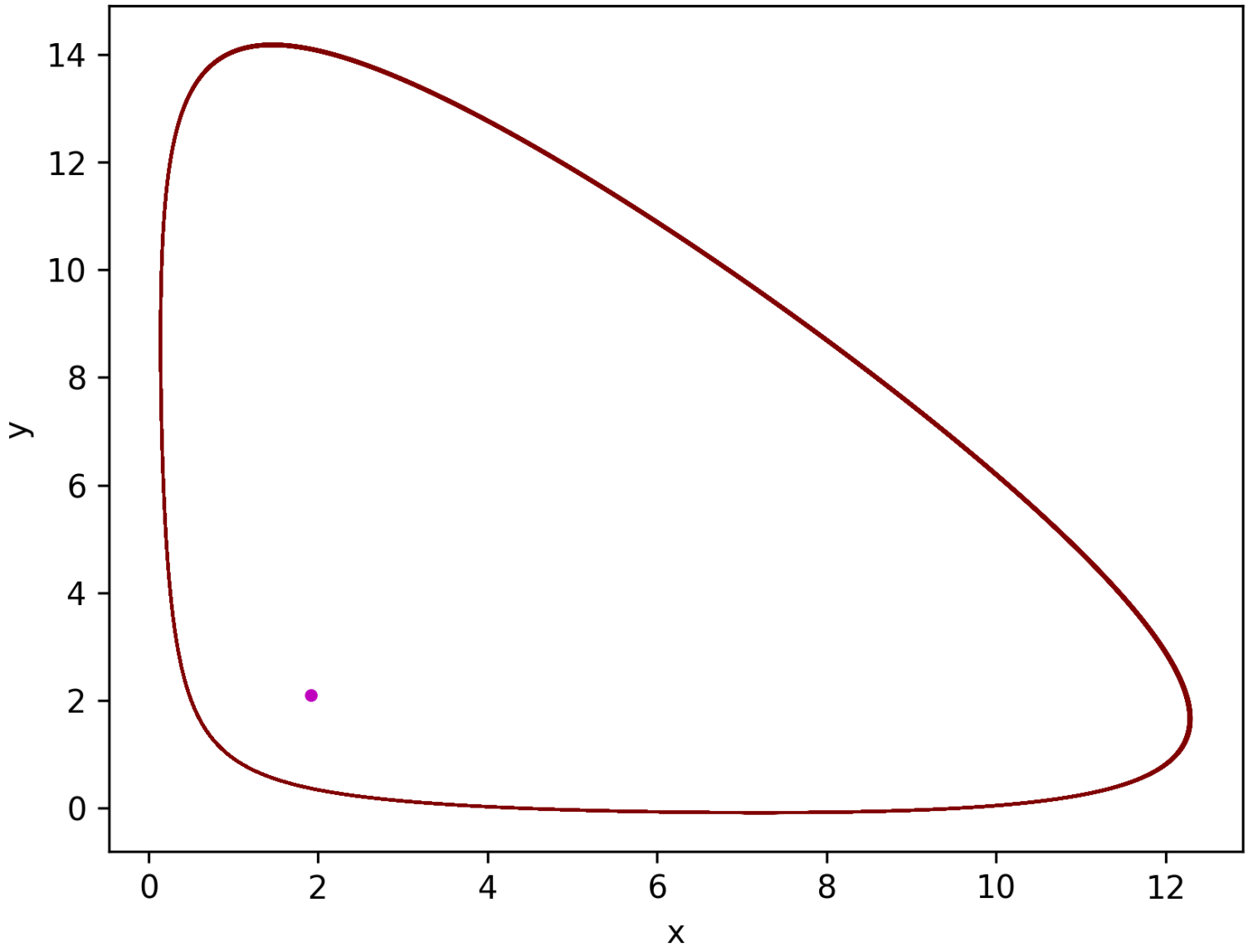


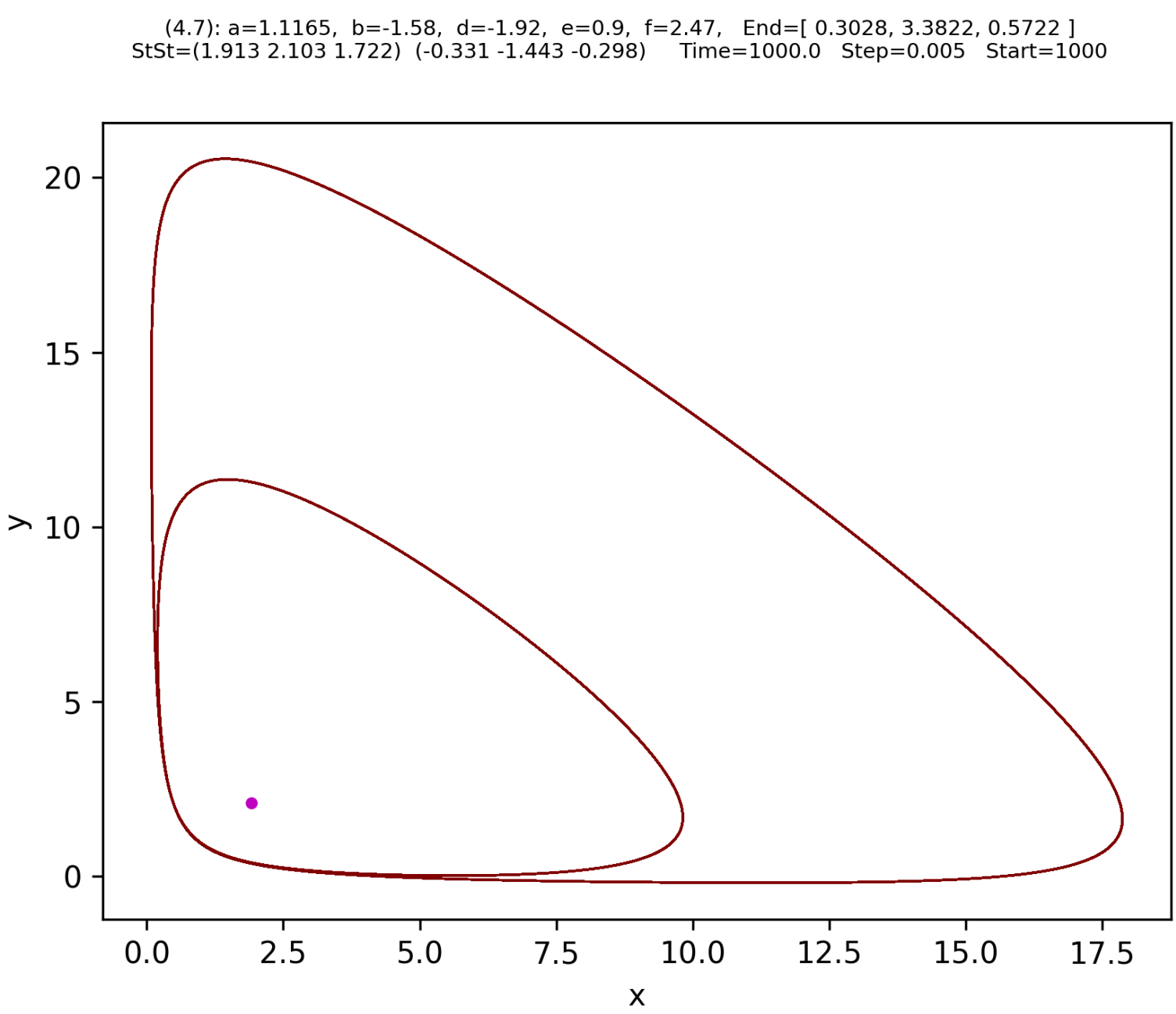
(32.2): a=0.653, b=-2.58, d=-2.25, e=1.63, f=0.27,   End=(0.80031, 2.29571, 0.26955)
StSt=(1.2, 1.847, 0.331)   Time=2500   Step=0.004   Start=2000

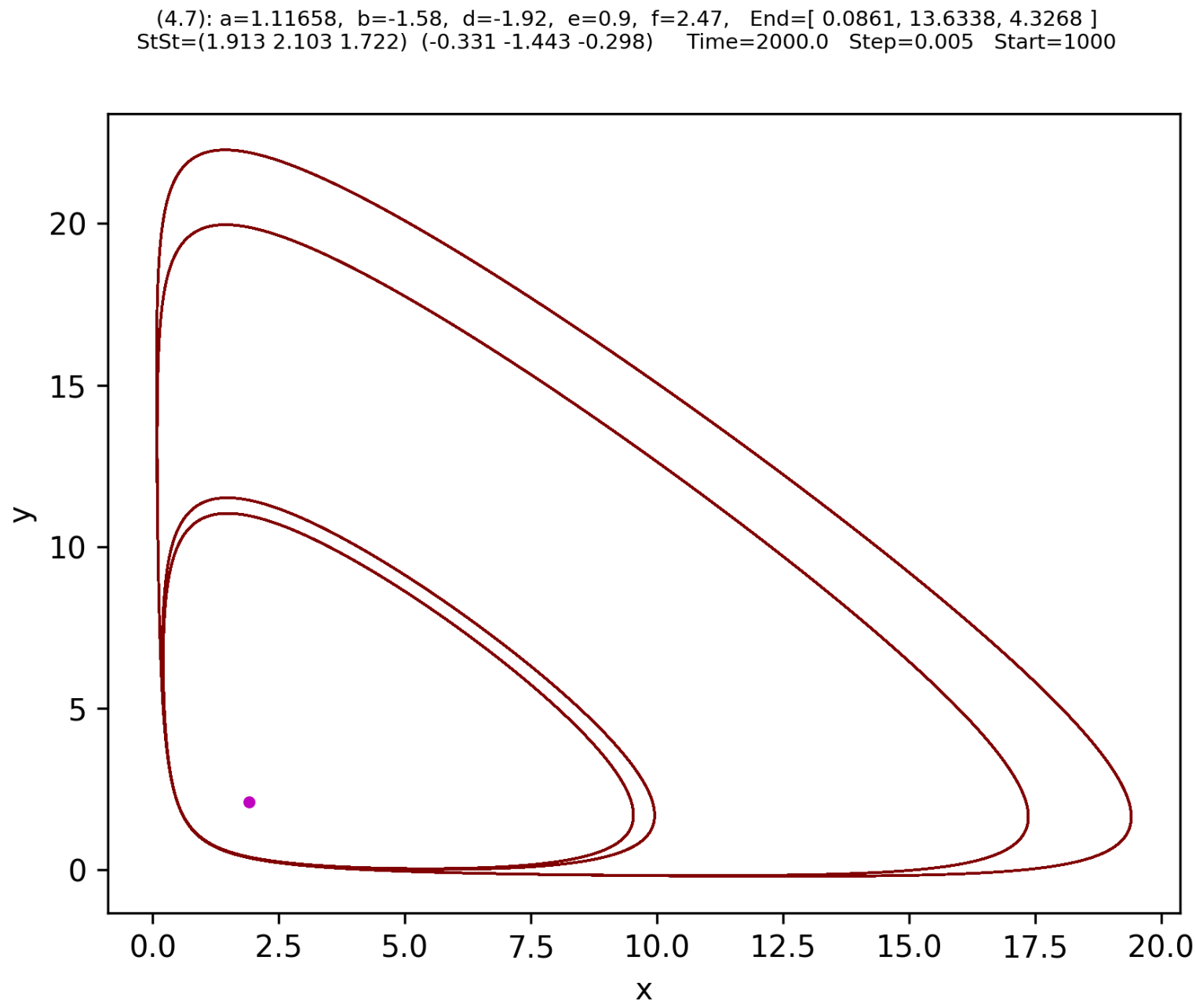


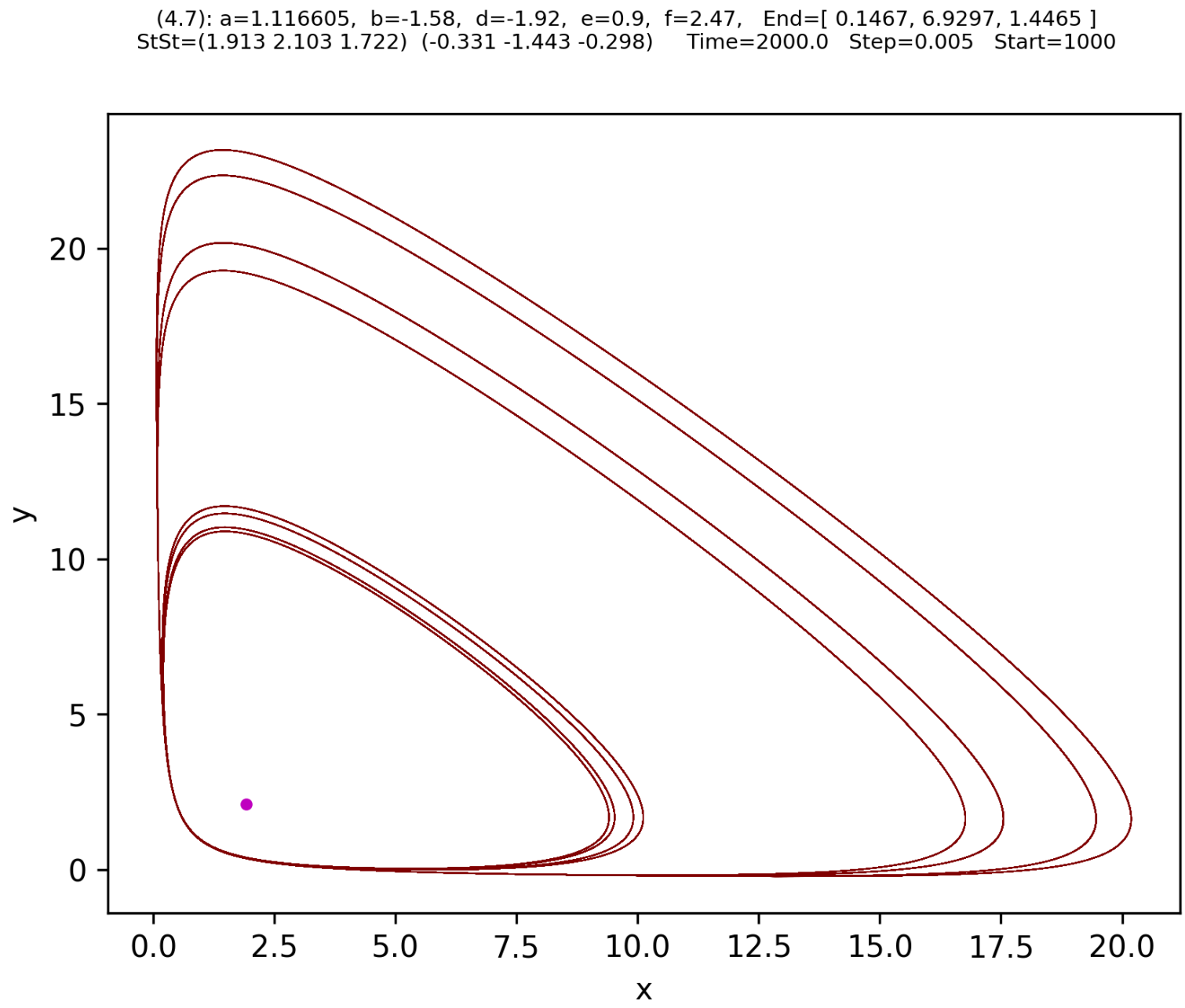

(32.2): a=0.6554, b=-2.58, d=-2.25, e=1.63, f=0.27, End=(1.00234, 2.22215, -0.81097)
StSt=(1.2, 1.847, 0.331) Time=2867 Step=0.005 Start=0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
−0.2
−0.4
−0.6
−0.8
z
0.50
0.75
1.00
1.25
1.50
1.75
2.00
2.25
x

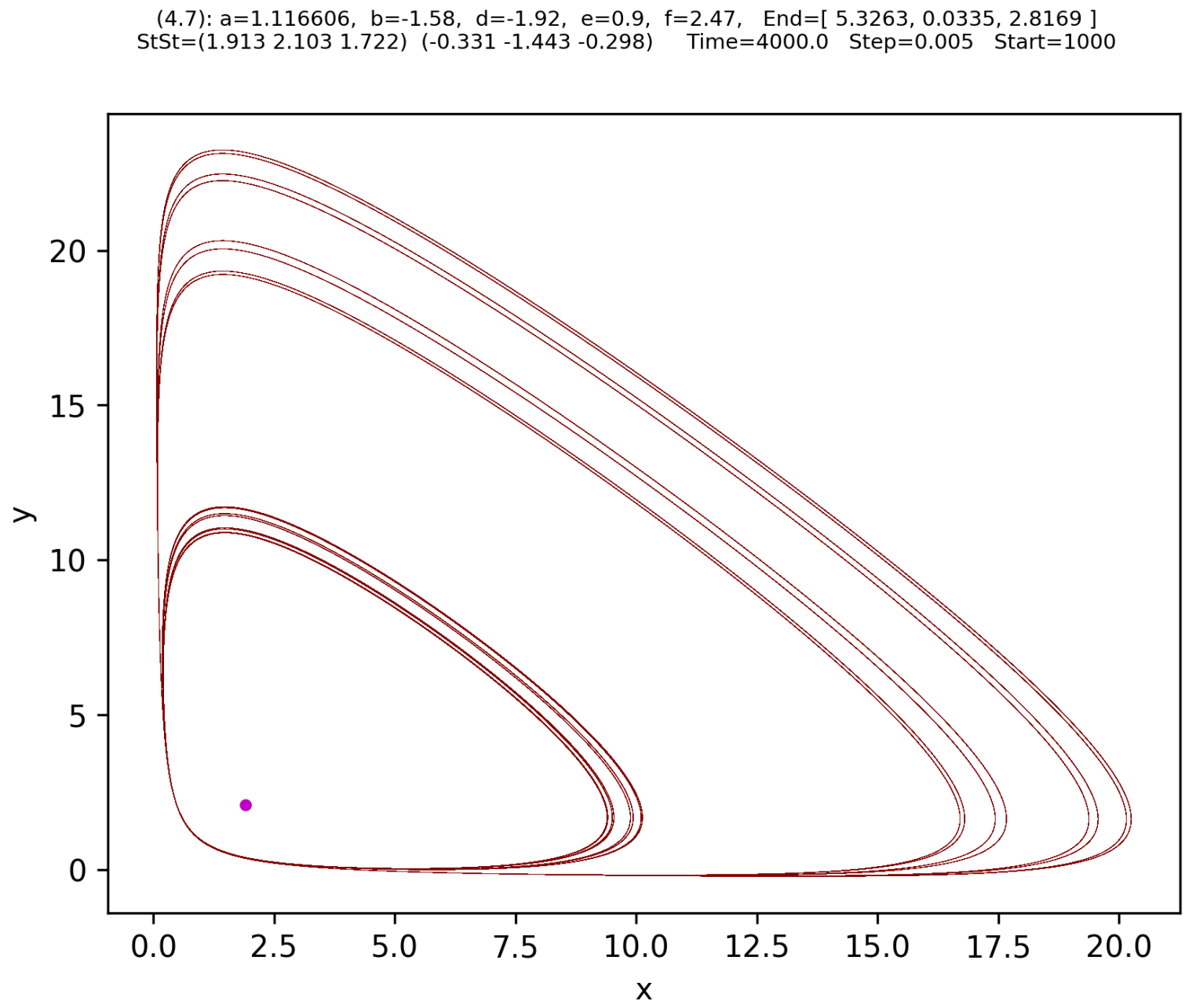
(4.7): a=1.116, b=-1.58, d=-1.92, e=0.9, f=2.47,   End=[3.4974, 0.0714, 1.8547]
StSt=(1.913 2.103 1.722) (-0.331 -1.443 -0.298)   Time=1000.0   Step=0.005   Start=1000



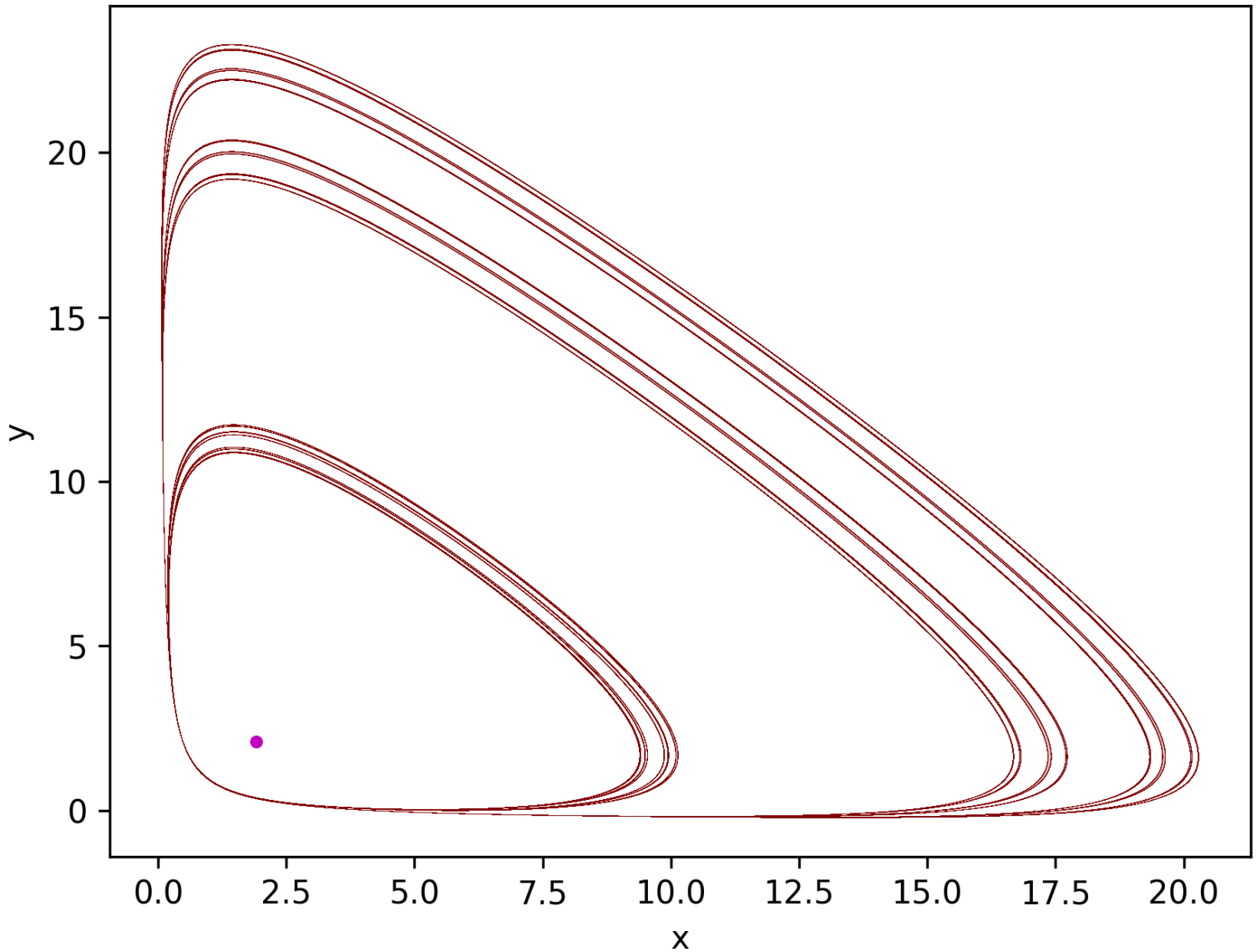

(4.7): a=1.1165, b=-1.58, d=-1.92, e=0.9, f=2.47, End=[0.3028, 3.3822, 0.5722]
StSt=(1.913 2.103 1.722) (-0.331 -1.443 -0.298) Time=1000.0 Step=0.005 Start=1000
20
15
10
5
0
y
0.0
2.5
5.0
7.5
10.0
12.5
15.0
17.5
x


(4.7): a=1.11658, b=-1.58, d=-1.92, e=0.9, f=2.47, End=[0.0861, 13.6338, 4.3268]
StSt=(1.913 2.103 1.722) (-0.331 -1.443 -0.298) Time=2000.0 Step=0.005 Start=1000
20
15
10
5
0
y
0.0
2.5
5.0
7.5
10.0
12.5
15.0
17.5
20.0
x

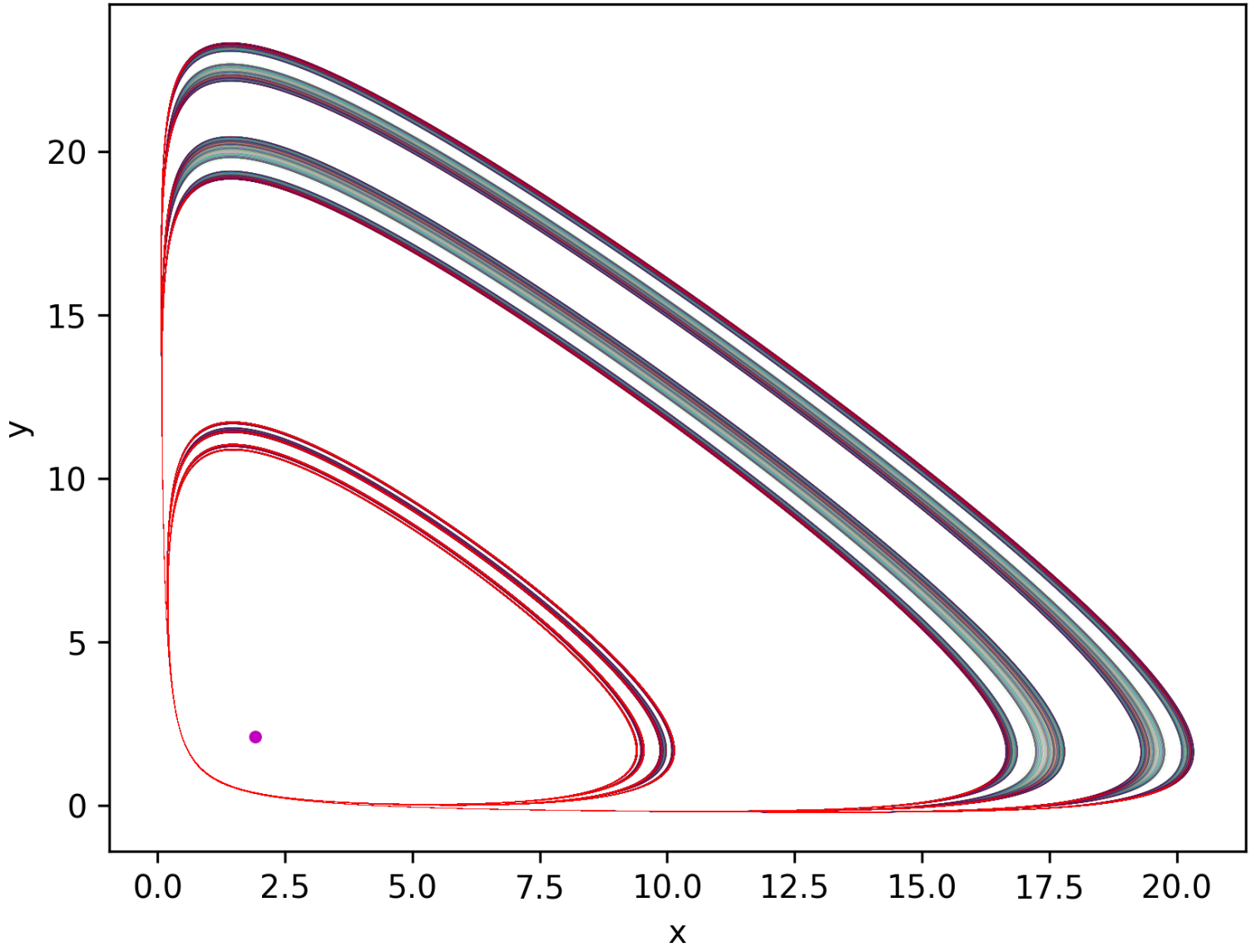

(4.7): a=1.116605, b=-1.58, d=-1.92, e=0.9, f=2.47, End=[0.1467, 6.9297, 1.4465]
StSt=(1.913 2.103 1.722) (-0.331 -1.443 -0.298) Time=2000.0 Step=0.005 Start=1000
20
15
10
5
0
y
0.0
2.5
5.0
7.5
10.0
12.5
15.0
17.5
20.0
x

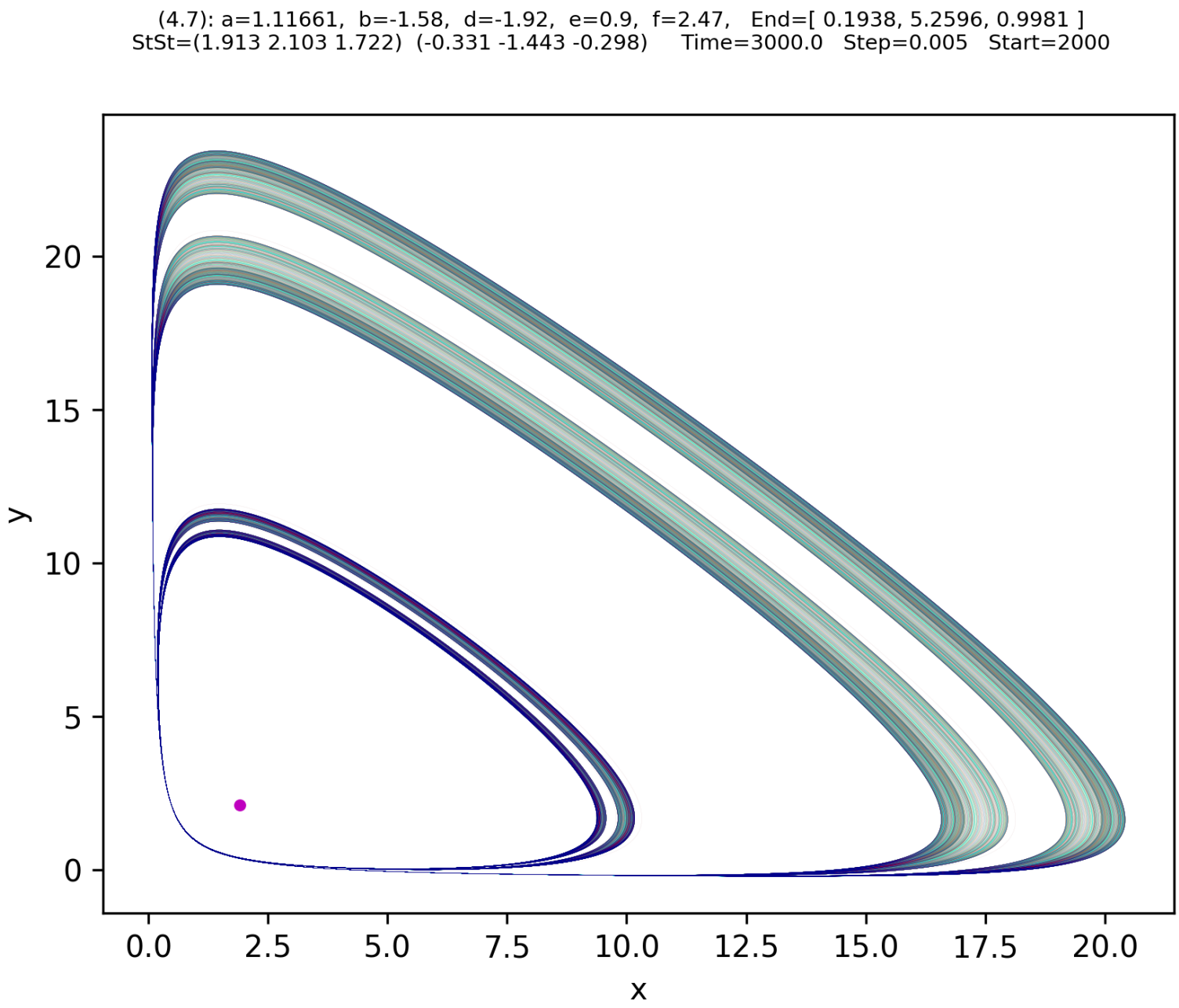

(4.7): a=1.116606, b=-1.58, d=-1.92, e=0.9, f=2.47, End=[5.3263, 0.0335, 2.8169]
StSt=(1.913 2.103 1.722) (-0.331 -1.443 -0.298) Time=4000.0 Step=0.005 Start=1000
20
15
10
5
0
y
0.0
2.5
5.0
7.5
10.0
12.5
15.0
17.5
20.0
x

(4.7): a=1.116607, b=-1.58, d=-1.92, e=0.9, f=2.47,   End=[0.6742, 1.4578, 0.5438]
StSt=(1.913 2.103 1.722) (-0.331 -1.443 -0.298)   Time=4000.0   Step=0.005   Start=2000

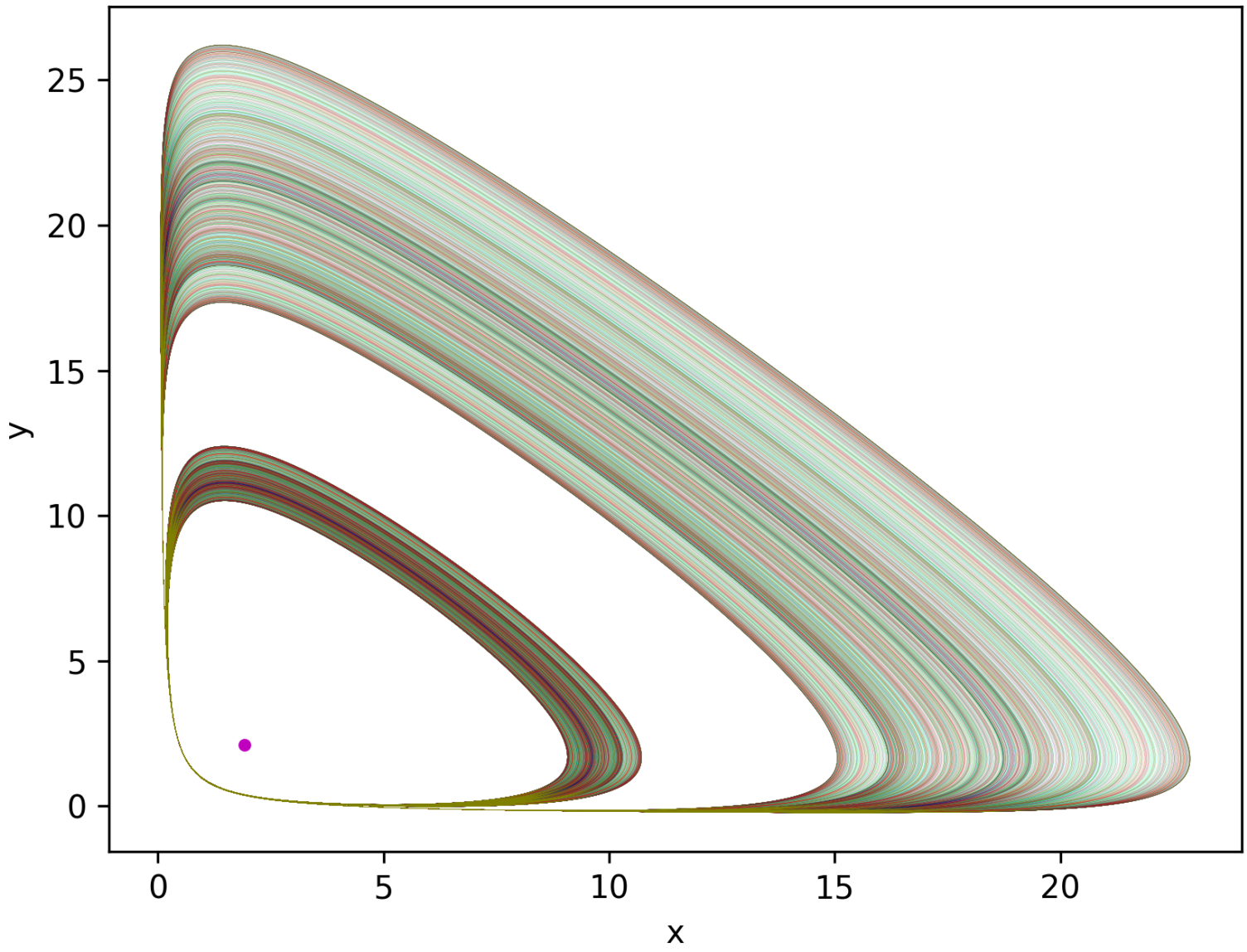


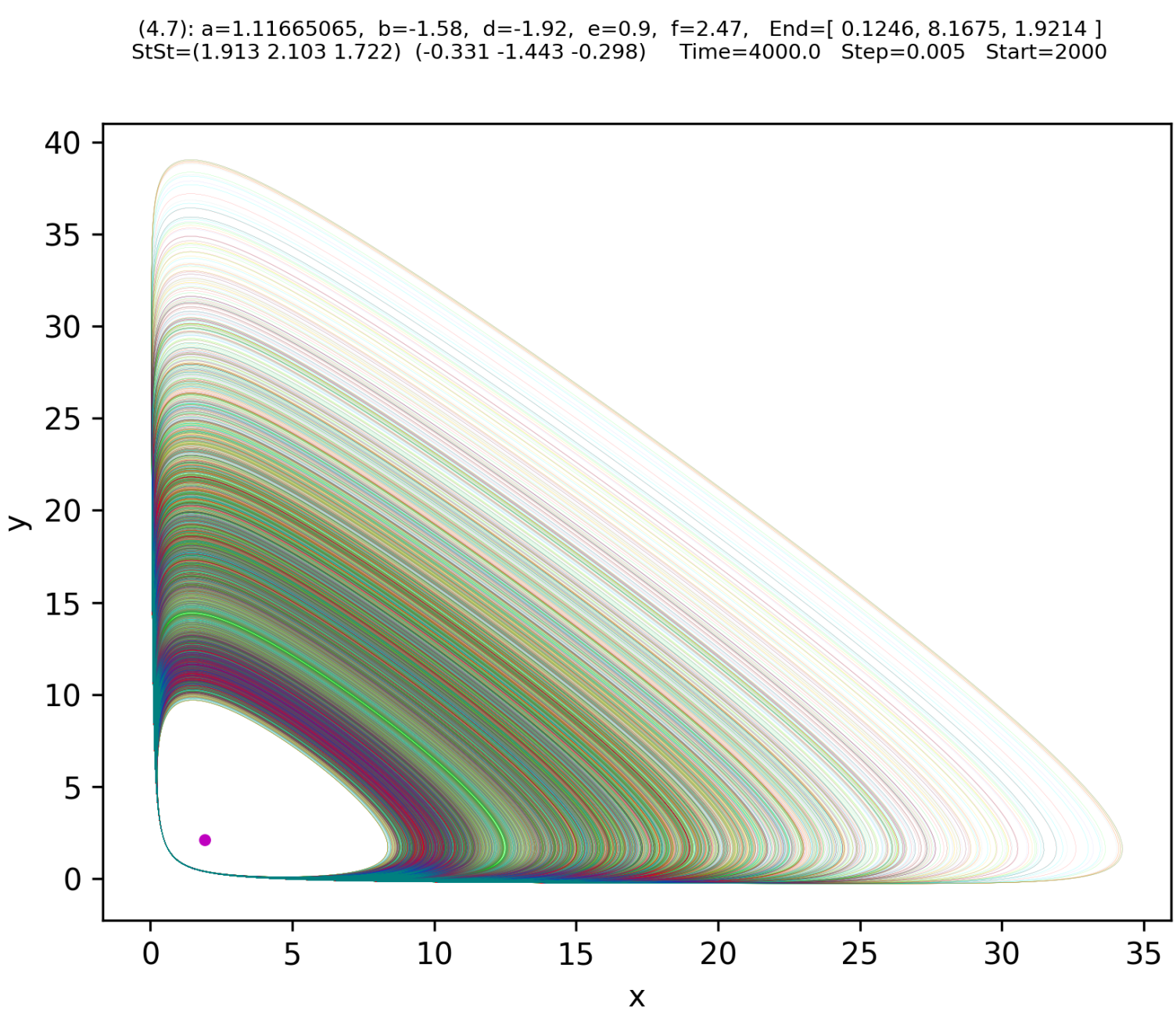
(4.7): a=1.116608, b=-1.58, d=-1.92, e=0.9, f=2.47,   End=[13.1545, -0.1213, 6.7953]
StSt=(1.913 2.103 1.722) (-0.331 -1.443 -0.298)   Time=3000.0   Step=0.005   Start=2000

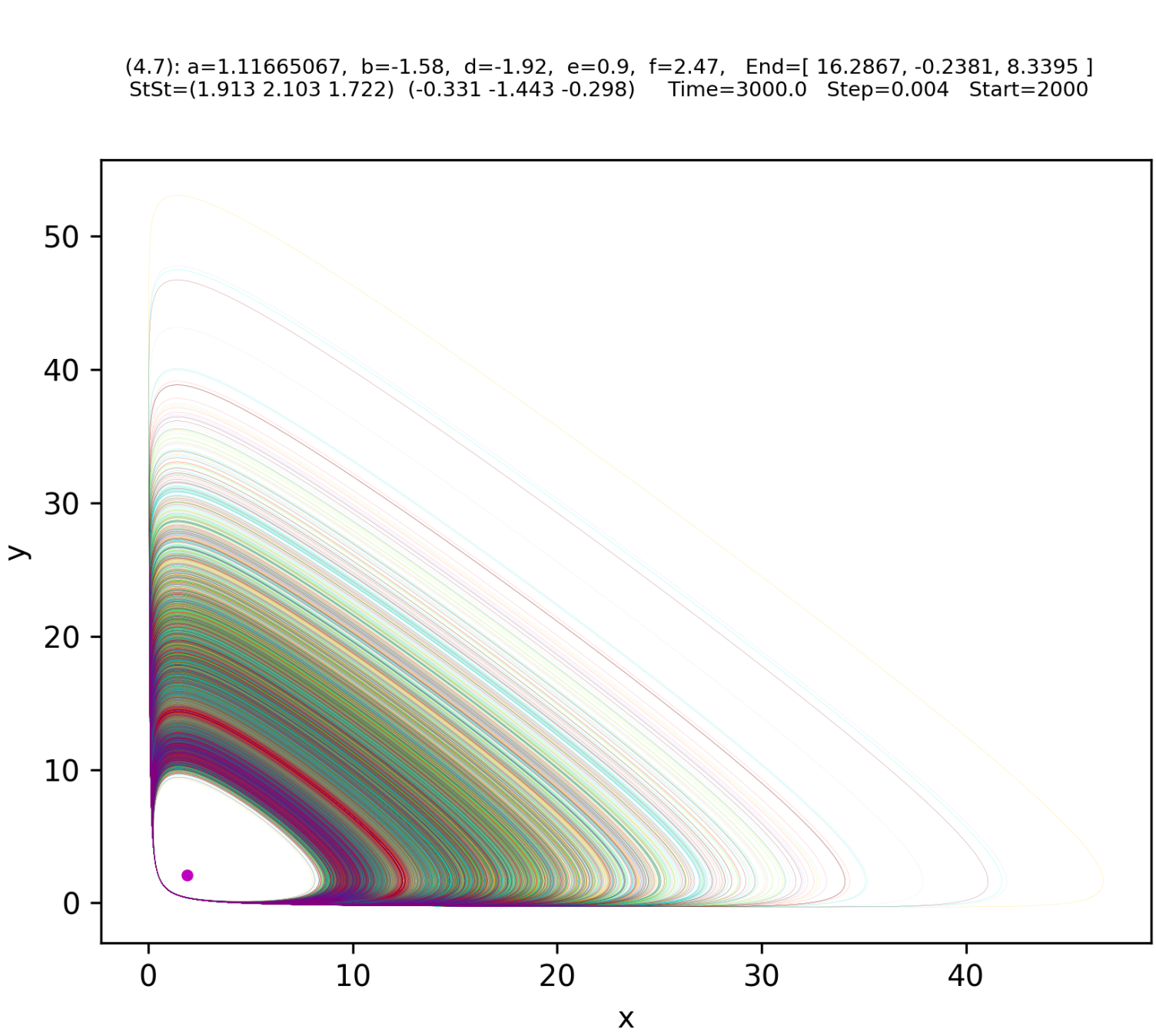



(4.7): a=1.11661, b=-1.58, d=-1.92, e=0.9, f=2.47, End=[0.1938, 5.2596, 0.9981]
StSt=(1.913 2.103 1.722) (-0.331 -1.443 -0.298) Time=3000.0 Step=0.005 Start=2000
y
x
0
5
10
15
20
0.0
2.5
5.0
7.5
10.0
12.5
15.0
17.5
20.0

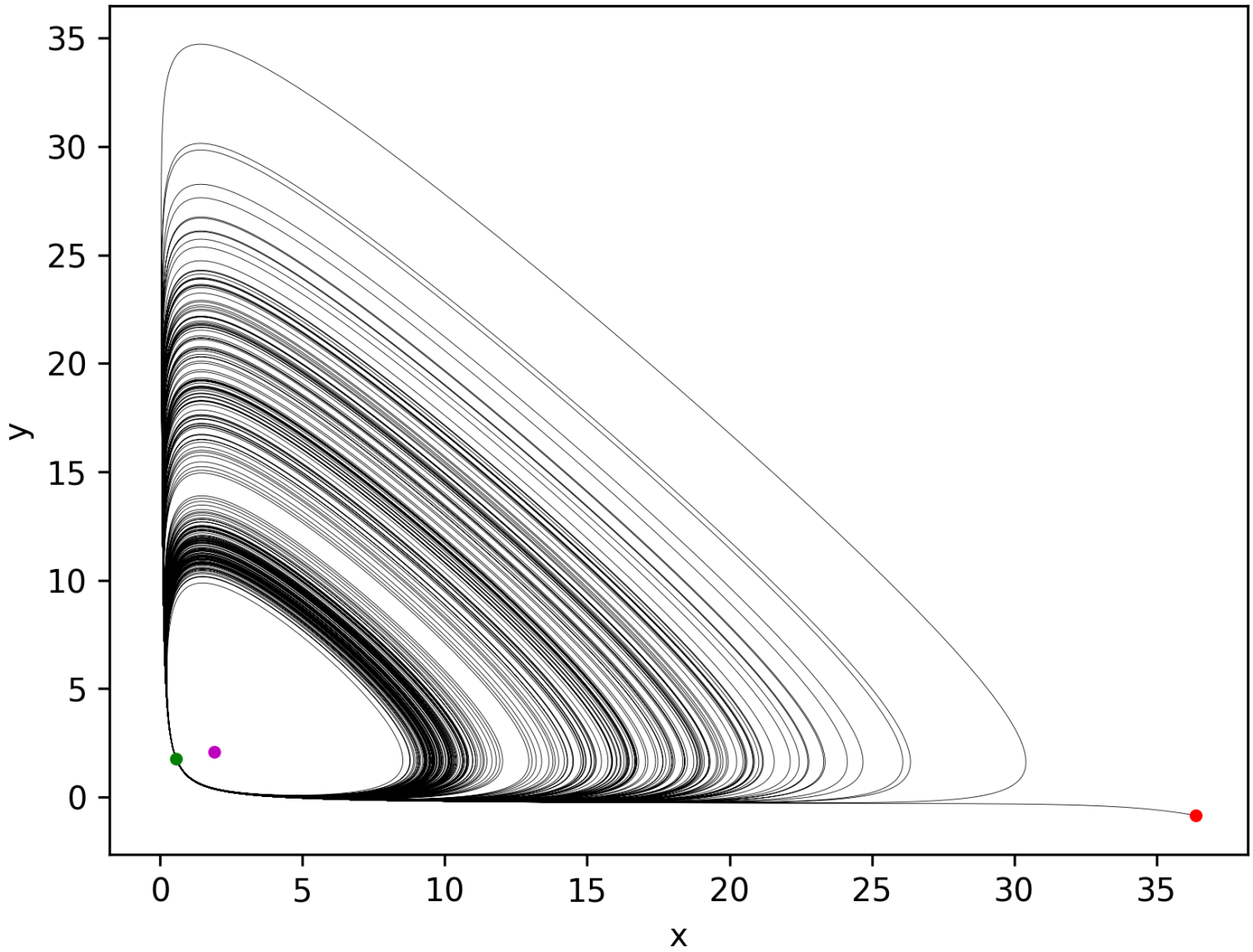
(4.7): a=1.11664, b=-1.58, d=-1.92, e=0.9, f=2.47,   End=[2.1786, 0.2838, 1.1936]
StSt=(1.913 2.103 1.722) (-0.331 -1.443 -0.298)   Time=3000.0   Step=0.005   Start=2000



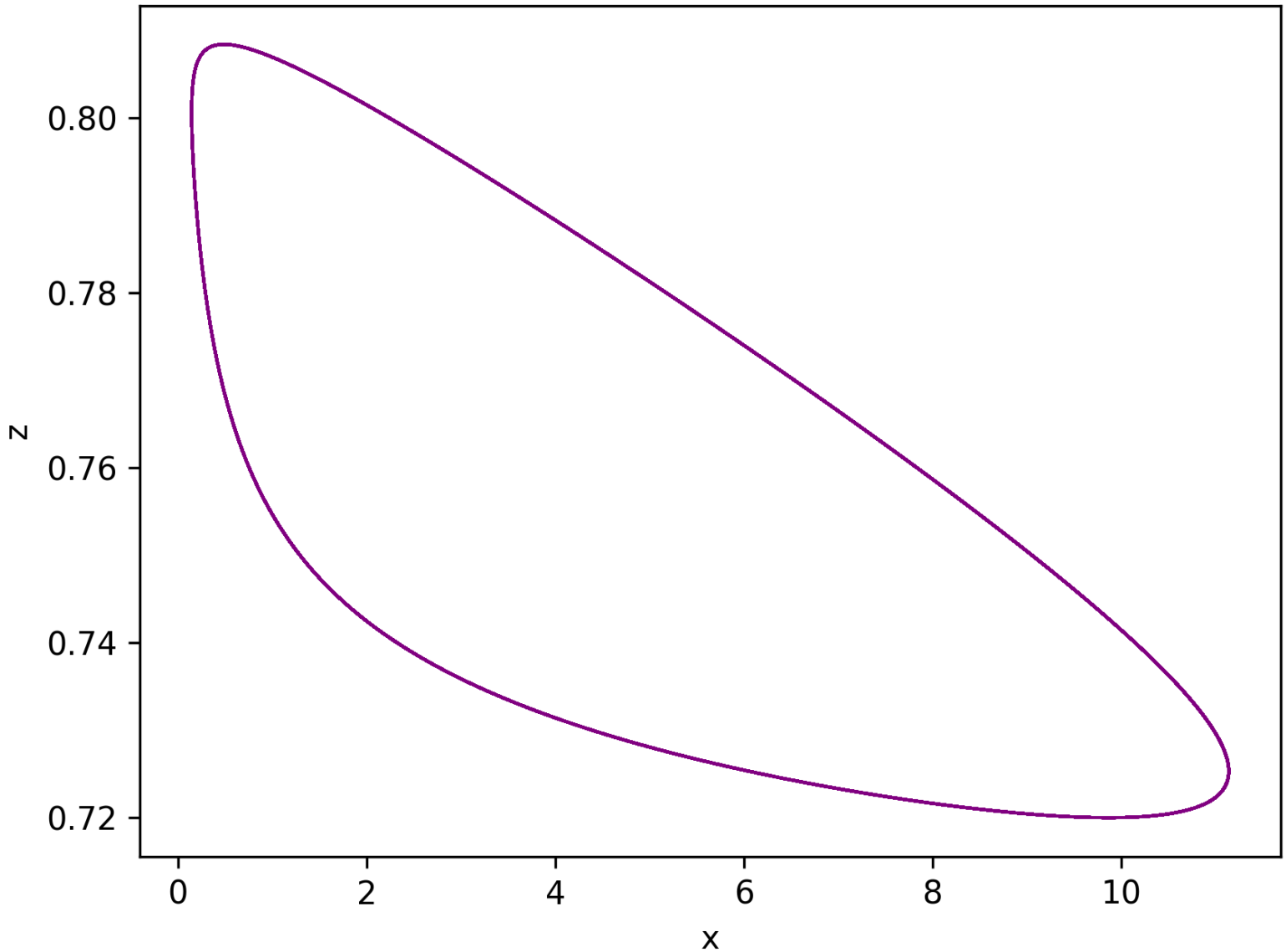

(4.7): a=1.11665065, b=-1.58, d=-1.92, e=0.9, f=2.47, End=[0.1246, 8.1675, 1.9214]
StSt=(1.913 2.103 1.722) (-0.331 -1.443 -0.298) Time=4000.0 Step=0.005 Start=2000
40
35
30
25
20
15
10
5
0
y
0
5
10
15
20
25
30
35
x


(4.7): a=1.11665067, b=-1.58, d=-1.92, e=0.9, f=2.47, End=[16.2867, -0.2381, 8.3395]
StSt=(1.913 2.103 1.722) (-0.331 -1.443 -0.298) Time=3000.0 Step=0.004 Start=2000
50
40
30
20
10
0
y
0
10
20
30
40
x

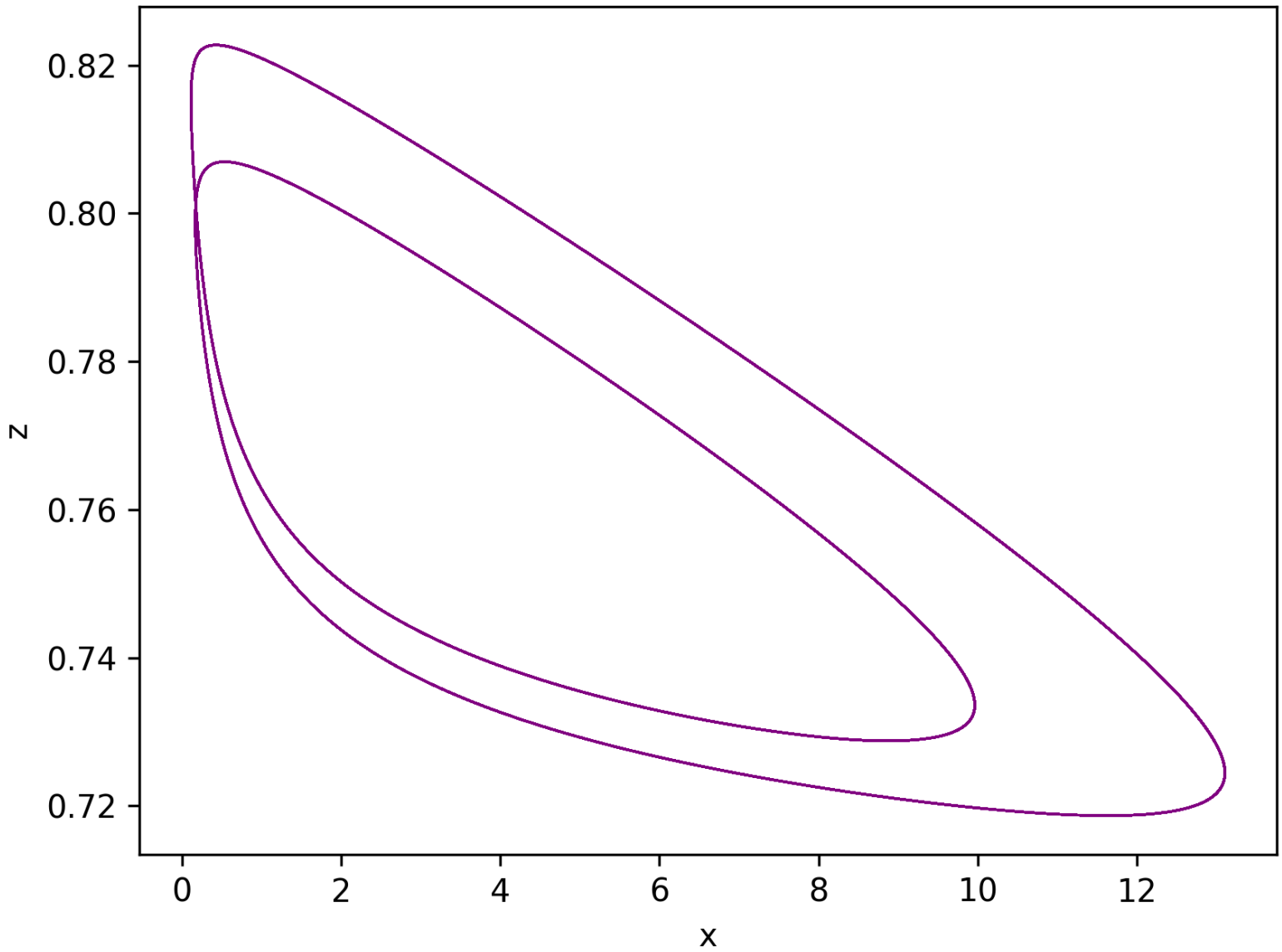
(4.7): a=1.11665069, b=-1.58, d=-1.92, e=0.9, f=2.47,   End=[36.3835, -0.8506, 18.2482]
StSt=(1.913 2.103 1.722) (-0.331 -1.443 -0.298)   Time=758.0   Step=0.004   Start=0



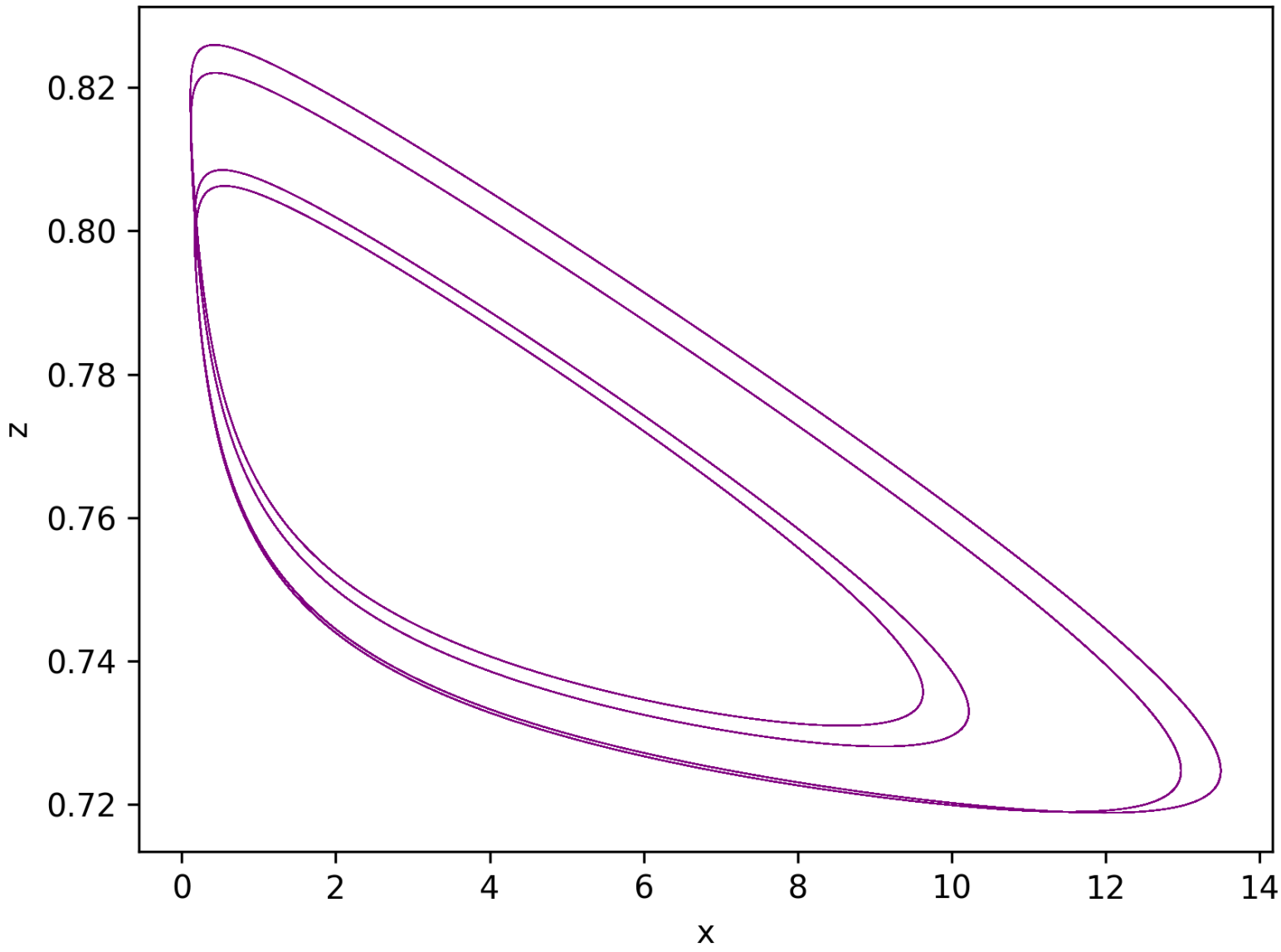
(53.6): a=1.161, b=-1.61, d=-1.72, e=0.11, f=0.06   End=[0.37162, 11.8632, 0.8082]
StSt=(1.794, 2.168, 0.654) (-0.346, -1.278, 0.221)   Time=1000.0   Step=0.01   Start=1000



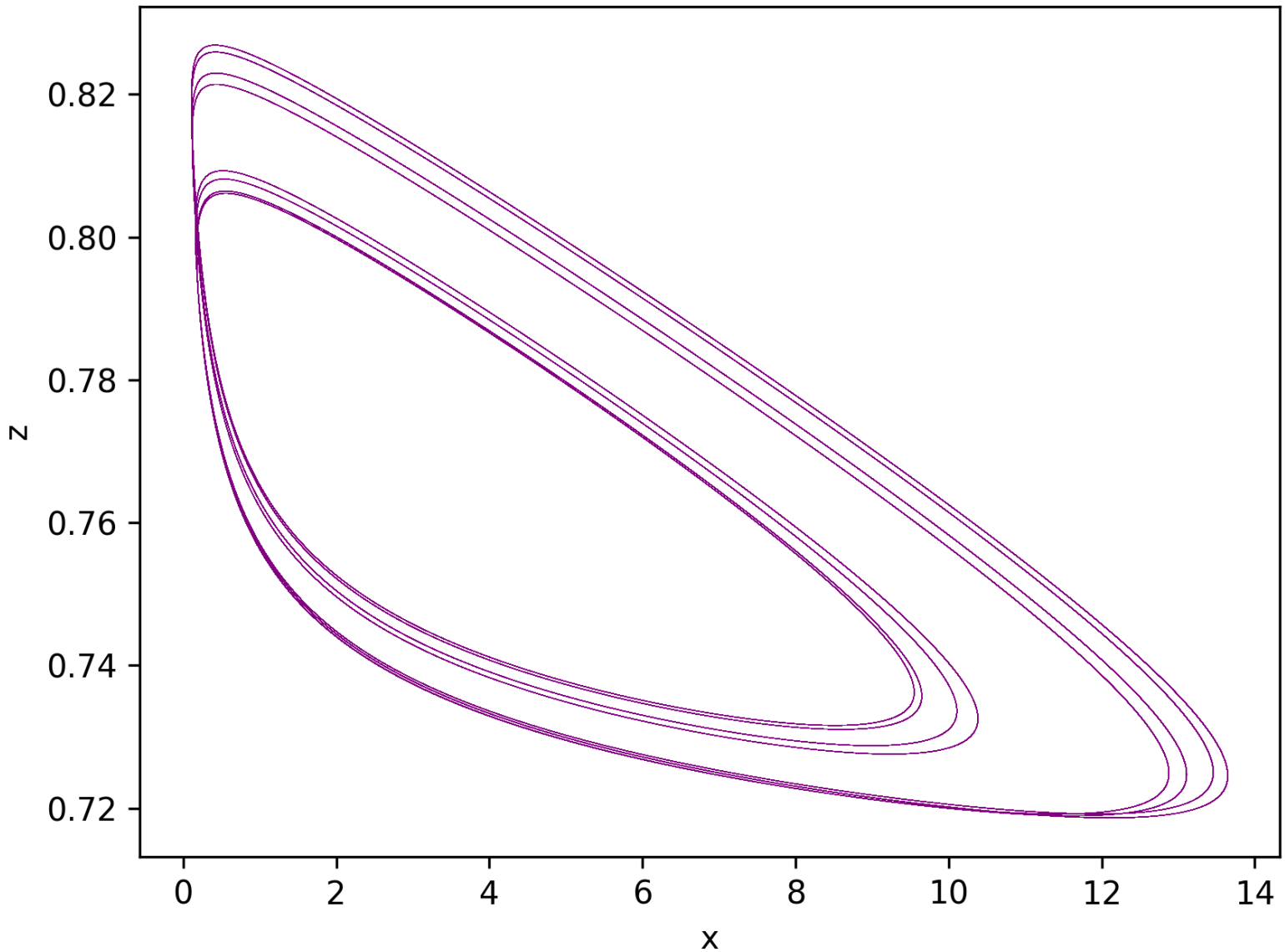
(53.6): a=1.1655, b=-1.61, d=-1.72, e=0.11, f=0.06 End=[0.16822, 7.58021, 0.79886]
StSt=(1.794, 2.168, 0.654) (-0.346, -1.278, 0.221) Time=1000.0 Step=0.01 Start=1000



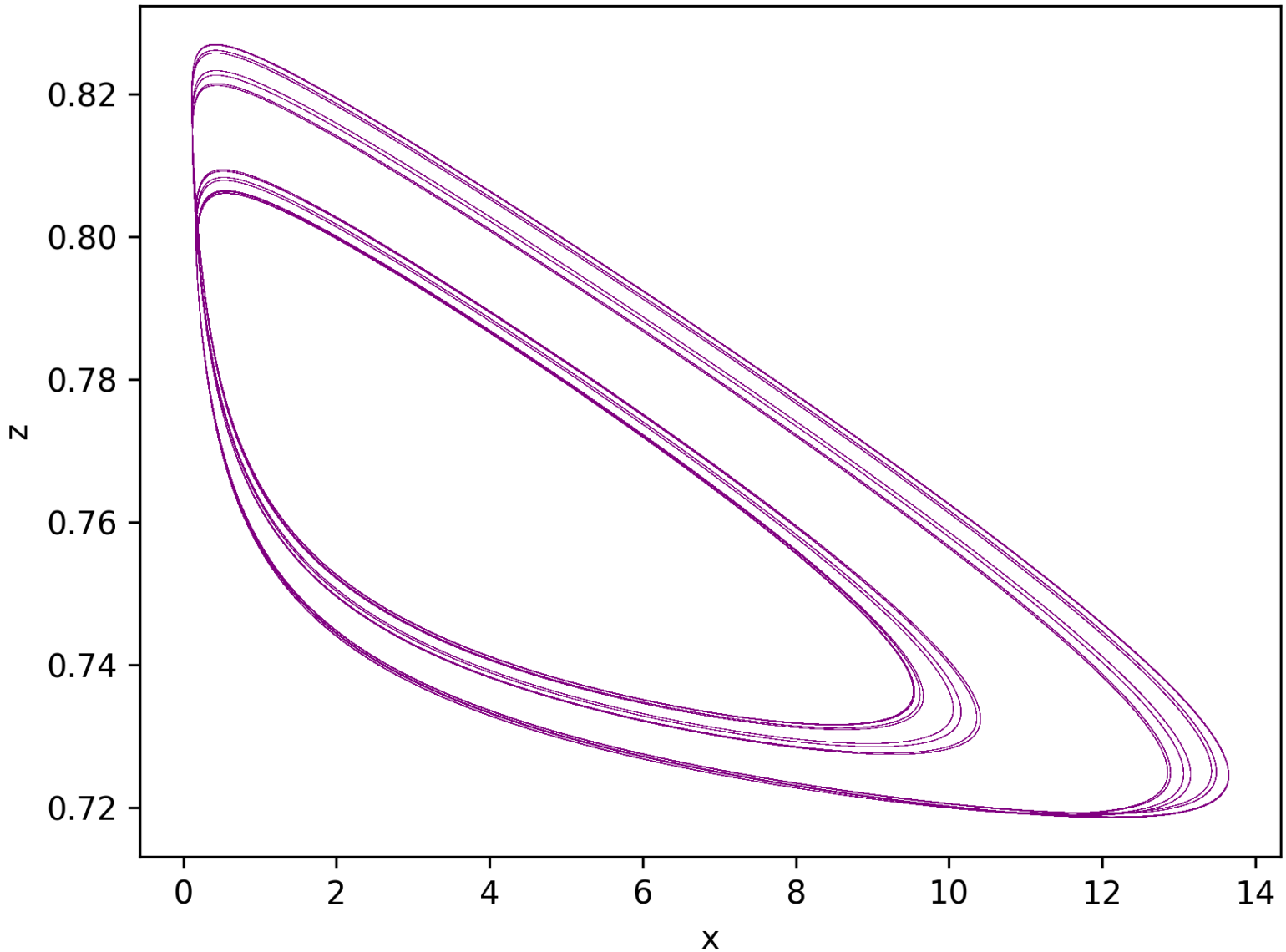
(53.6): a=1.1661, b=-1.61, d=-1.72, e=0.11, f=0.06   End=[0.31671, 3.48047, 0.78032]
StSt=(1.794, 2.168, 0.654) (-0.346, -1.278, 0.221)   Time=2000.0   Step=0.01   Start=1000

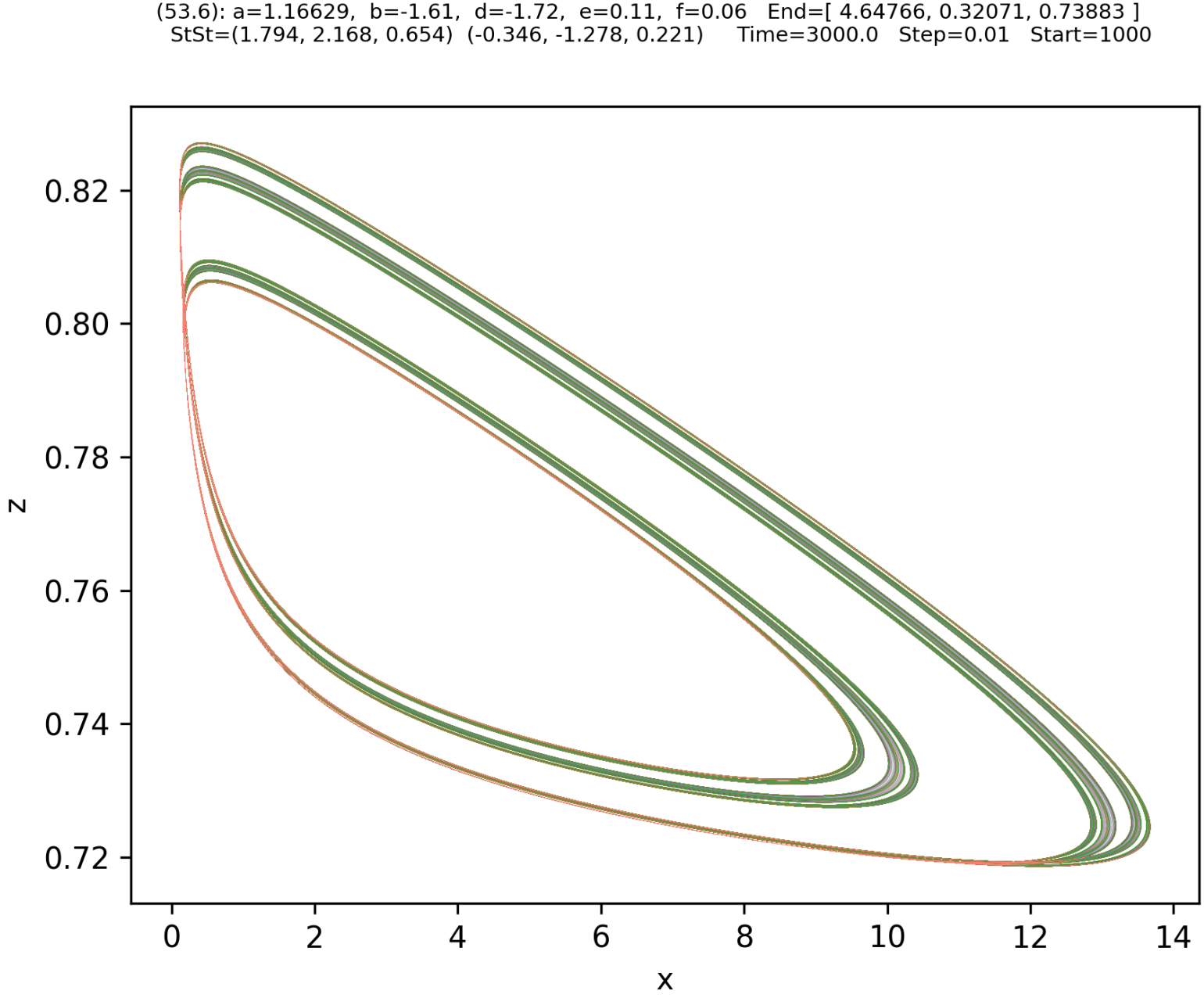


(53.6): a=1.16625, b=-1.61, d=-1.72, e=0.11, f=0.06   End=[8.92042, 0.2017, 0.72132]
StSt=(1.794, 2.168, 0.654) (-0.346, -1.278, 0.221)   Time=4000.0   Step=0.01   Start=40000

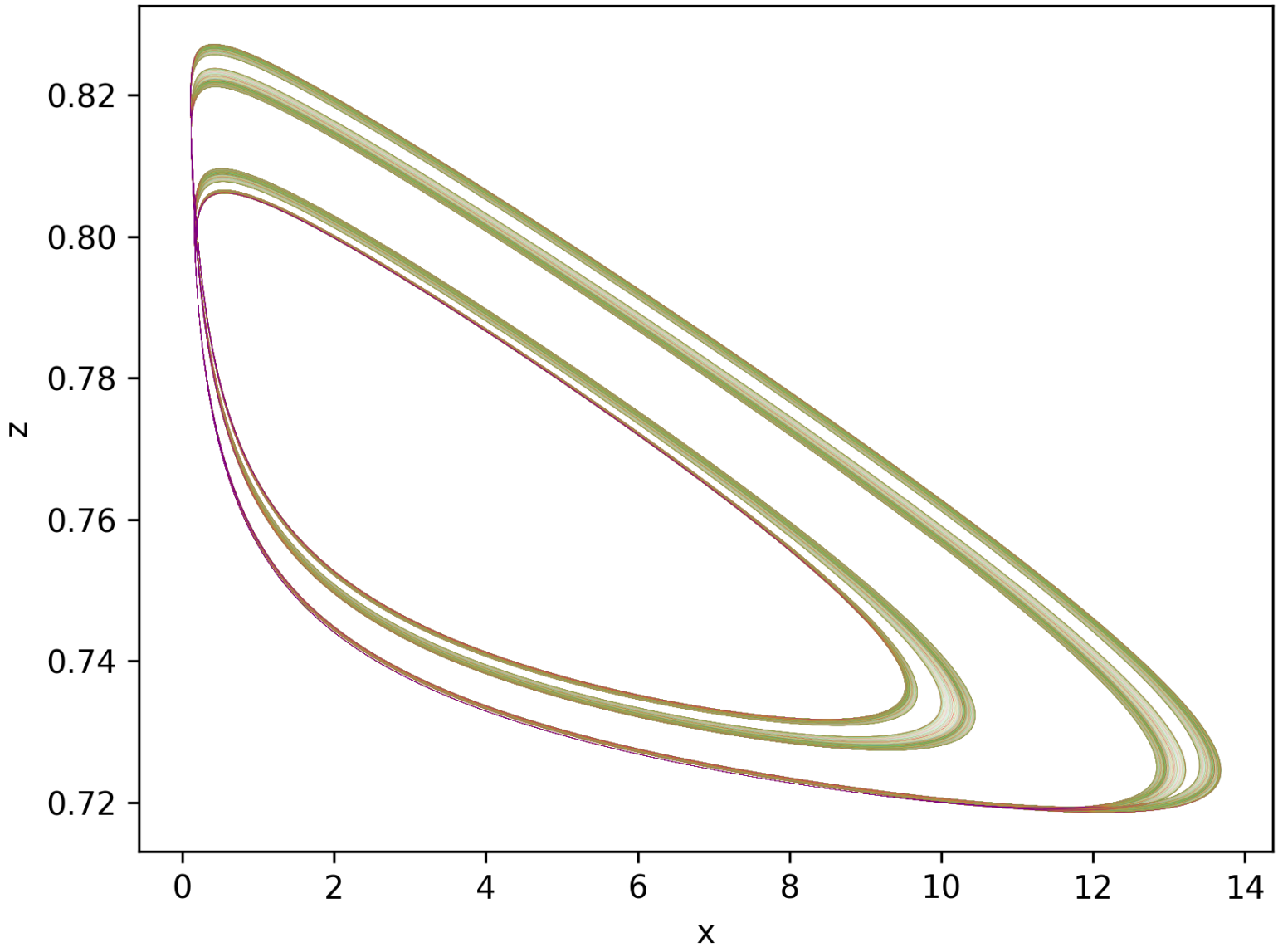


(53.6): a=1.16627, b=-1.61, d=-1.72, e=0.11, f=0.06   End=[6.46474, 0.21947, 0.72576]
StSt=(1.794, 2.168, 0.654) (-0.346, -1.278, 0.221)   Time=4000.0   Step=0.01   Start=1000

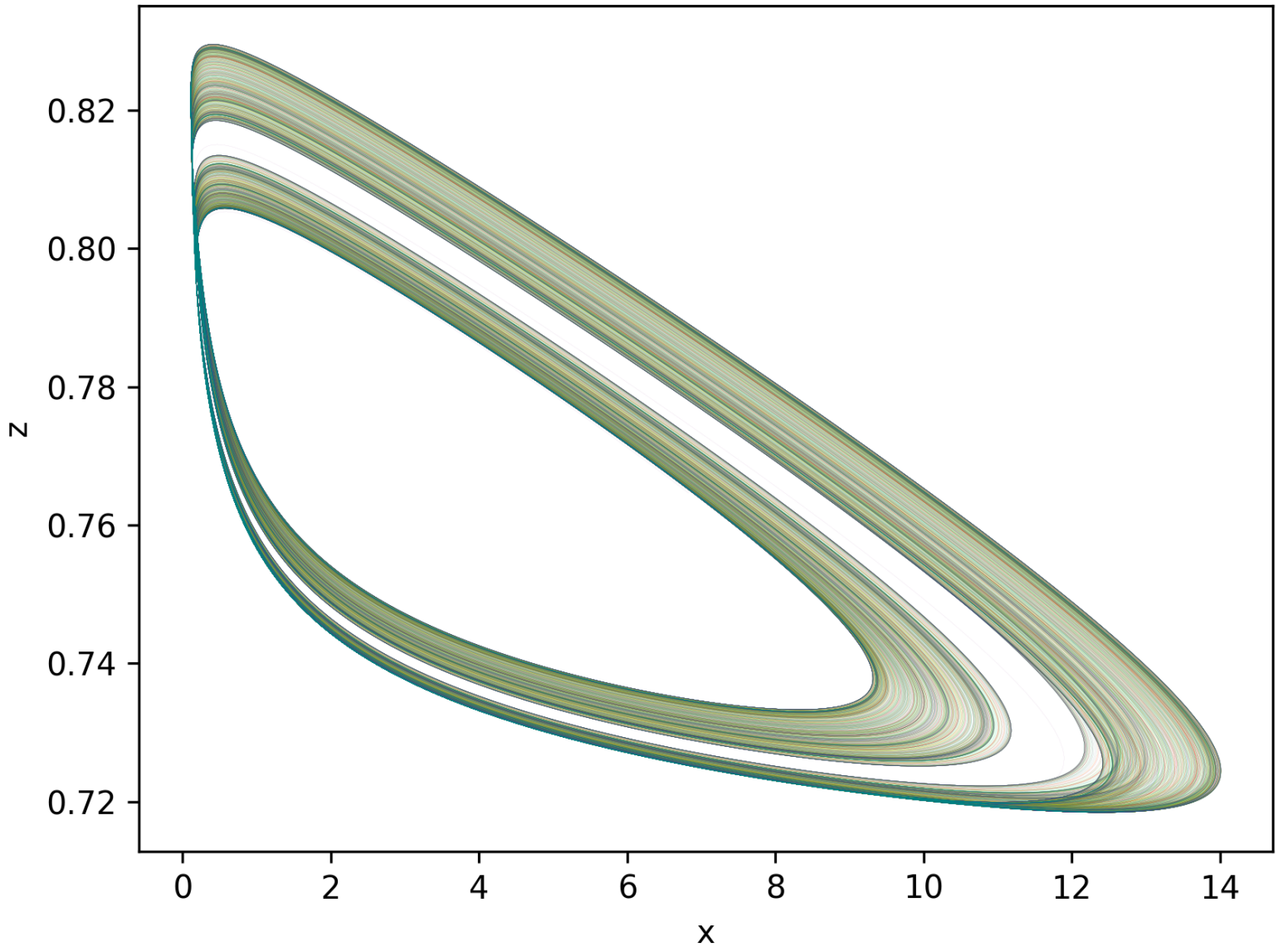



(53.6): a=1.16629, b=-1.61, d=-1.72, e=0.11, f=0.06 End=[4.64766, 0.32071, 0.73883]
StSt=(1.794, 2.168, 0.654) (-0.346, -1.278, 0.221) Time=3000.0 Step=0.01 Start=1000
0.82
0.80
0.78
0.76
0.74
0.72
z
0
2
4
6
8
10
12
14
x

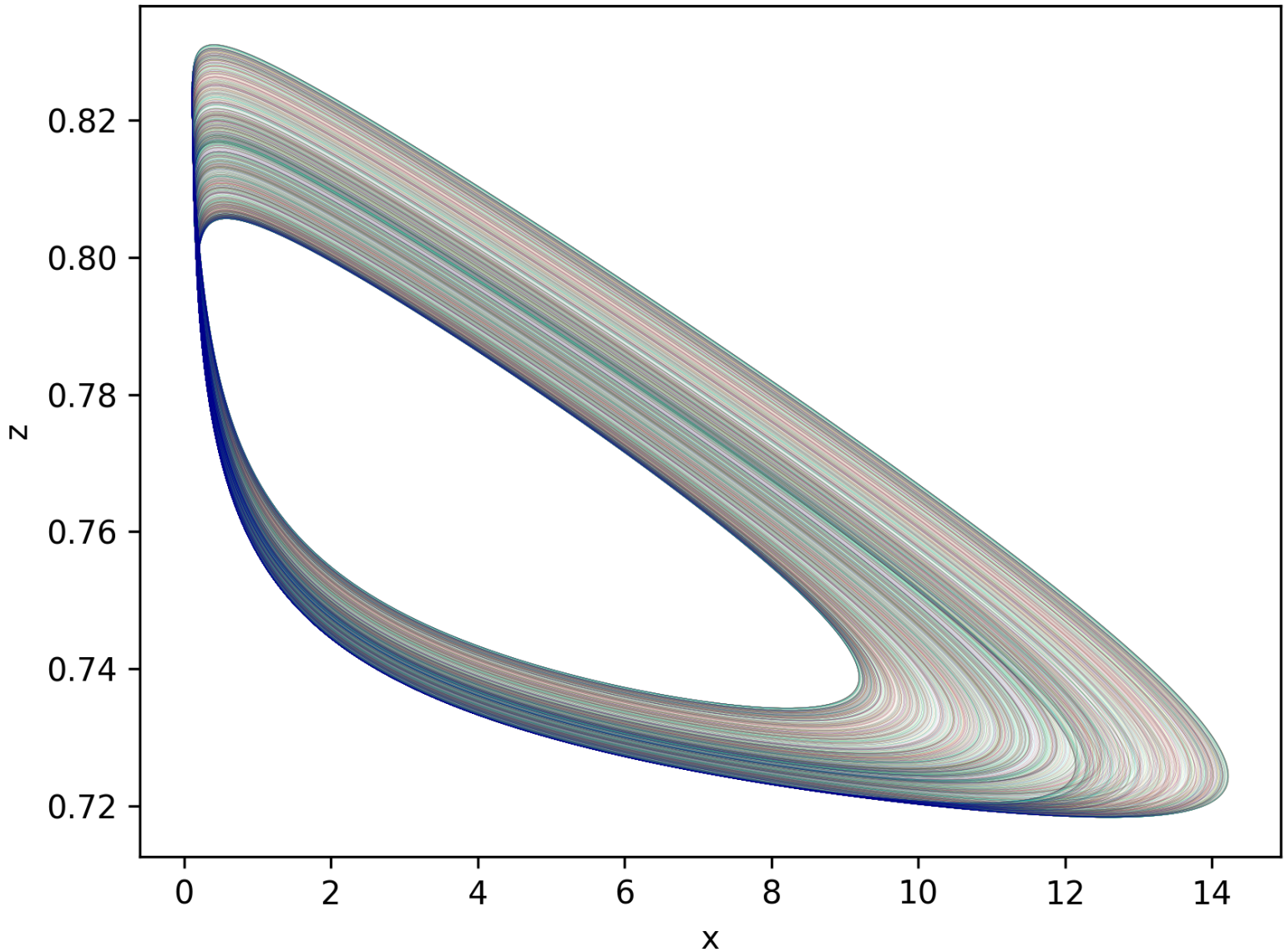
(53.6): a=1.1663, b=-1.61, d=-1.72, e=0.11, f=0.06   End=[0.83049, 1.40959, 0.76047]
StSt=(1.794, 2.168, 0.654) (-0.346, -1.278, 0.221)   Time=2000.0   Step=0.01   Start=1000



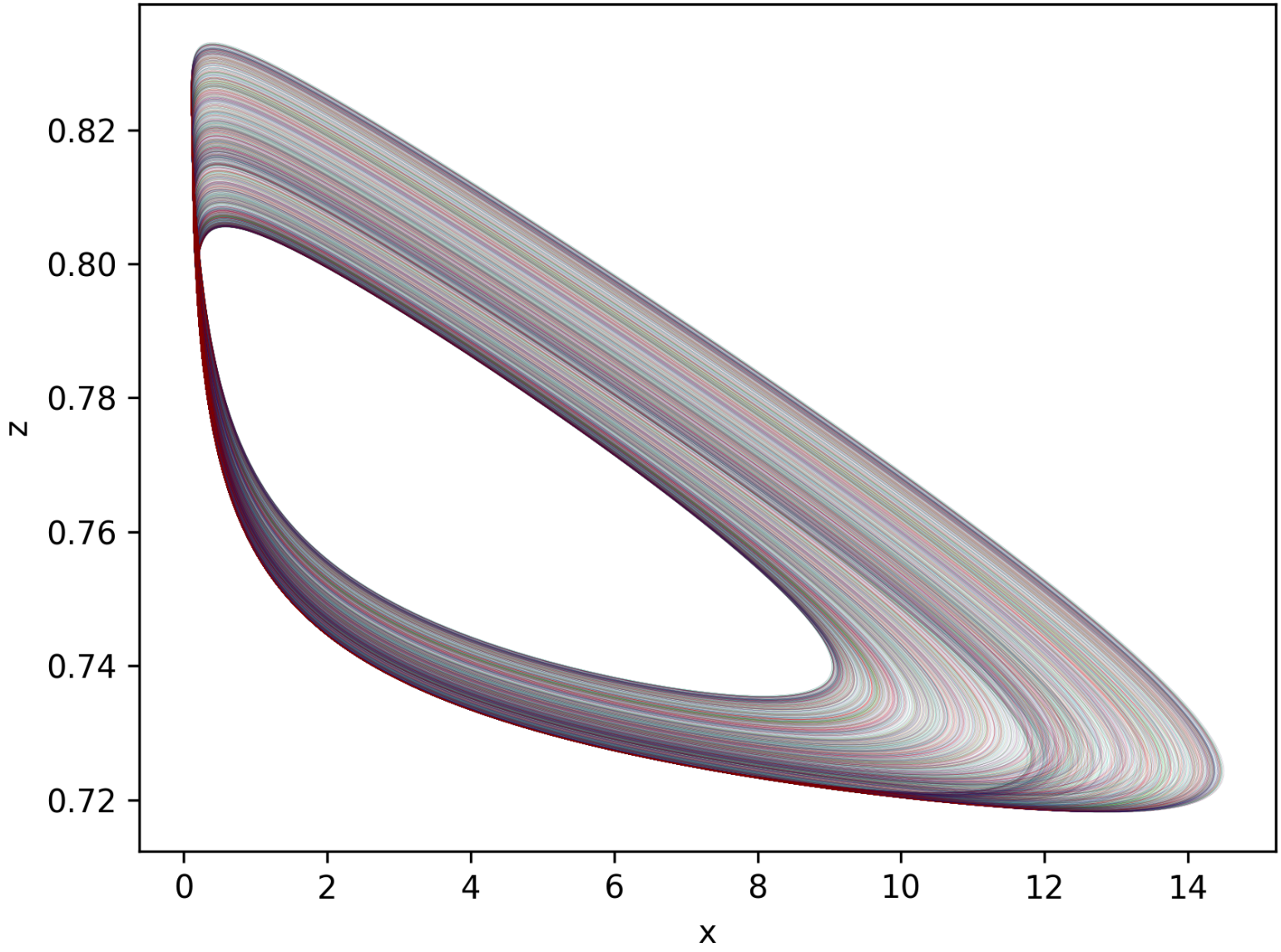
(53.6): a=1.1666, b=-1.61, d=-1.72, e=0.11, f=0.06   End=[0.54839, 2.07005, 0.77458]
StSt=(1.794, 2.168, 0.654) (-0.346, -1.278, 0.221)   Time=2000.0   Step=0.01   Start=1000



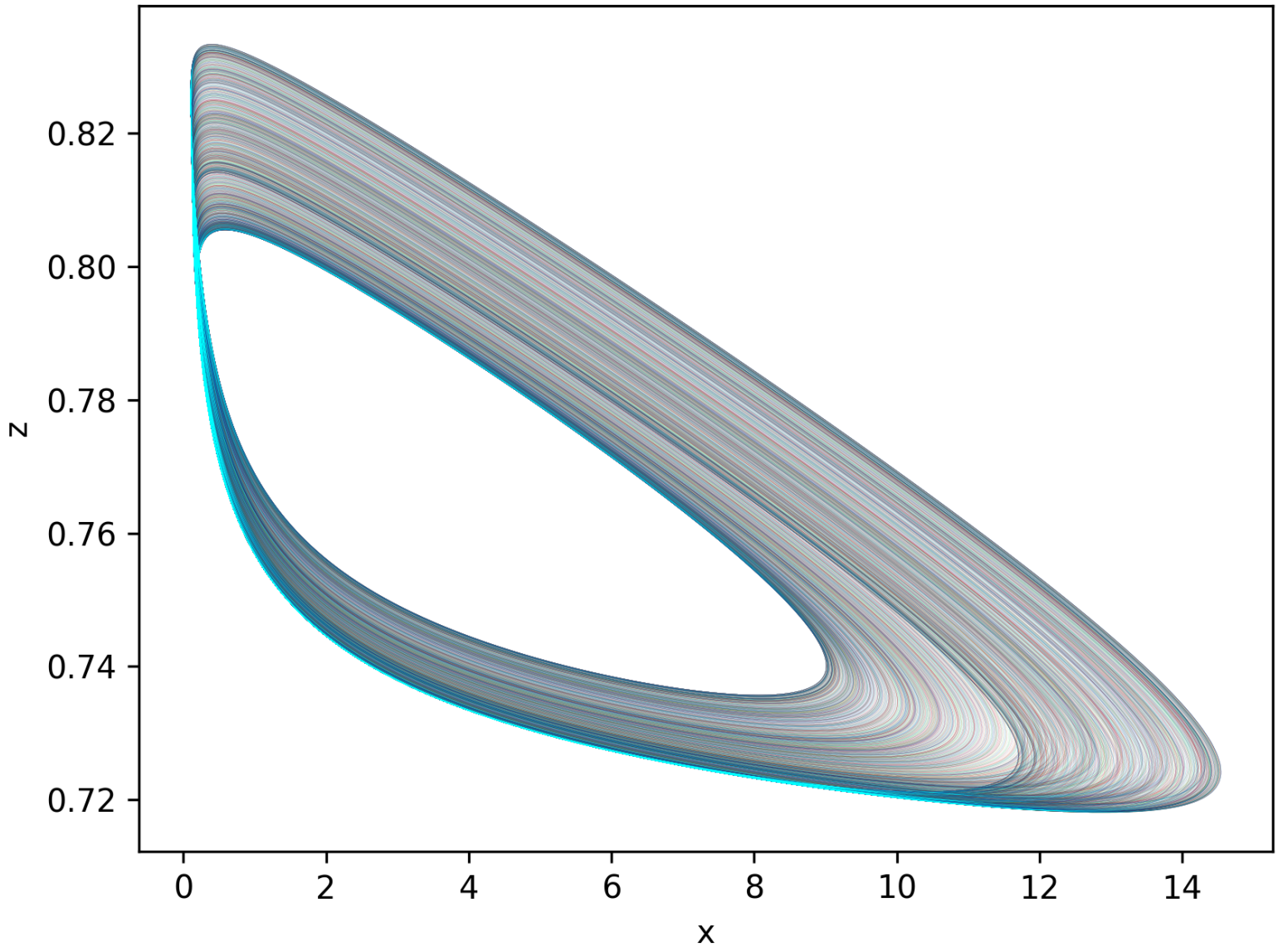
(53.6): a=1.1668, b=-1.61, d=-1.72, e=0.11, f=0.06   End=[2.73594, 0.46938, 0.73924]
StSt=(1.794, 2.168, 0.654) (-0.346, -1.278, 0.221)   Time=2000.0   Step=0.01   Start=1000



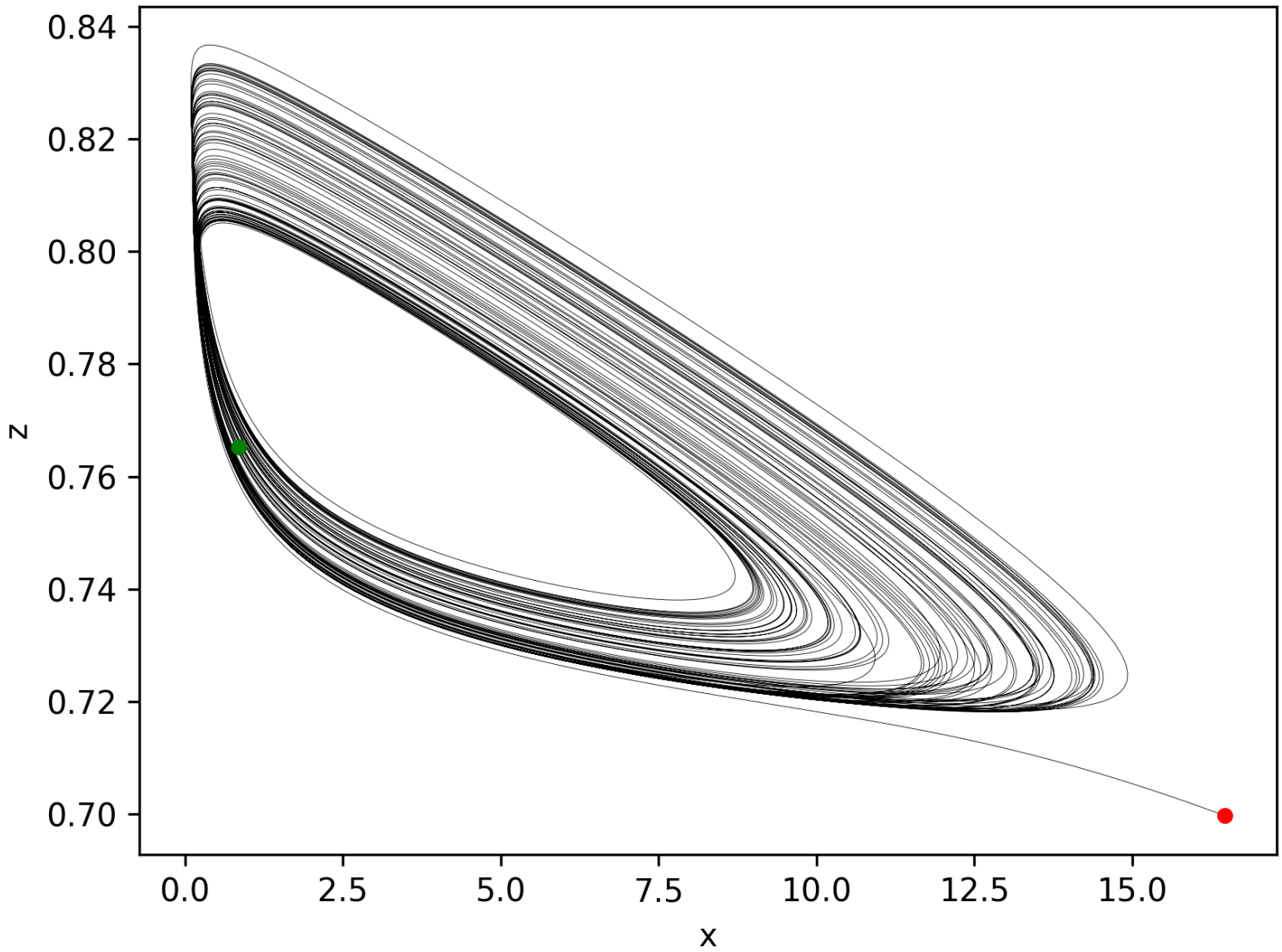
(53.6): a=1.167, b=-1.61, d=-1.72, e=0.11, f=0.06   End=[1.59199, 0.77422, 0.74848]
StSt=(1.794, 2.168, 0.654) (-0.346, -1.278, 0.221)   Time=2000.0   Step=0.01   Start=1000

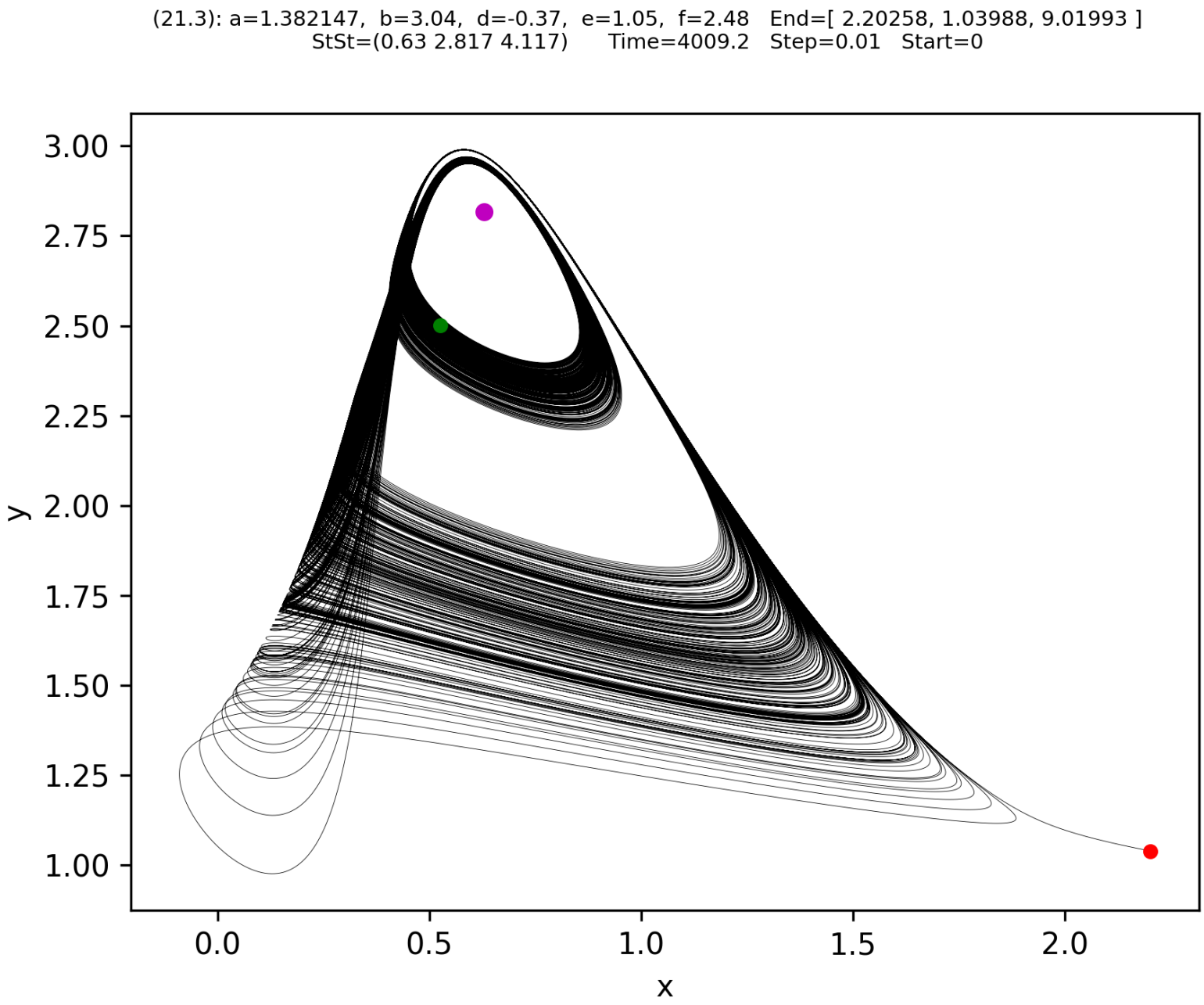


(53.6): a=1.167032, b=-1.61, d=-1.72, e=0.11, f=0.06   End=[0.85051, 1.37823, 0.76522]
StSt=(1.794, 2.168, 0.654) (-0.346, -1.278, 0.221)   Time=2000.0   Step=0.01   Start=1000

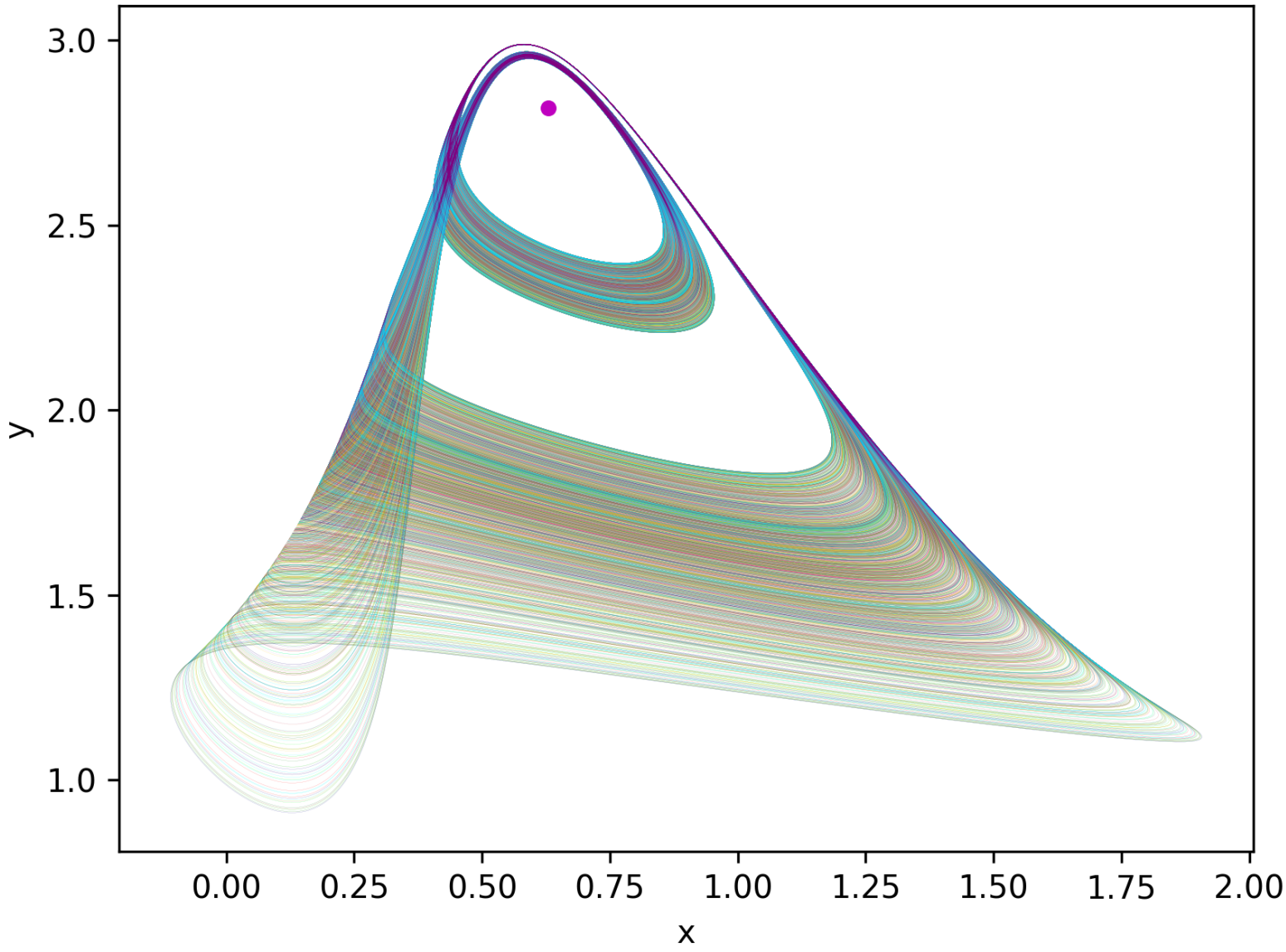


(53.6): a=1.16704, b=-1.61, d=-1.72, e=0.11, f=0.06   End=[16.46966, -2.08583, 0.69973]
StSt=(1.794, 2.168, 0.654) (-0.346, -1.278, 0.221)   Time=332.0   Step=0.01   Start=0

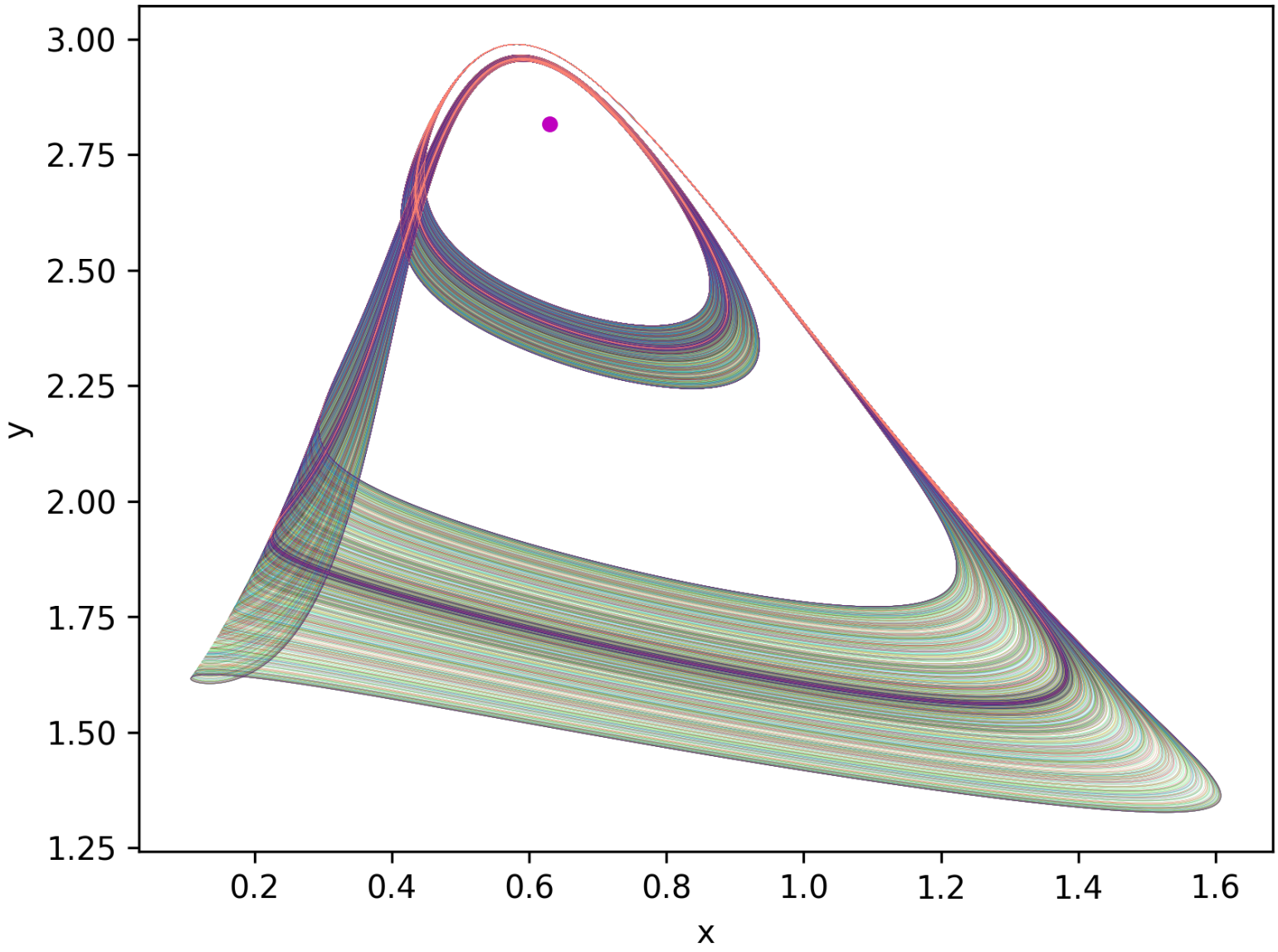



(21.3): a=1.382147, b=3.04, d=-0.37, e=1.05, f=2.48 End=[2.20258, 1.03988, 9.01993]
StSt=(0.63 2.817 4.117) Time=4009.2 Step=0.01 Start=0
3.00
2.75
2.50
2.25
2.00
1.75
1.50
1.25
1.00
y
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
x

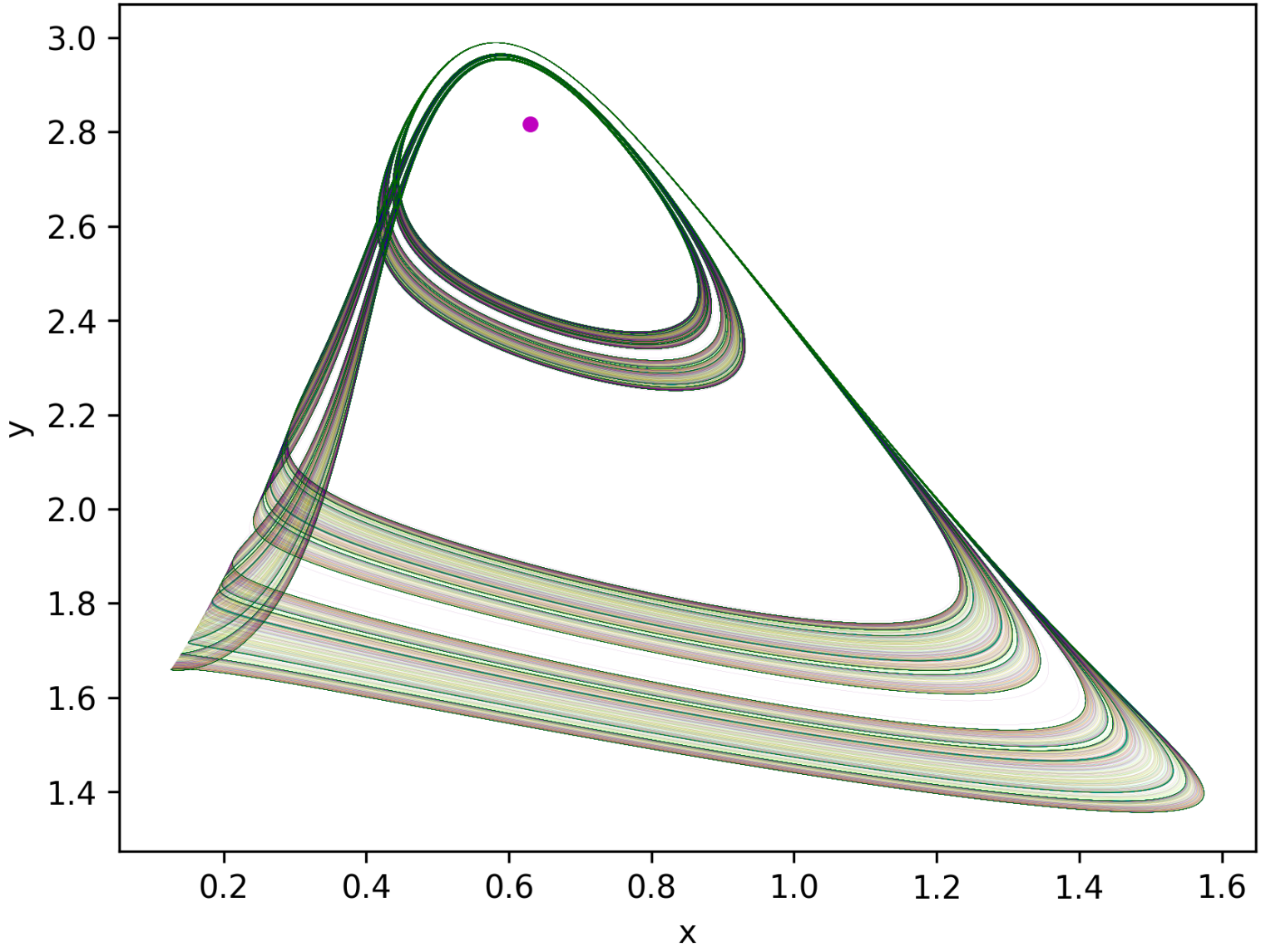
(21.3): a=1.382148, b=3.04, d=-0.37, e=1.05, f=2.48   End=[0.88574, 2.60072, 4.31593]
StSt=(0.63 2.817 4.117)   Time=4000.0   Step=0.01   Start=2000



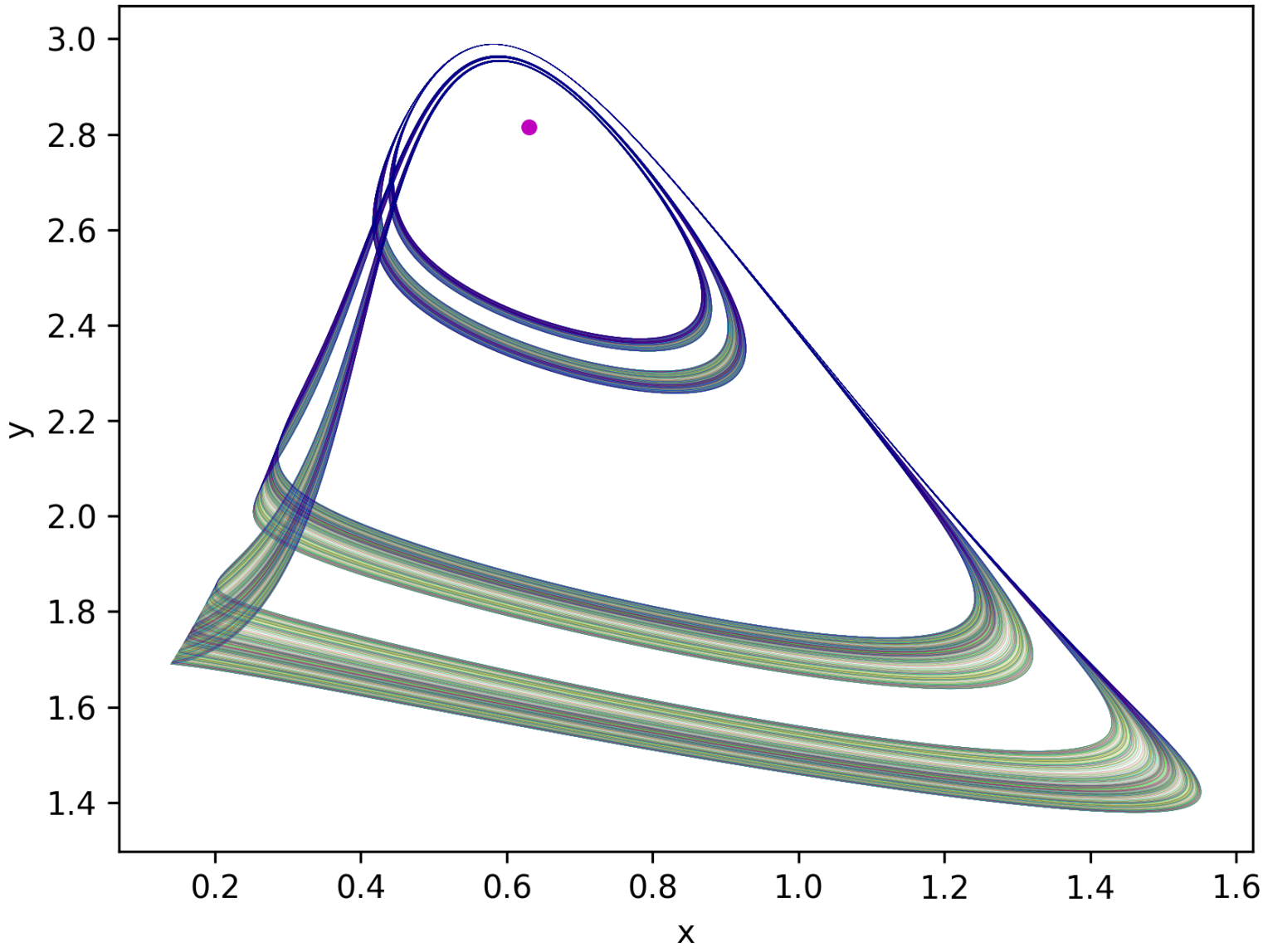
(21.3): a=1.3823, b=3.04, d=-0.37, e=1.05, f=2.48   End=[0.85626, 2.65052, 4.3063]
StSt=(0.63 2.816 4.116)   Time=4000.0   Step=0.01   Start=1000



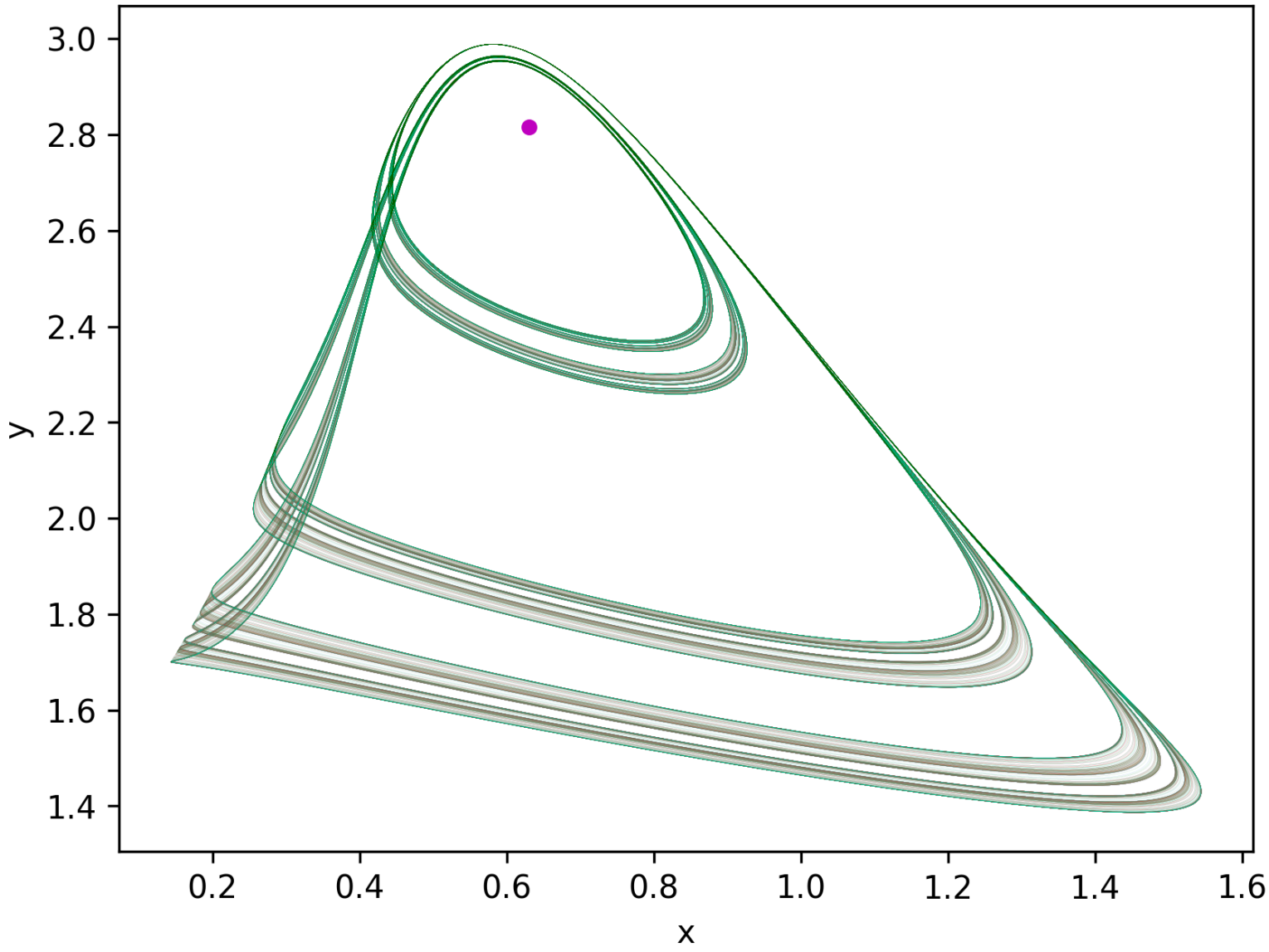
(21.3): a=1.3824, b=3.04, d=-0.37, e=1.05, f=2.48   End=[1.18259, 2.01951, 4.53194]
StSt=(0.63 2.816 4.116)   Time=5000.0   Step=0.01   Start=1000



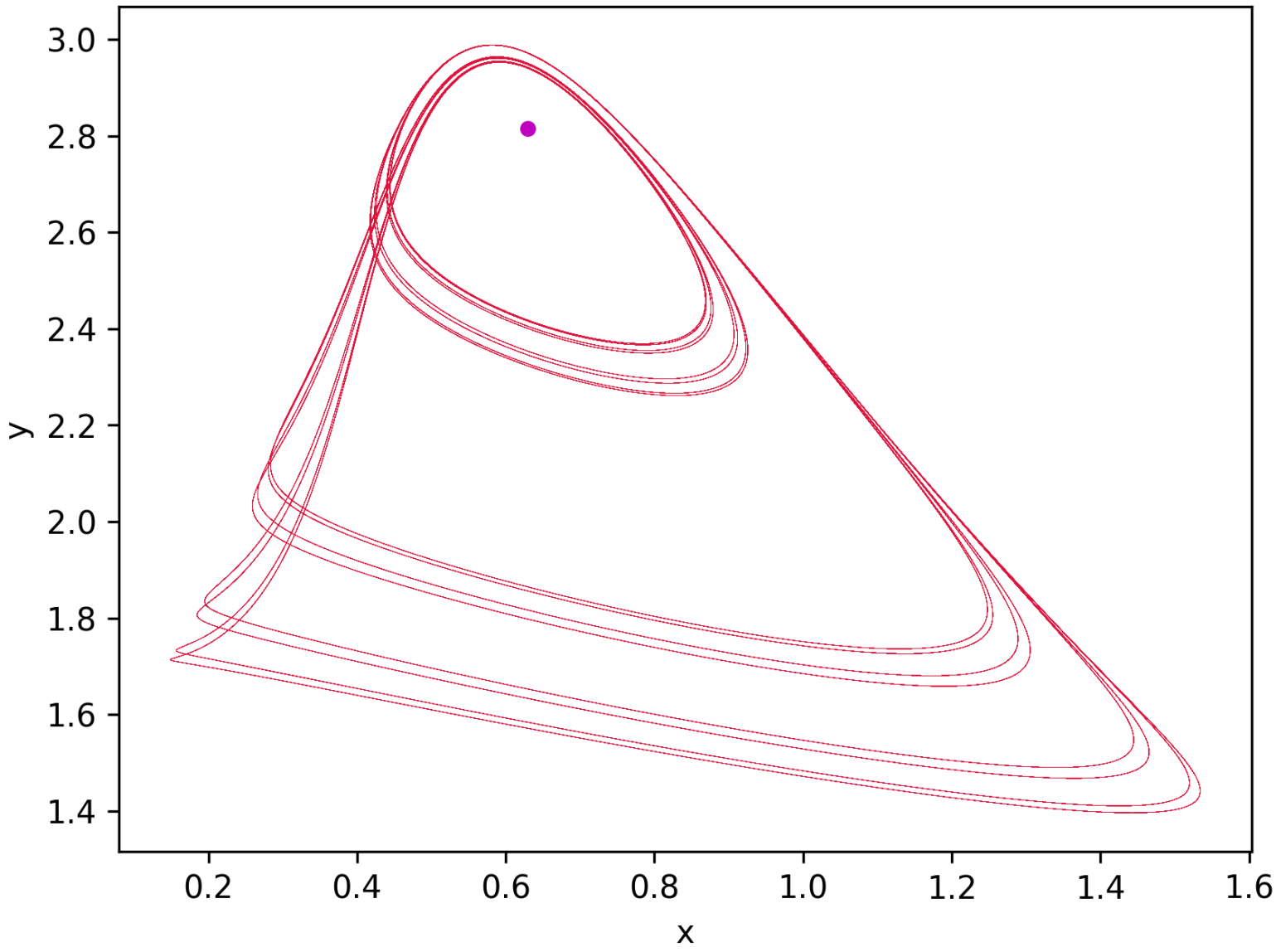
(21.3): a=1.3825, b=3.04, d=-0.37, e=1.05, f=2.48   End=[0.51696, 2.88727, 3.98489]
StSt=(0.63 2.816 4.116)   Time=4000.0   Step=0.01   Start=1000



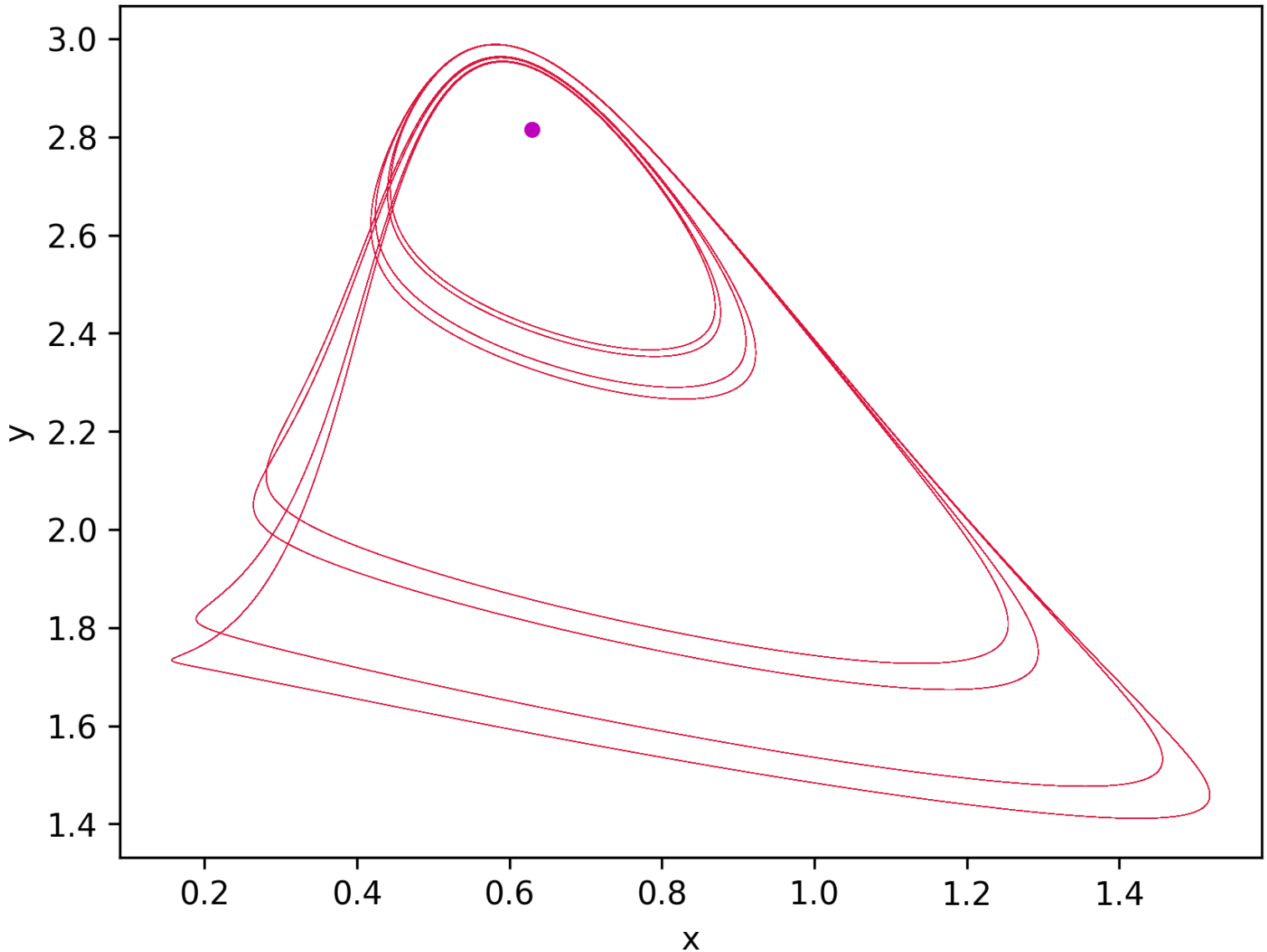
(21.3): a=1.38254, b=3.04, d=-0.37, e=1.05, f=2.48   End=[0.8148, 2.72473, 4.29789]
StSt=(0.63 2.816 4.116)   Time=6000.0   Step=0.005   Start=1000

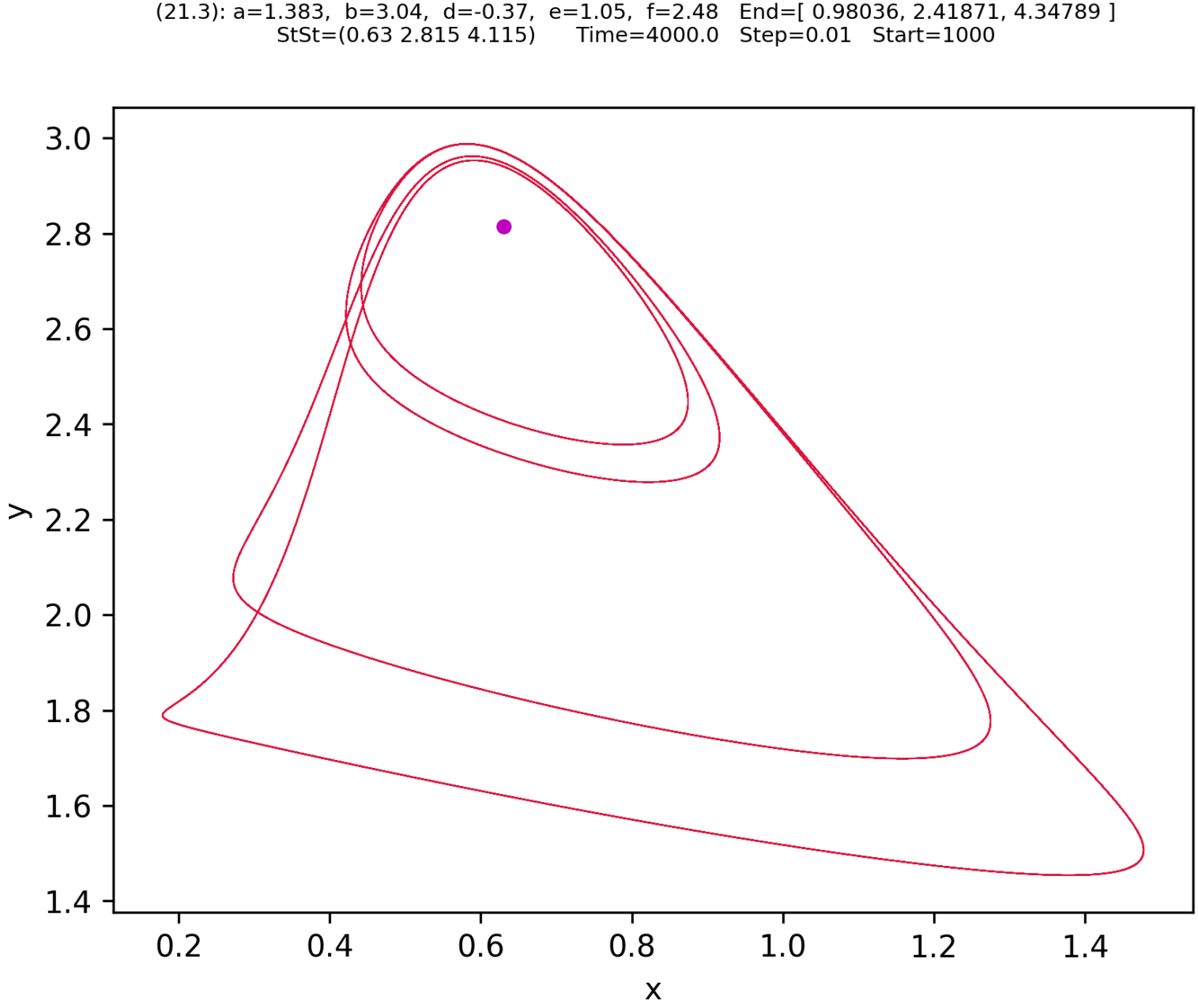


(21.3): a=1.3826, b=3.04, d=-0.37, e=1.05, f=2.48   End=[0.52687, 2.92155, 4.03218]
StSt=(0.63 2.816 4.116)   Time=4000.0   Step=0.01   Start=1000

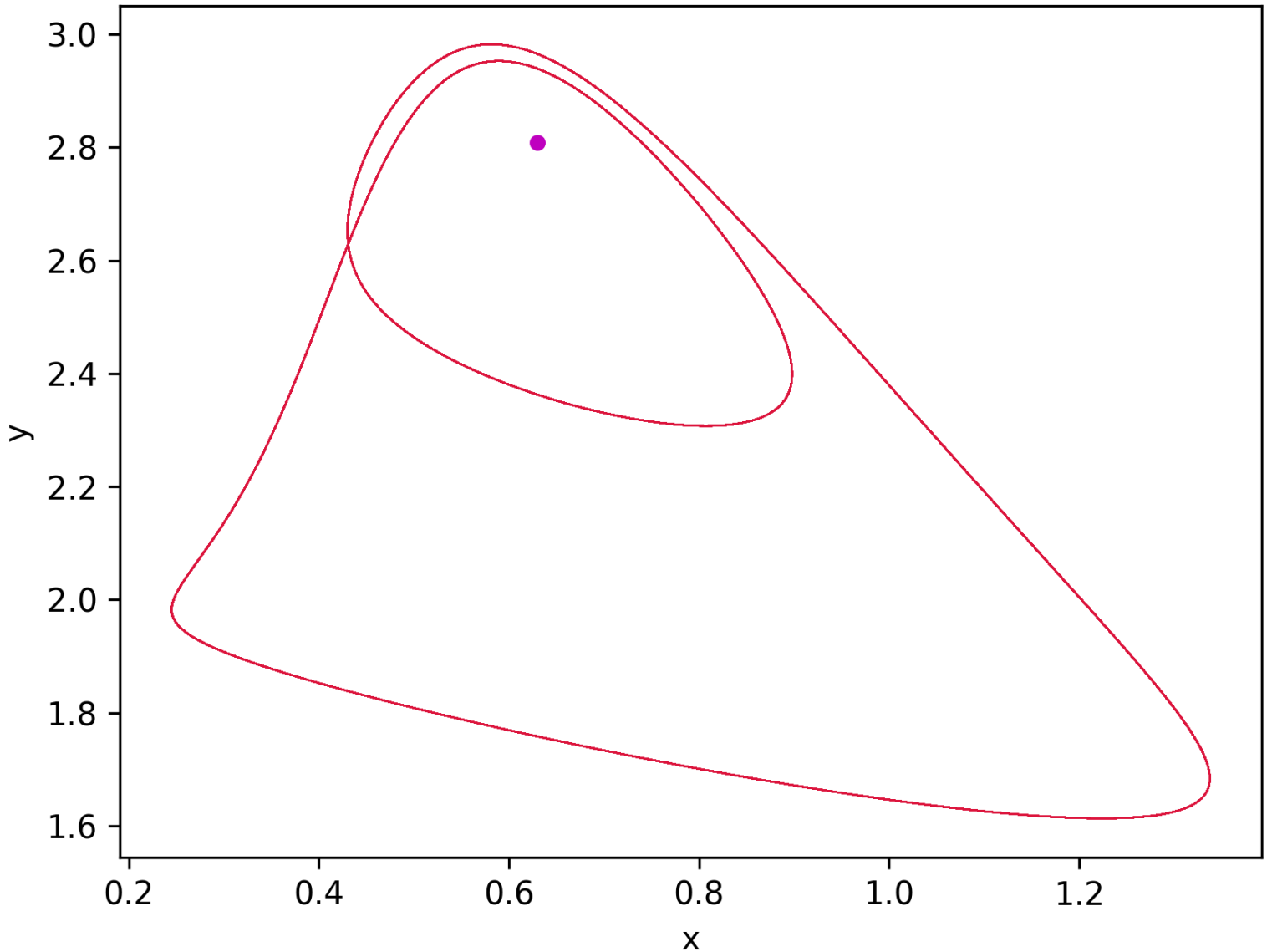


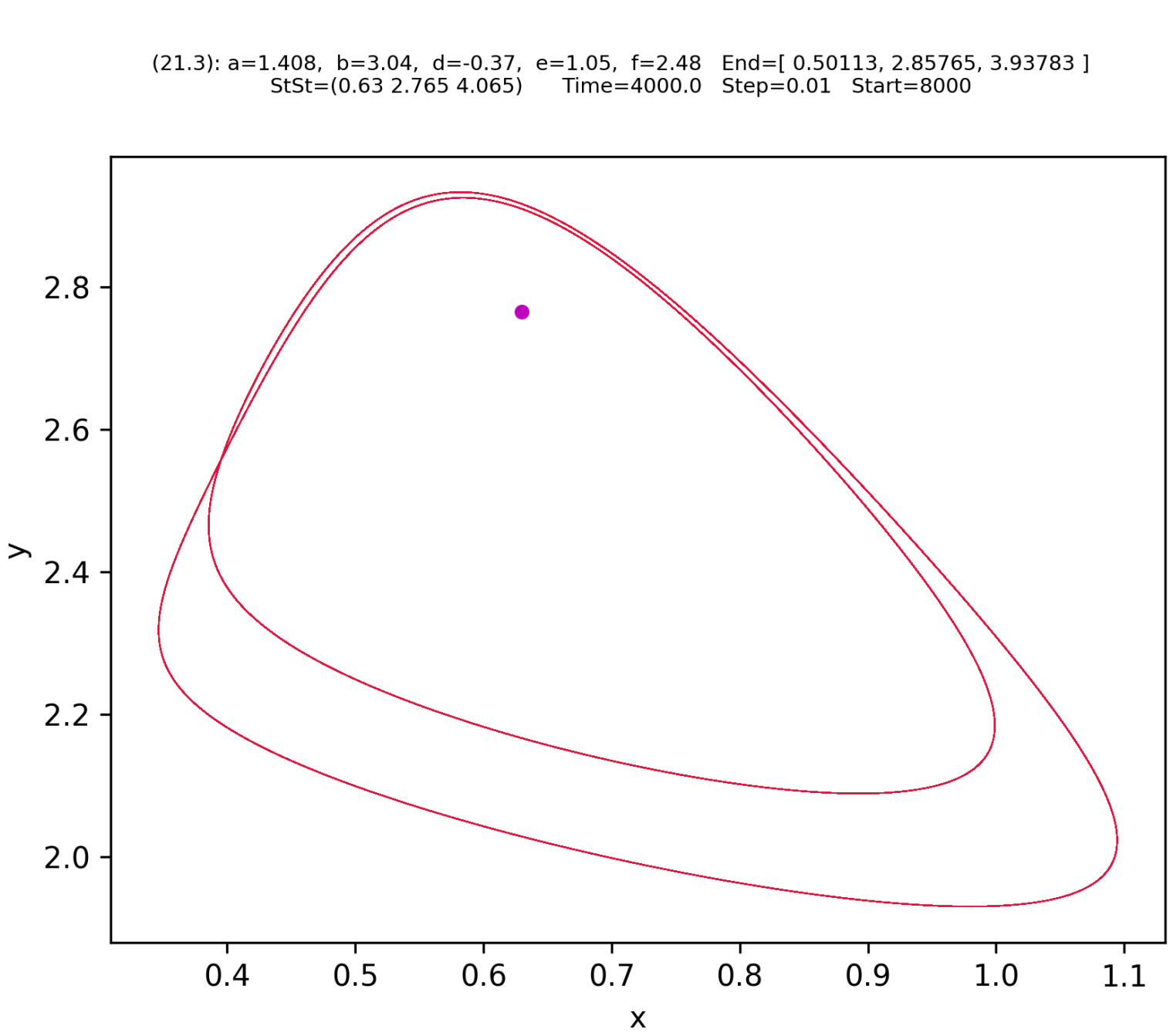
(21.3): a=1.3827, b=3.04, d=-0.37, e=1.05, f=2.48   End=[0.6368, 2.9664, 4.23324]
StSt=(0.63 2.816 4.116)   Time=4000.0   Step=0.01   Start=1000

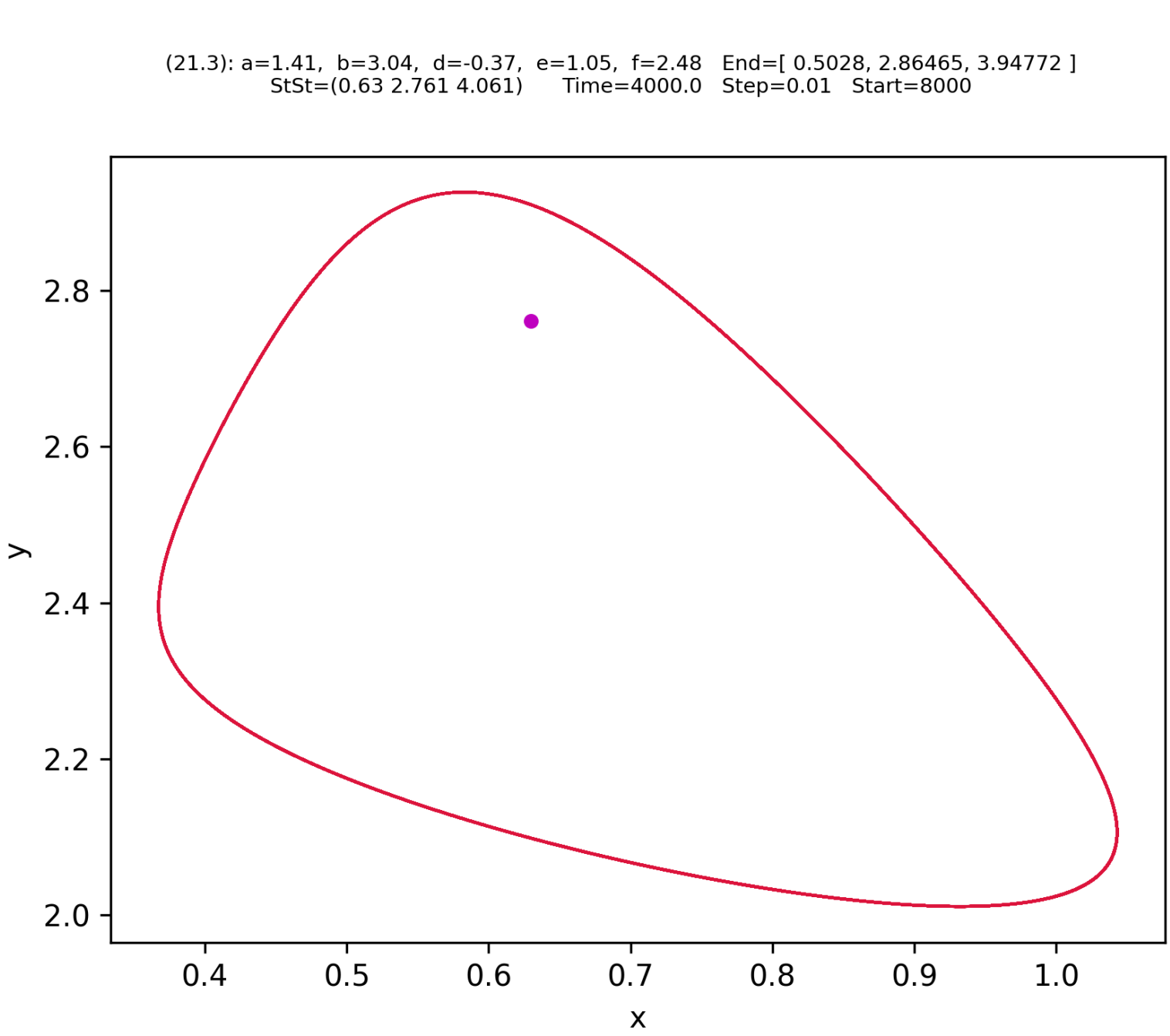



(21.3): a=1.383, b=3.04, d=-0.37, e=1.05, f=2.48 End=[0.98036, 2.41871, 4.34789]
StSt=(0.63 2.815 4.115) Time=4000.0 Step=0.01 Start=1000
3.0
2.8
2.6
2.4
2.2
2.0
1.8
1.6
1.4
y
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
x

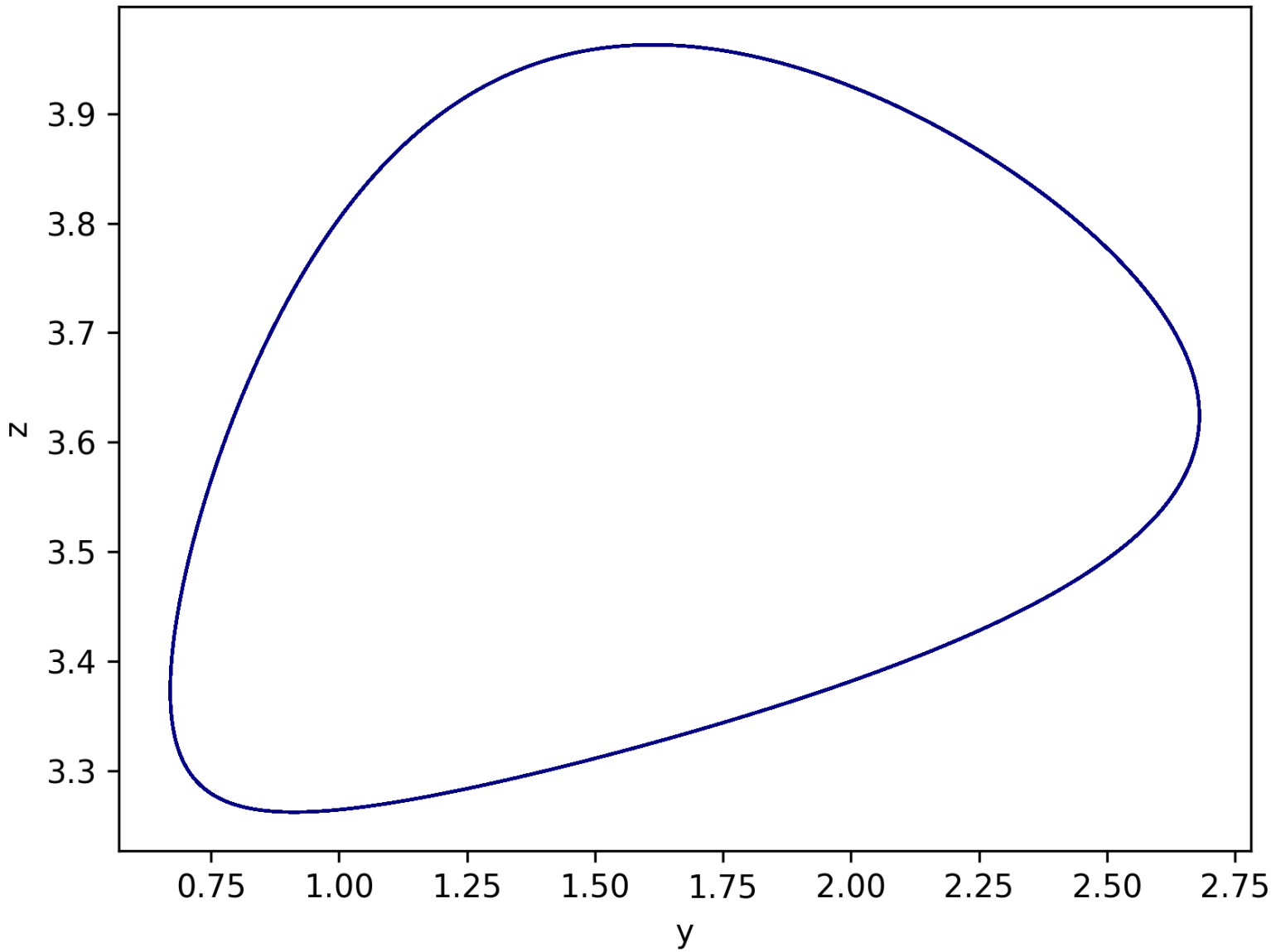
(21.3): a=1.386, b=3.04, d=-0.37, e=1.05, f=2.48   End=[0.51644, 2.94212, 4.0456]
StSt=(0.63 2.809 4.109)   Time=4000.0   Step=0.01   Start=8000



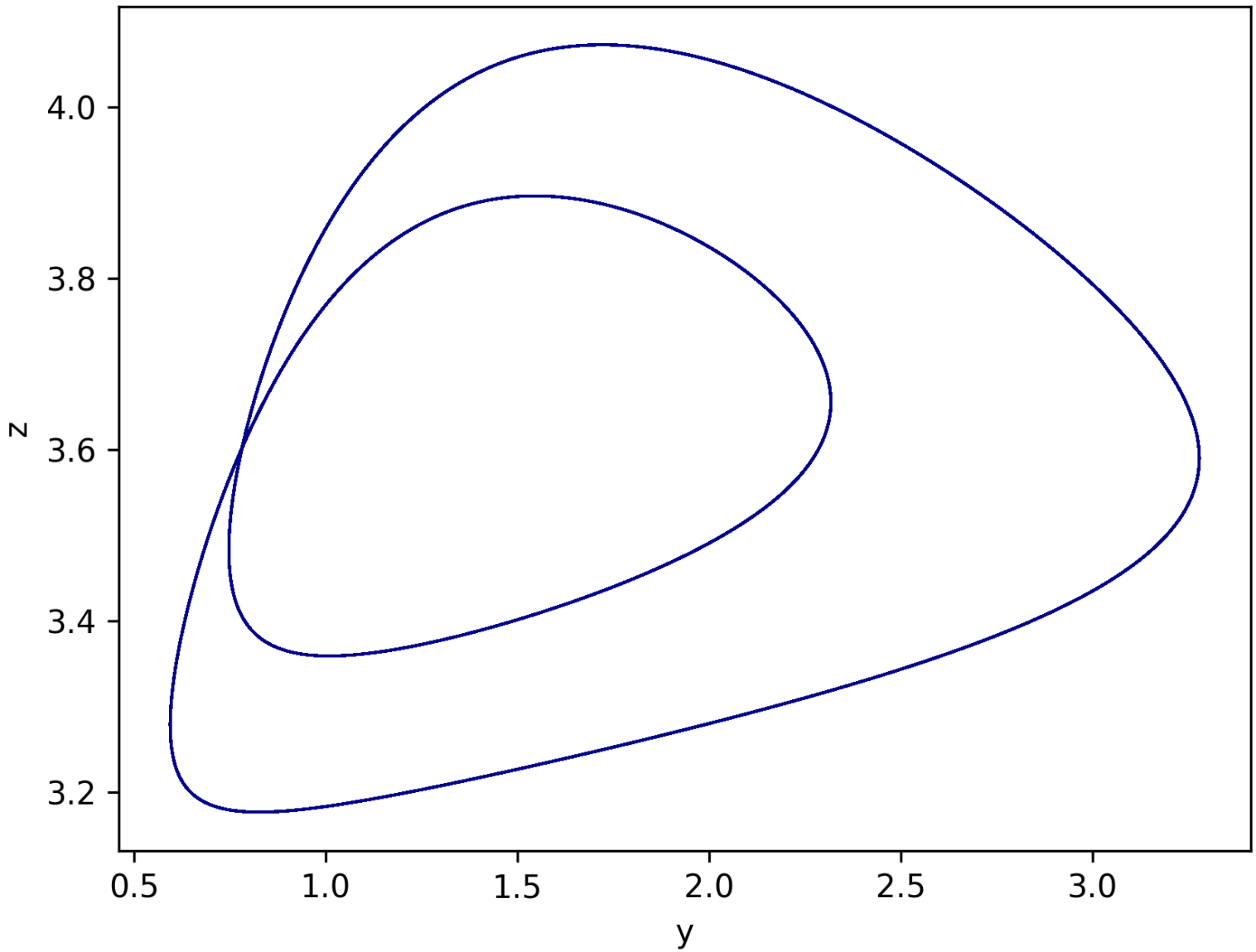

(21.3): a=1.408, b=3.04, d=-0.37, e=1.05, f=2.48 End=[0.50113, 2.85765, 3.93783]
StSt=(0.63 2.765 4.065) Time=4000.0 Step=0.01 Start=8000
2.8
2.6
2.4
2.2
2.0
y
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0
1.1
x

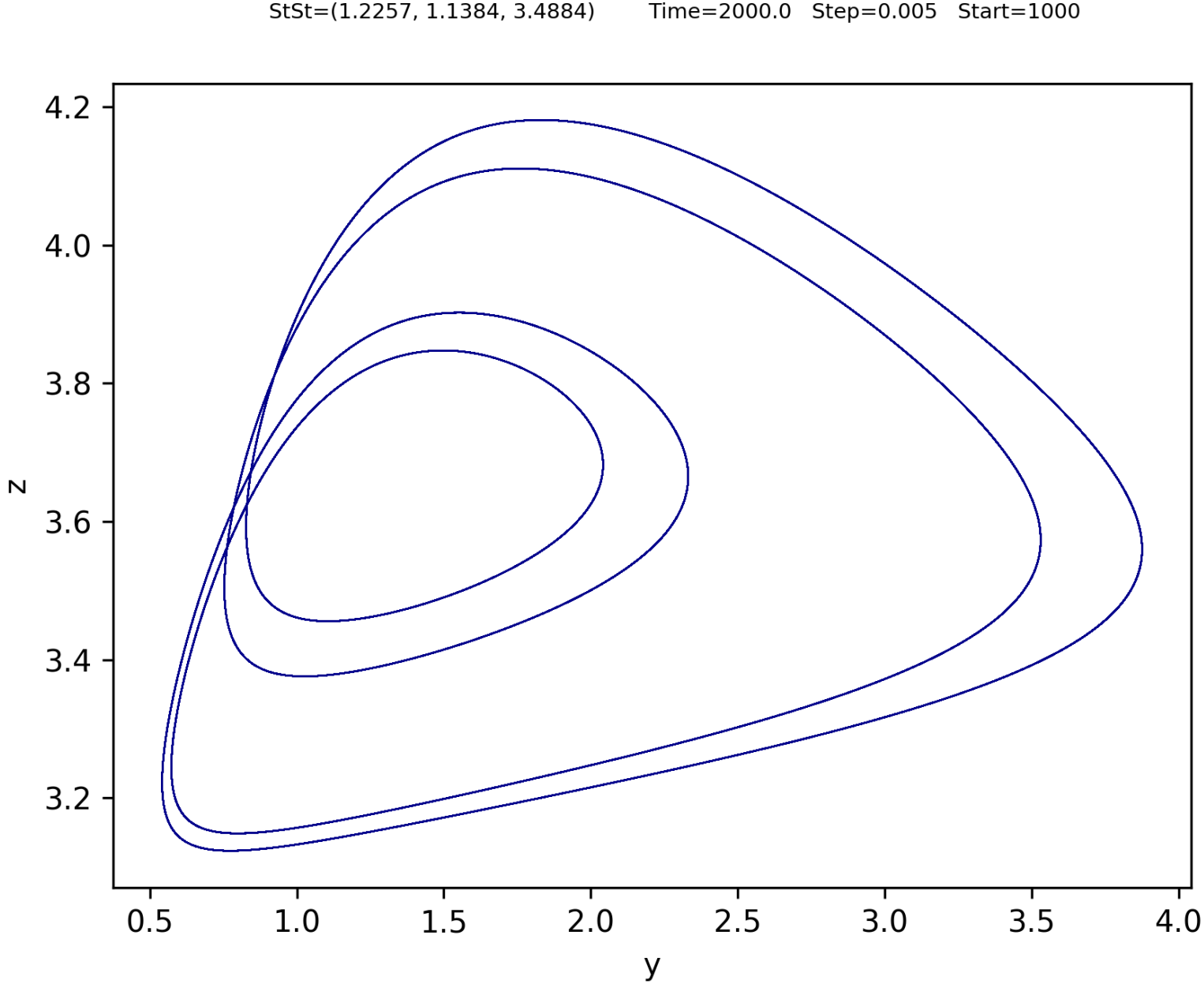

(21.3): a=1.41, b=3.04, d=-0.37, e=1.05, f=2.48 End=[0.5028, 2.86465, 3.94772]
StSt=(0.63 2.761 4.061) Time=4000.0 Step=0.01 Start=8000
2.8
2.6
2.4
2.2
2.0
y
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0
x

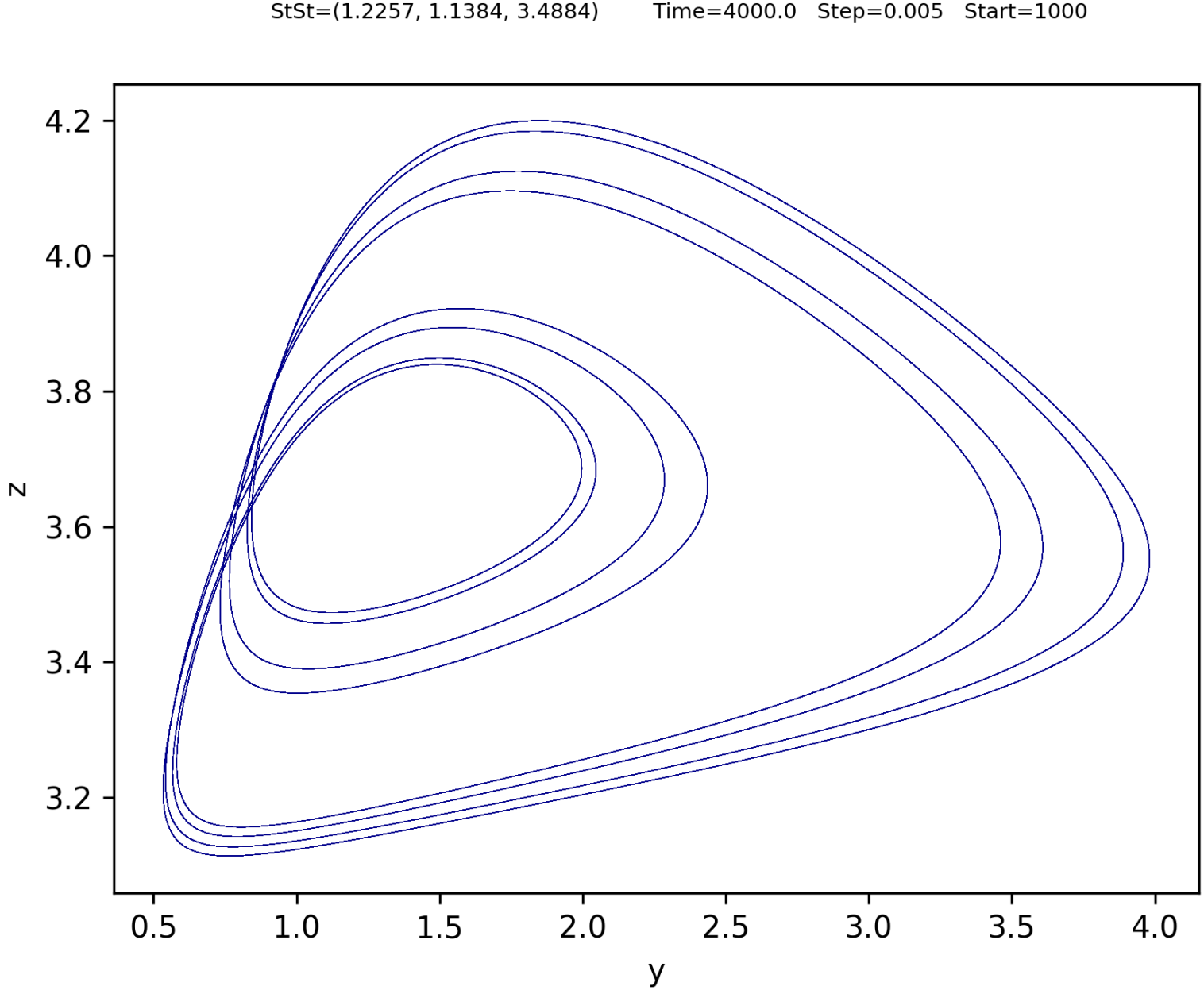
(35.3): a=0.82, b=-0.48, d=-0.45, e=2.35, f=0.74 End=[1.0507, 0.8966, 3.7268]
StSt=(1.2257, 1.1384, 3.4884) Time=2000.0 Step=0.005 Start=1000

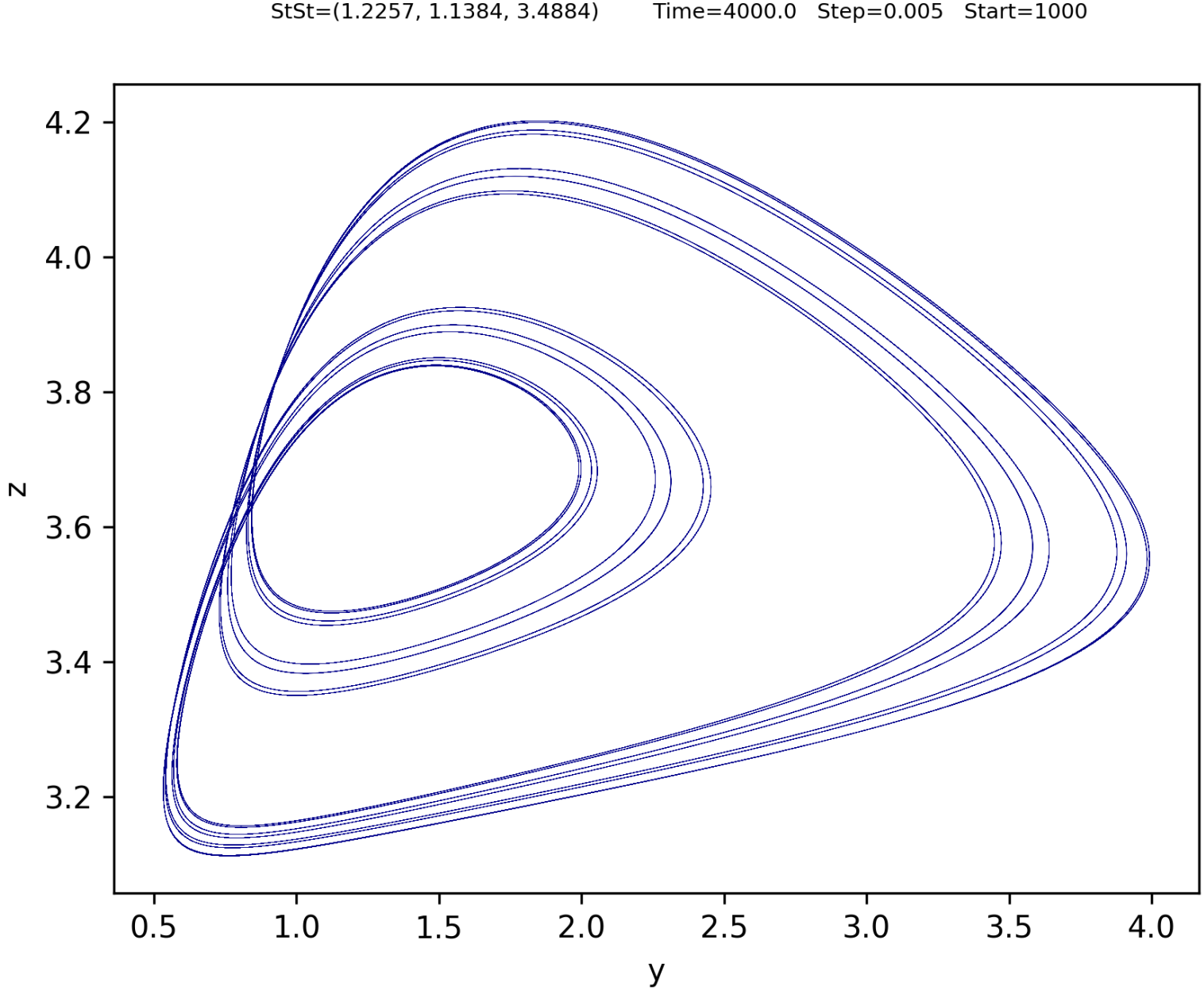


(35.3): a=0.84, b=-0.48, d=-0.45, e=2.35, f=0.74 End=[0.7204, 1.0359, 3.7875]
StSt=(1.2257, 1.1384, 3.4884) Time=2000.0 Step=0.005 Start=1000

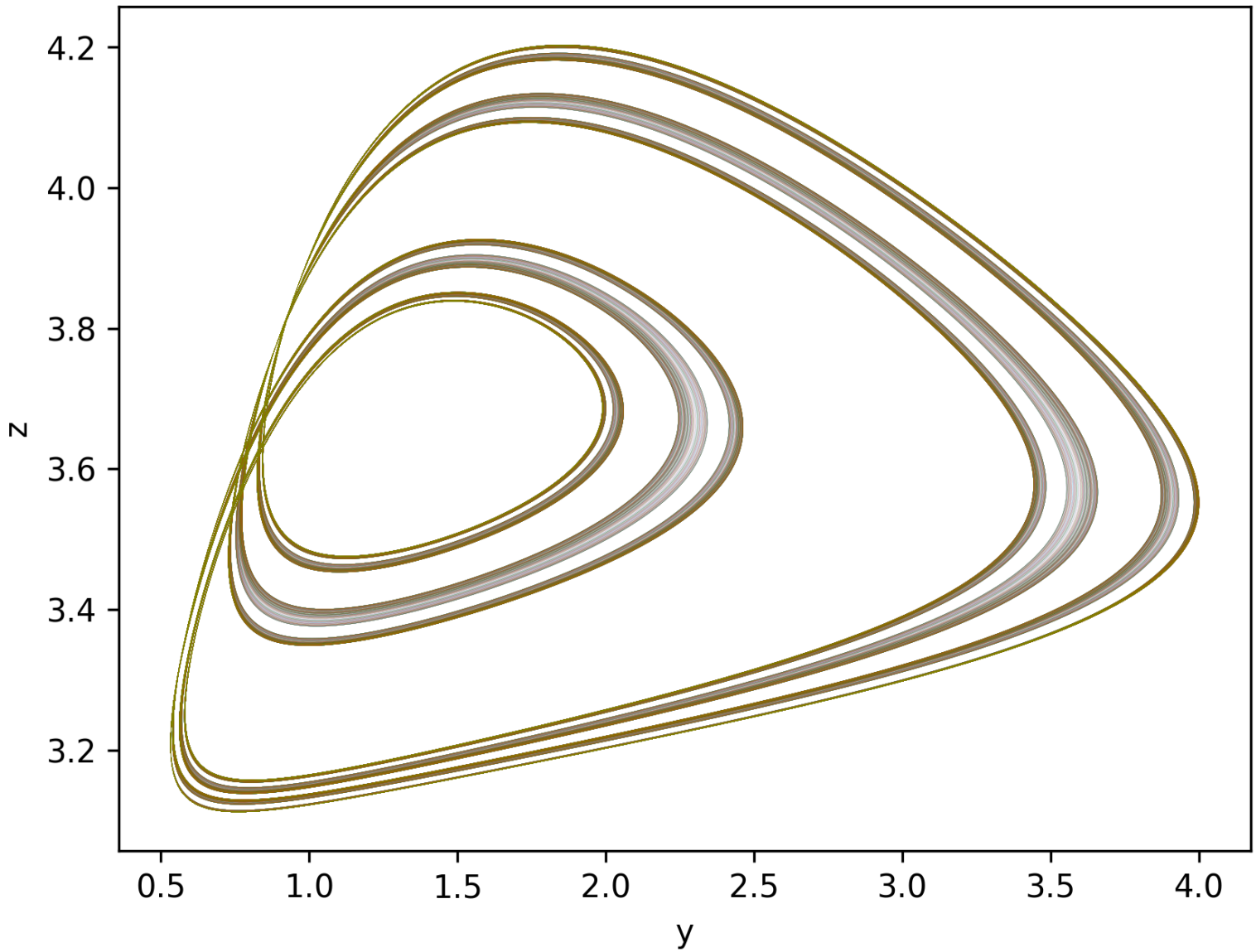



(35.3): a=0.864, b=-0.48, d=-0.45, e=2.35, f=0.74 End=[1.8227, 0.7688, 3.5805]
StSt=(1.2257, 1.1384, 3.4884) Time=2000.0 Step=0.005 Start=1000
4.2
4.0
3.8
3.6
3.4
3.2
z
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
y

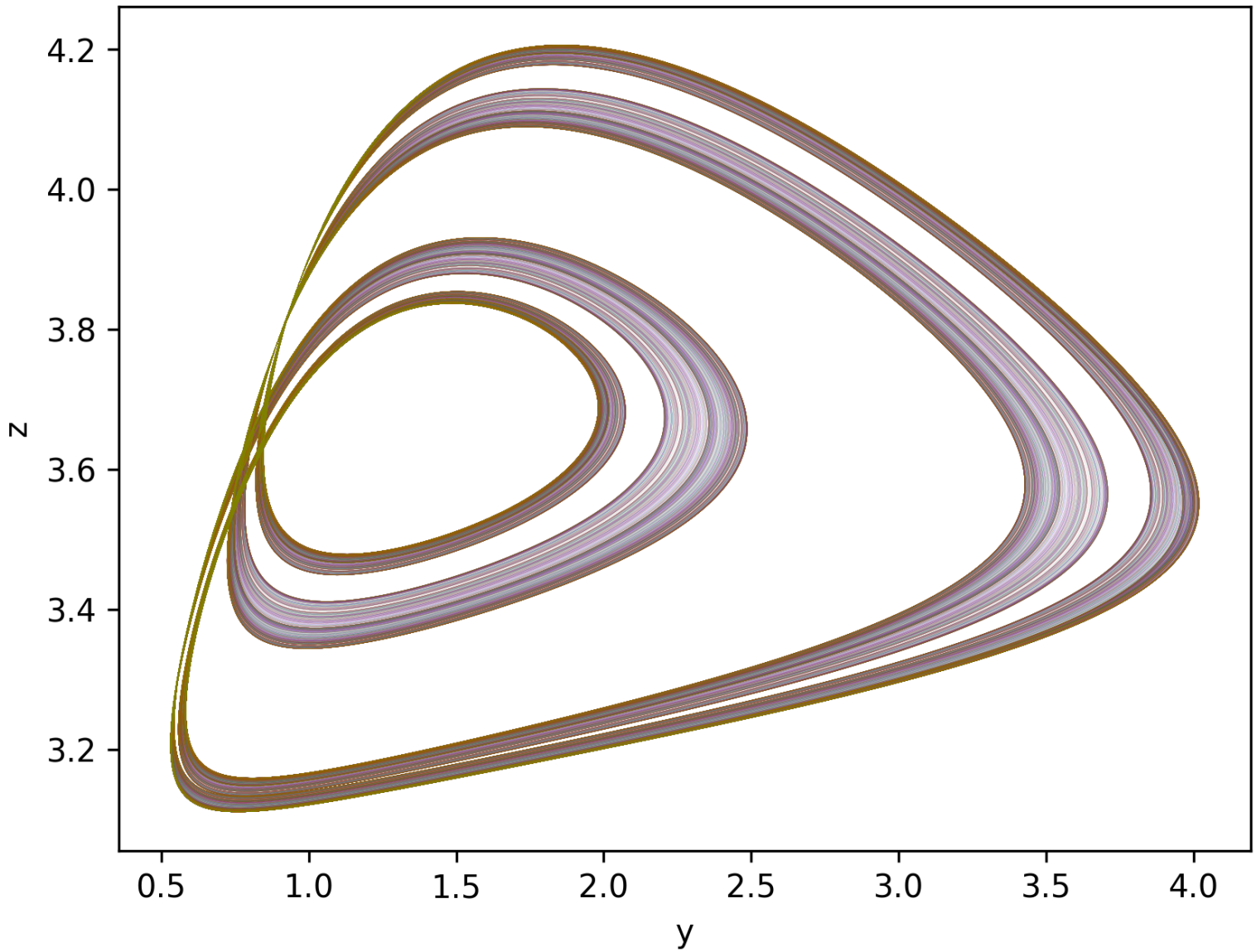

(35.3): a=0.867, b=-0.48, d=-0.45, e=2.35, f=0.74 End=[1.1621, 2.0839, 3.5399]
StSt=(1.2257, 1.1384, 3.4884) Time=4000.0 Step=0.005 Start=1000
4.2
4.0
3.8
3.6
3.4
3.2
z
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
y


(35.3): a=0.8673, b=-0.48, d=-0.45, e=2.35, f=0.74 End=[0.0865, 2.006, 4.1967]
StSt=(1.2257, 1.1384, 3.4884) Time=4000.0 Step=0.005 Start=1000
4.2
4.0
3.8
3.6
3.4
3.2
z
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
y

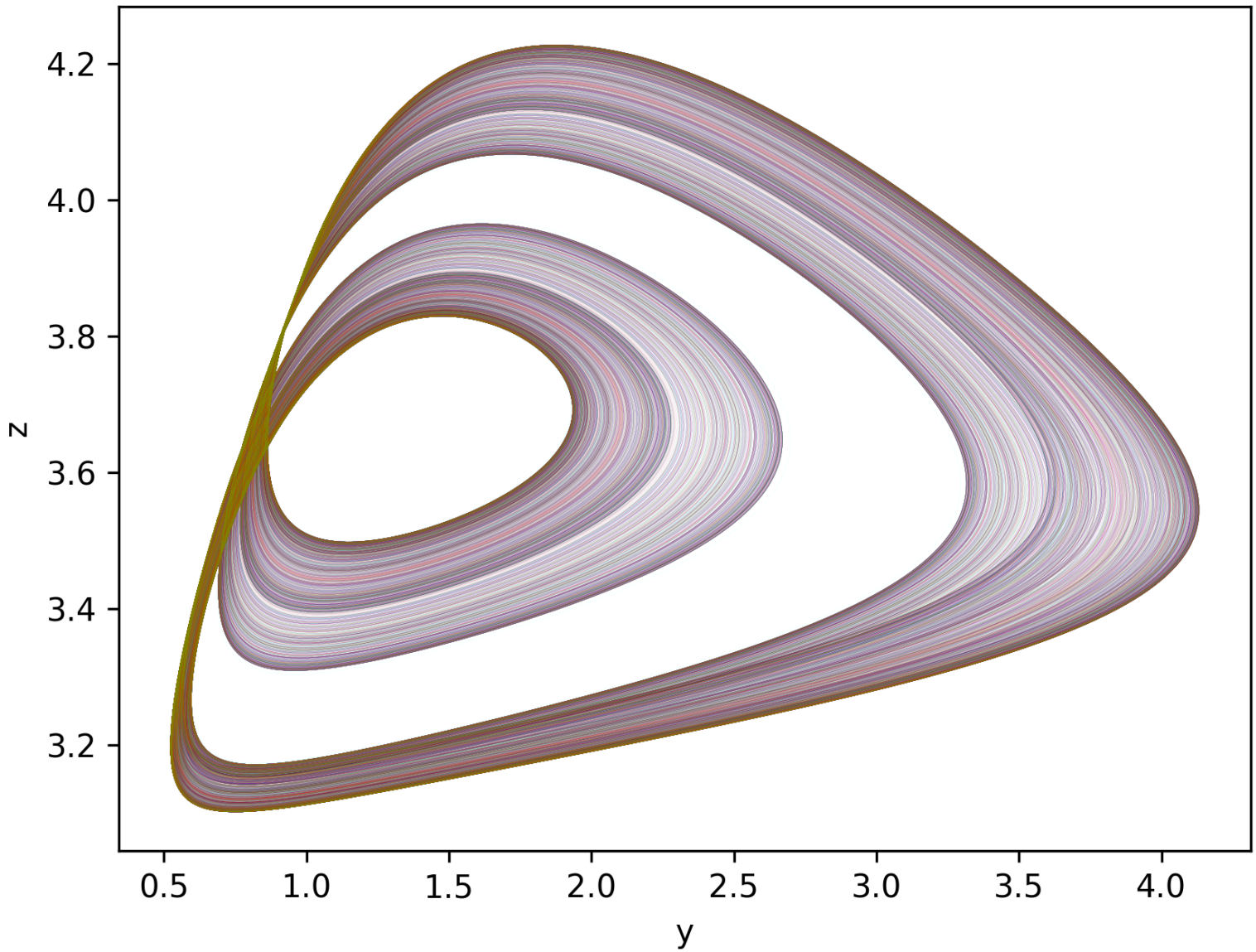
(35.3): a=0.8675, b=-0.48, d=-0.45, e=2.35, f=0.74   End=[2.9549, 0.5527, 3.2871]
StSt=(1.2257, 1.1384, 3.4884)   Time=3000.0   Step=0.005   Start=1000



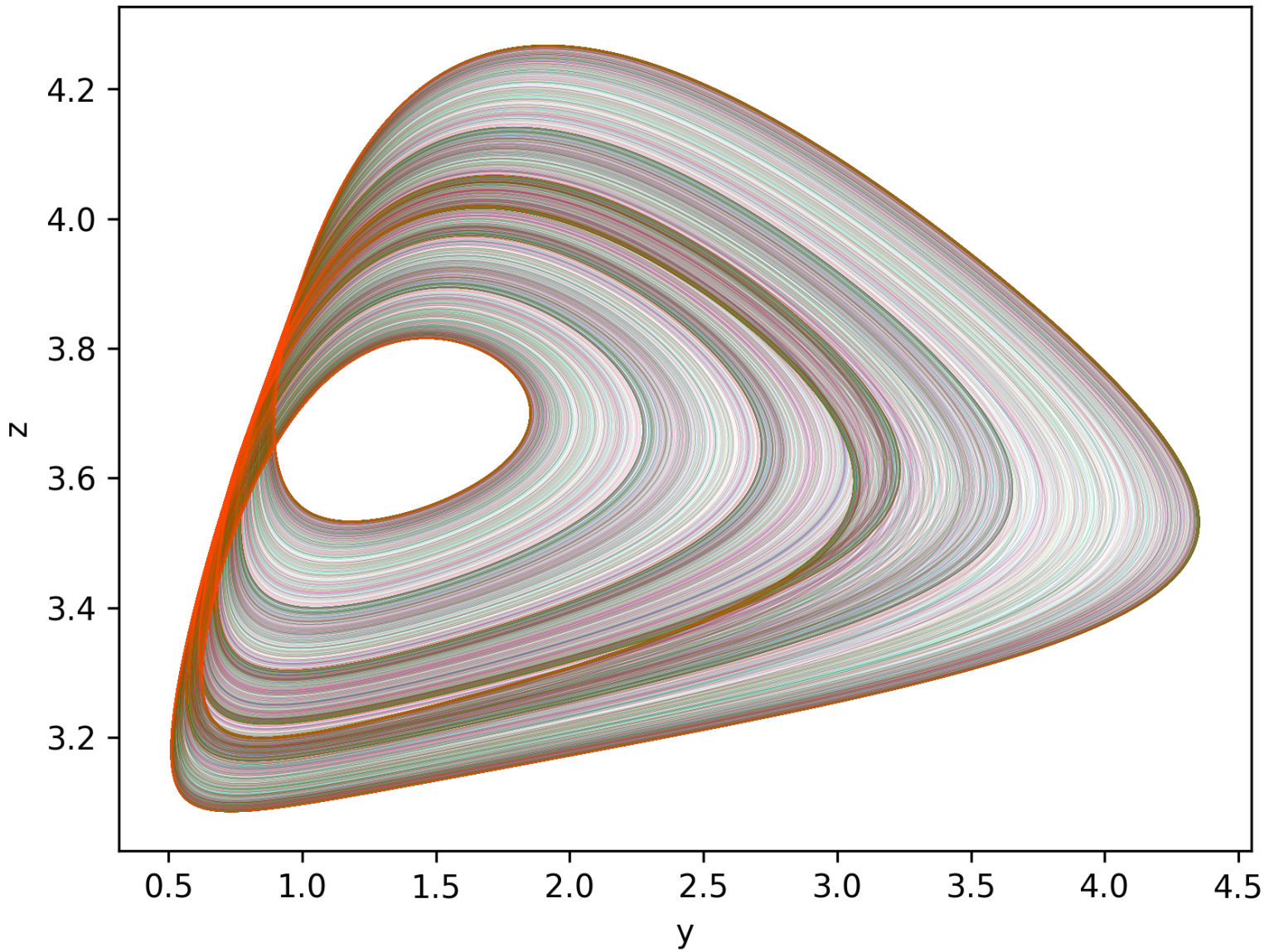
(35.3): a=0.868, b=-0.48, d=-0.45, e=2.35, f=0.74   End=[-0.0386, 2.7047, 4.0858]
StSt=(1.2257, 1.1384, 3.4884)   Time=3000.0   Step=0.005   Start=1000



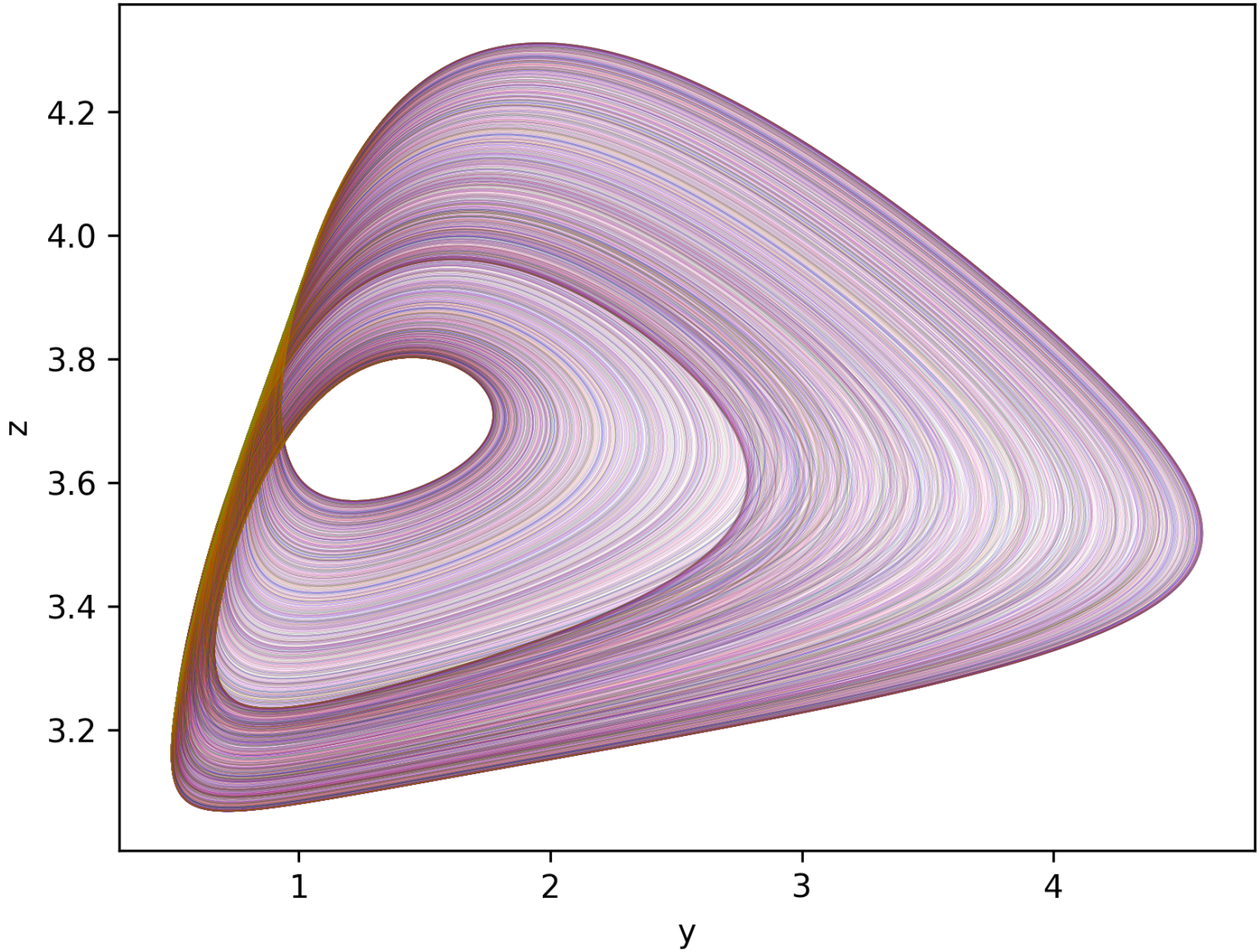
(35.3): a=0.871, b=-0.48, d=-0.45, e=2.35, f=0.74   End=[2.4038, 0.7221, 3.4352]
StSt=(1.2257, 1.1384, 3.4884)   Time=3000.0   Step=0.005   Start=2000



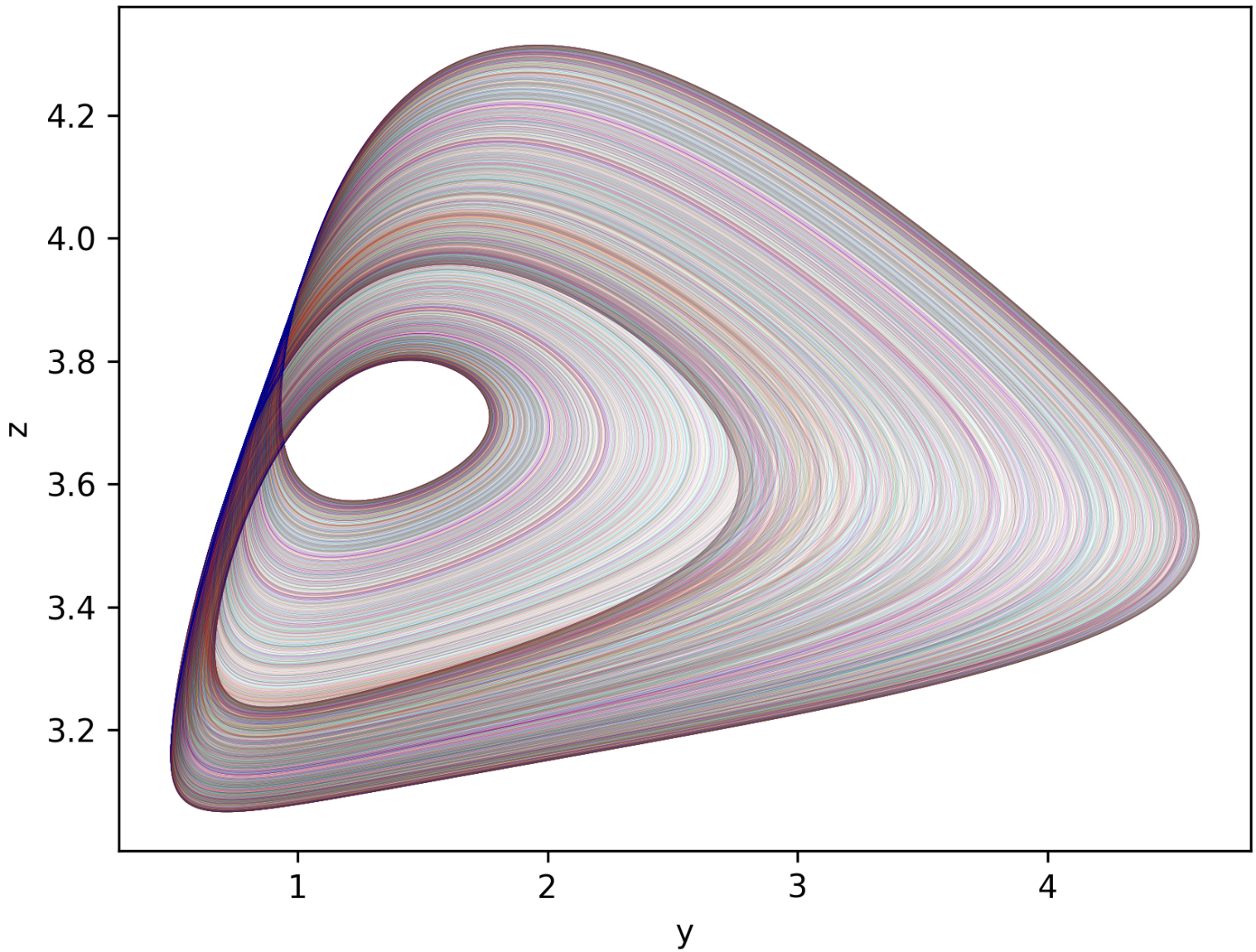
(35.3): a=0.876, b=-0.48, d=-0.45, e=2.35, f=0.74   End=[3.1219, 0.5662, 3.2775]
StSt=(1.2257, 1.1384, 3.4884)   Time=3000.0   Step=0.005   Start=2000



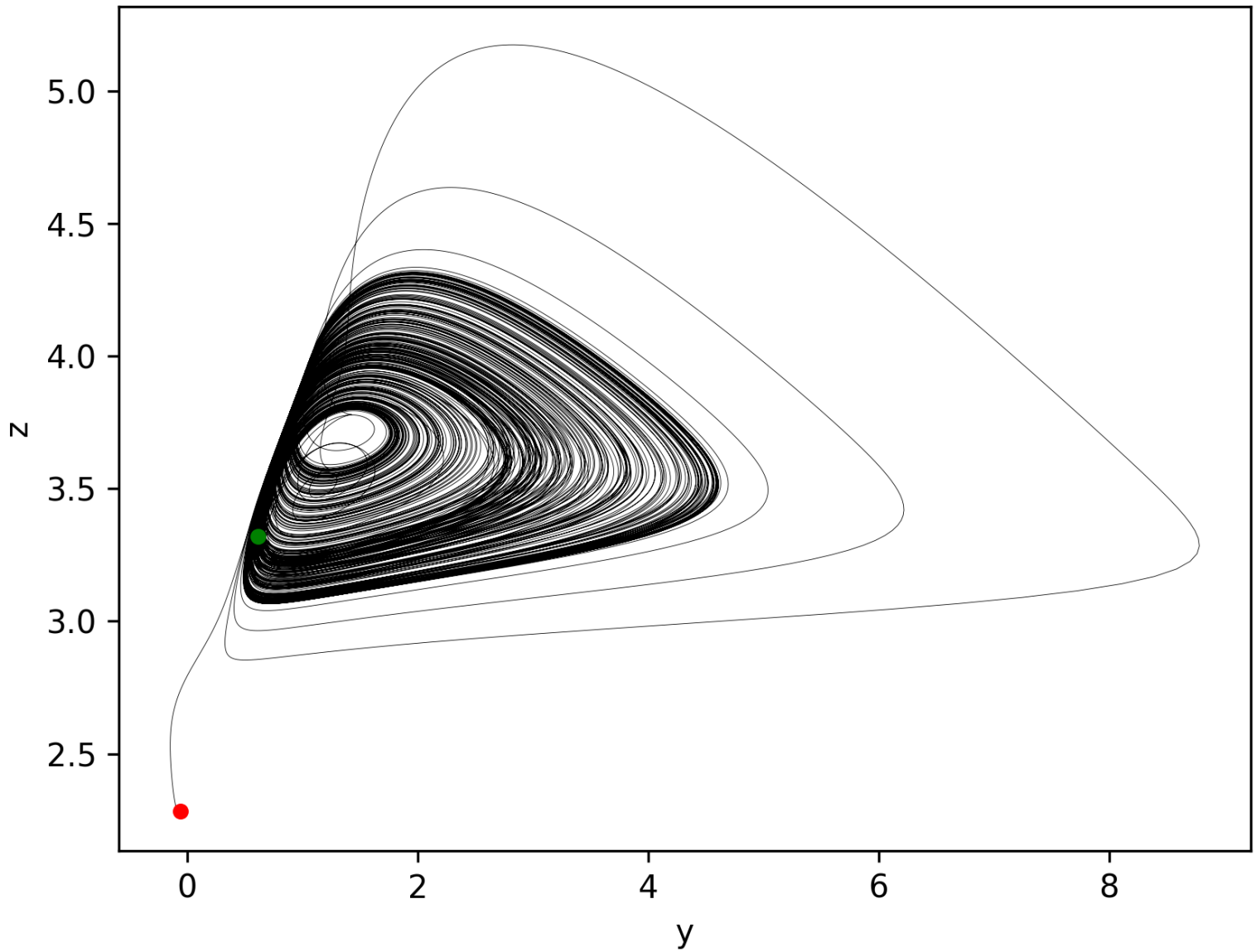
(35.3): a=0.8805, b=-0.48, d=-0.45, e=2.35, f=0.74   End=[0.1666, 2.7808, 3.742]
StSt=(1.2257, 1.1384, 3.4884)   Time=2000.0   Step=0.005   Start=1000



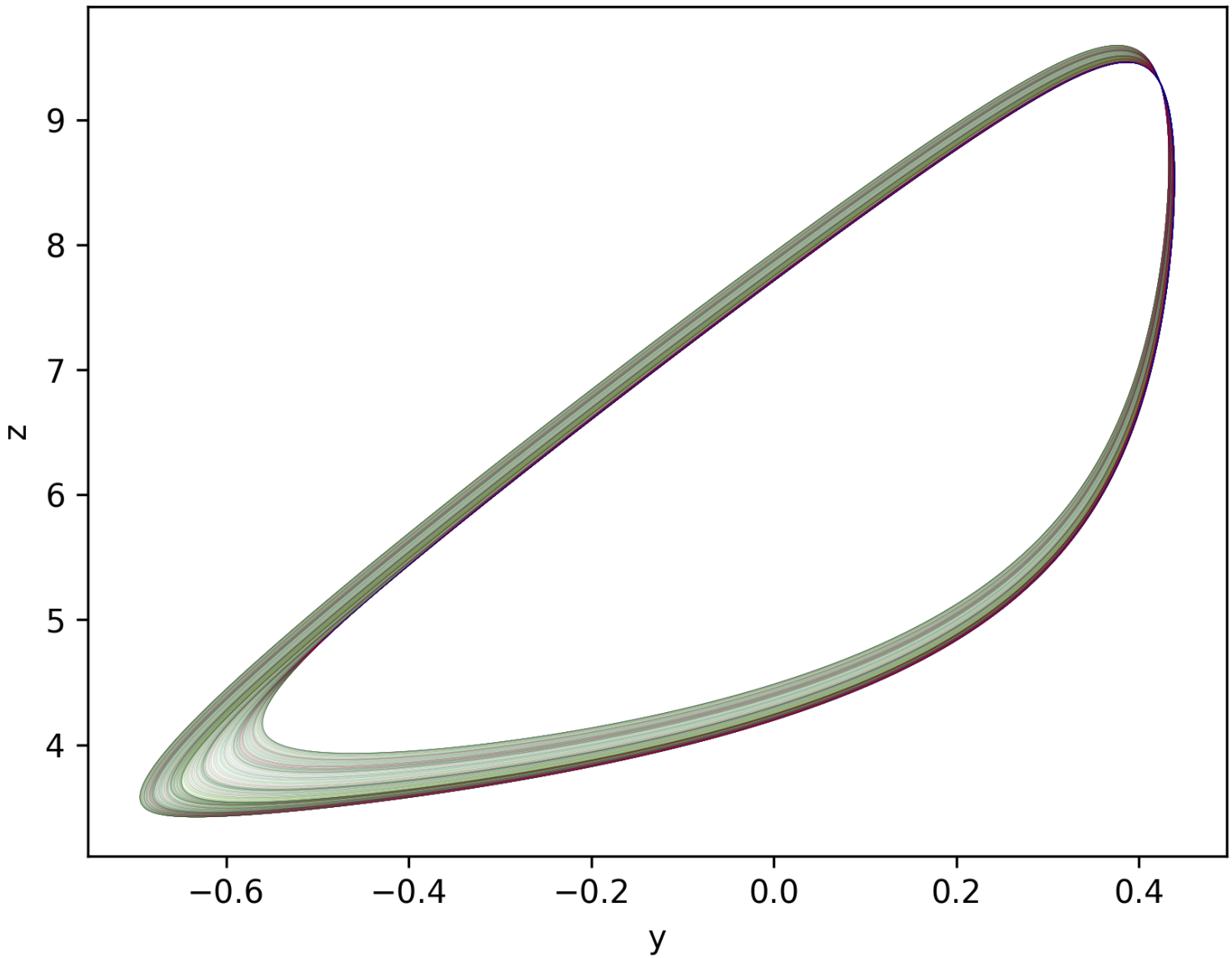
(35.3): a=0.8807, b=-0.48, d=-0.45, e=2.35, f=0.74   End=[1.9489, 0.9302, 3.5804]
StSt=(1.2257, 1.1384, 3.4884)   Time=3000.0   Step=0.005   Start=0



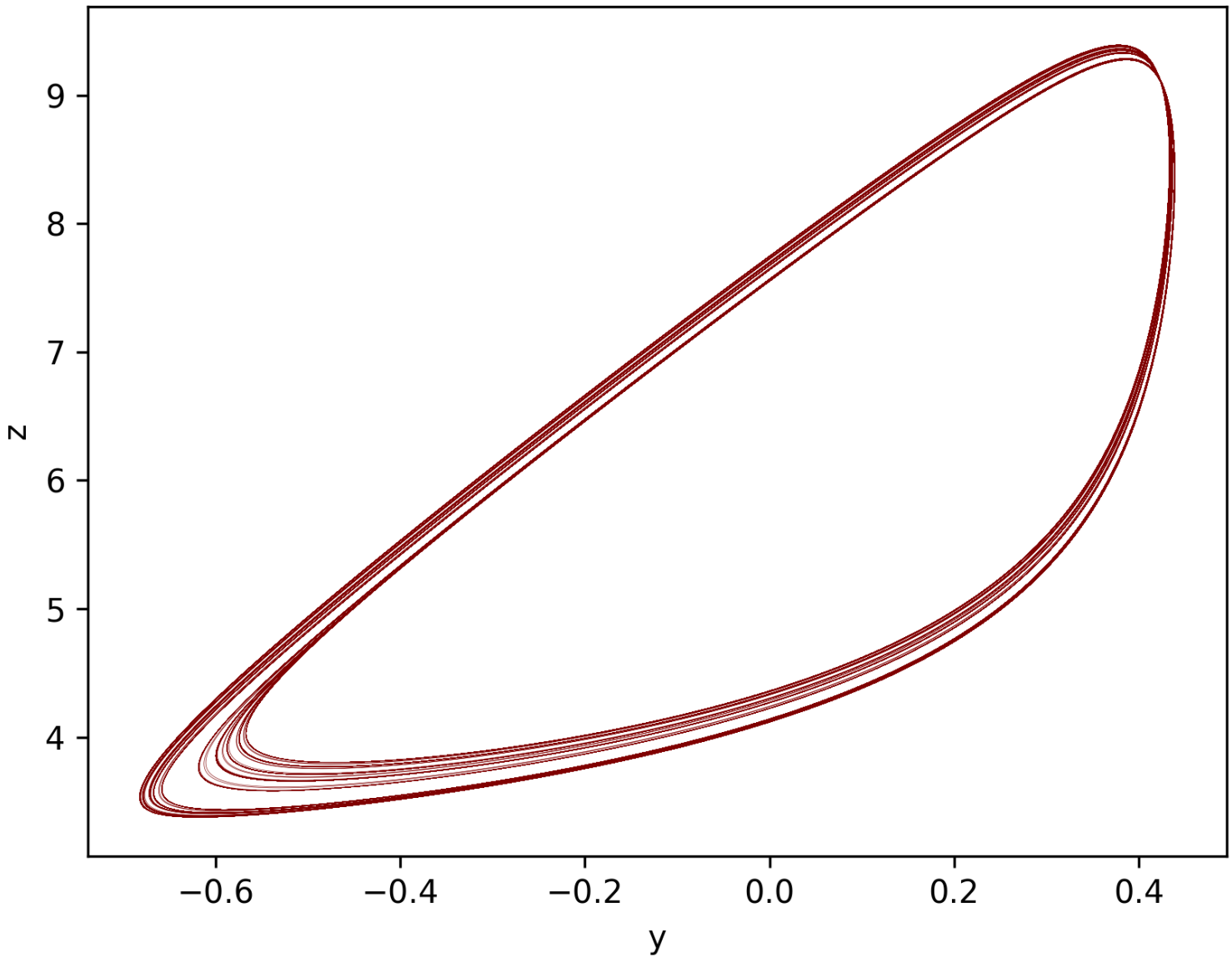
(35.3): a=0.8808, b=-0.48, d=-0.45, e=2.35, f=0.74 End=[120.1335, -0.0582, 2.2831]
StSt=(1.2257, 1.1384, 3.4884) Time=1160.0 Step=0.005 Start=0



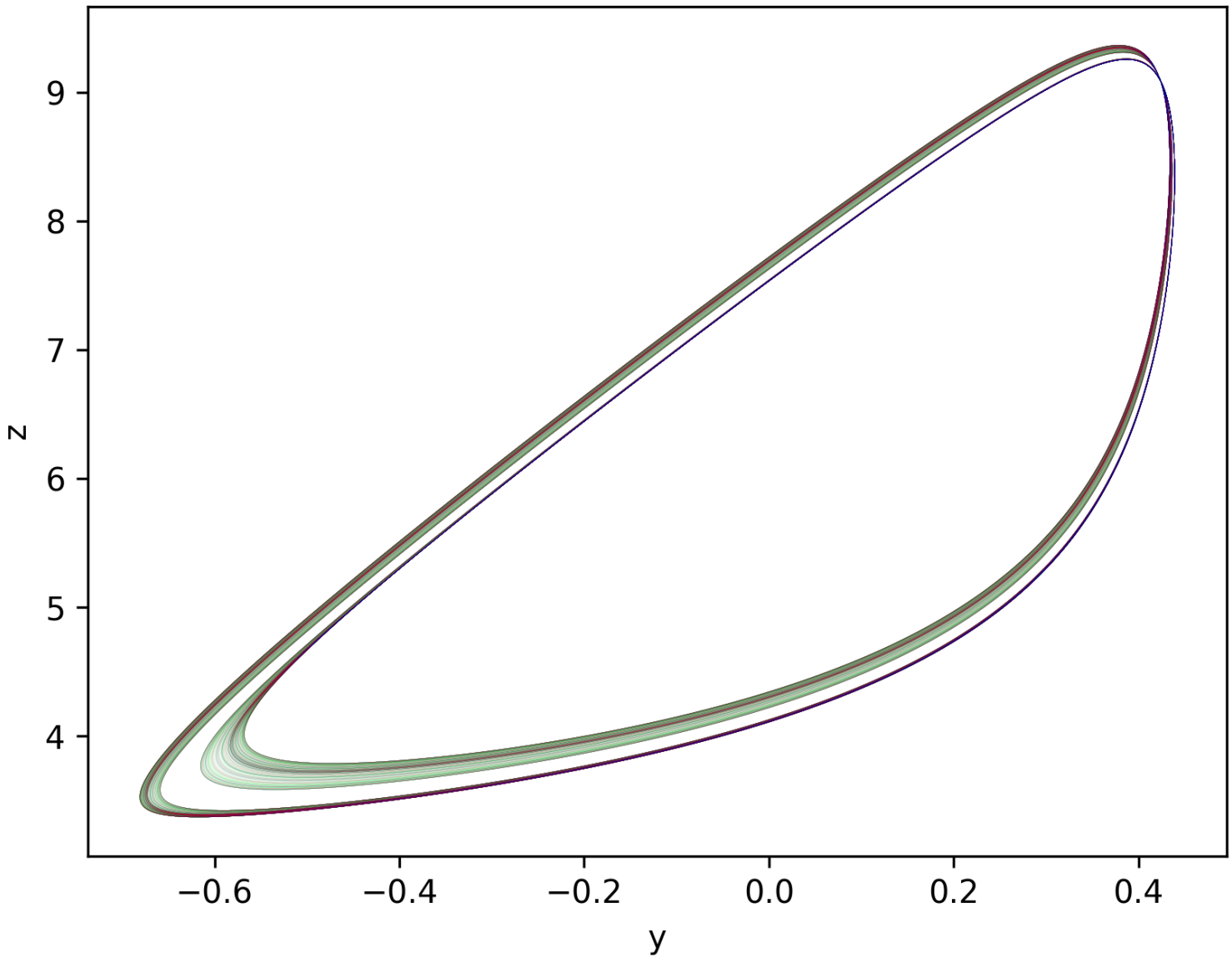
(27.5): a=0.457 b=1.67 c=1.47 d=2.04 e=2.43 f=2.36 m=0.14 n=2.85 r=0.11 s=0.49
End=(0.3423, -0.1929, 6.6389) StSt= Time=1000.0 Step=0.001 Begin=1000



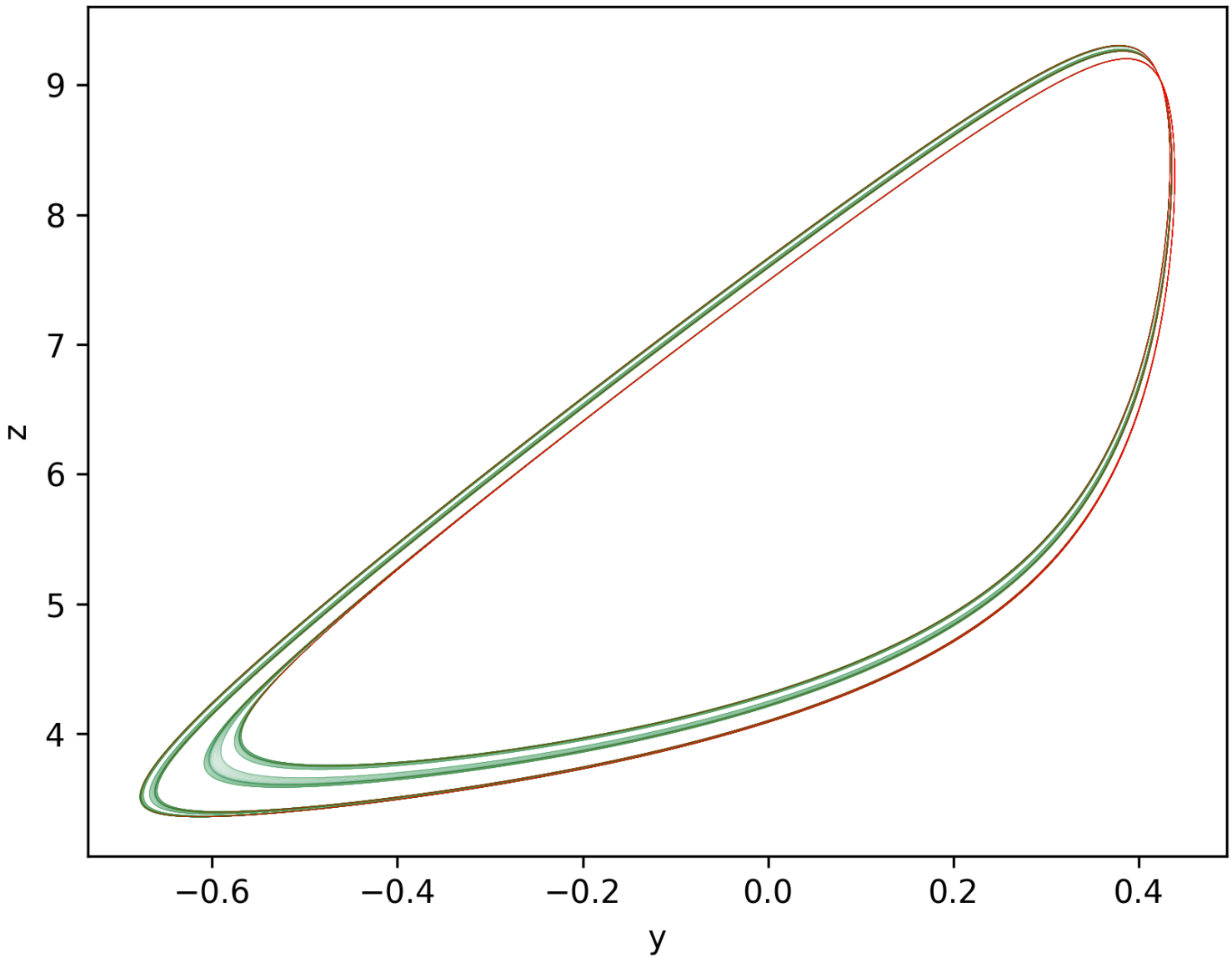
(27.5): a=0.457 b=1.701 c=1.47 d=2.04 e=2.43 f=2.36 m=0.14 n=2.85 r=0.11 s=0.49
End=(-0.0826, 0.337, 5.647) StSt= Time=4000.0 Step=0.001 Begin=4000



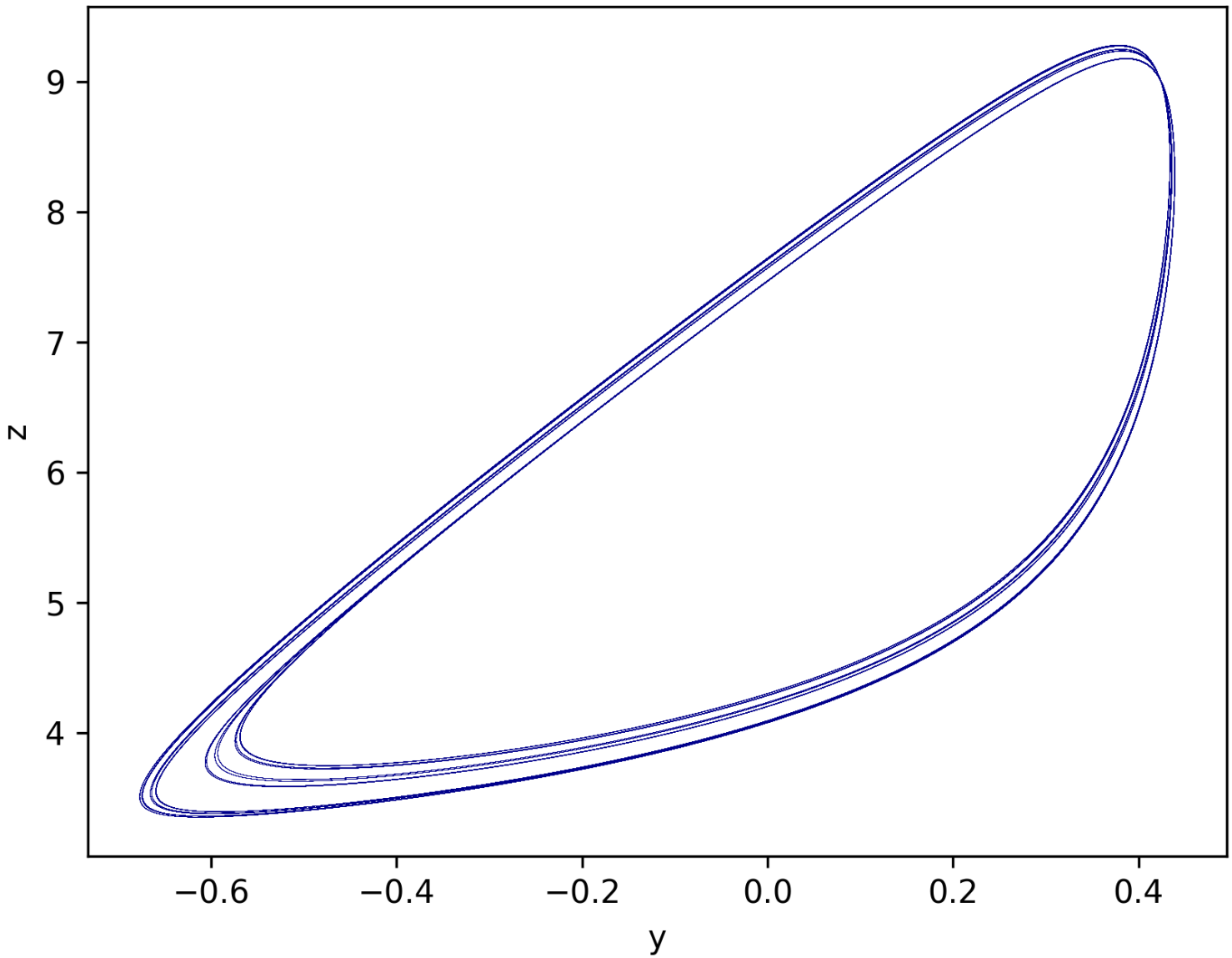
(27.5): a=0.457 b=1.705 c=1.47 d=2.04 e=2.43 f=2.36 m=0.14 n=2.85 r=0.11 s=0.49
End=(1.29437, 0.4261, 9.03607) StSt=(-0.2356, -0.3129, 1.8298) Time=1000.0 Step=0.002 Begin=1000



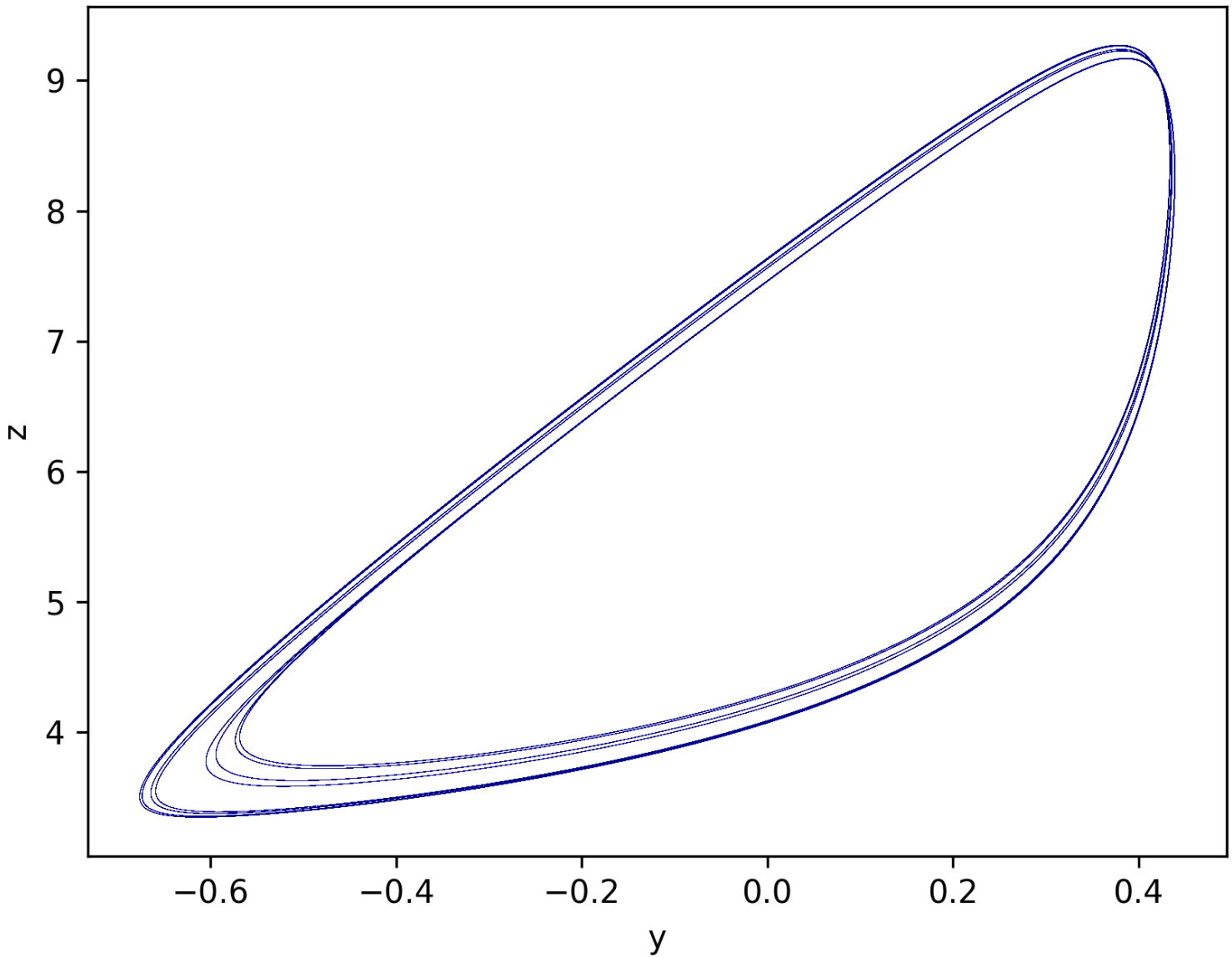
(27.5): a=0.457 b=1.714 c=1.47 d=2.04 e=2.43 f=2.36 m=0.14 n=2.85 r=0.11 s=0.49
End=(-0.79243, -0.66636, 3.71309) StSt=(-0.2331, -0.3121, 1.8147) Time=1000.0 Step=0.002 Begin=1000



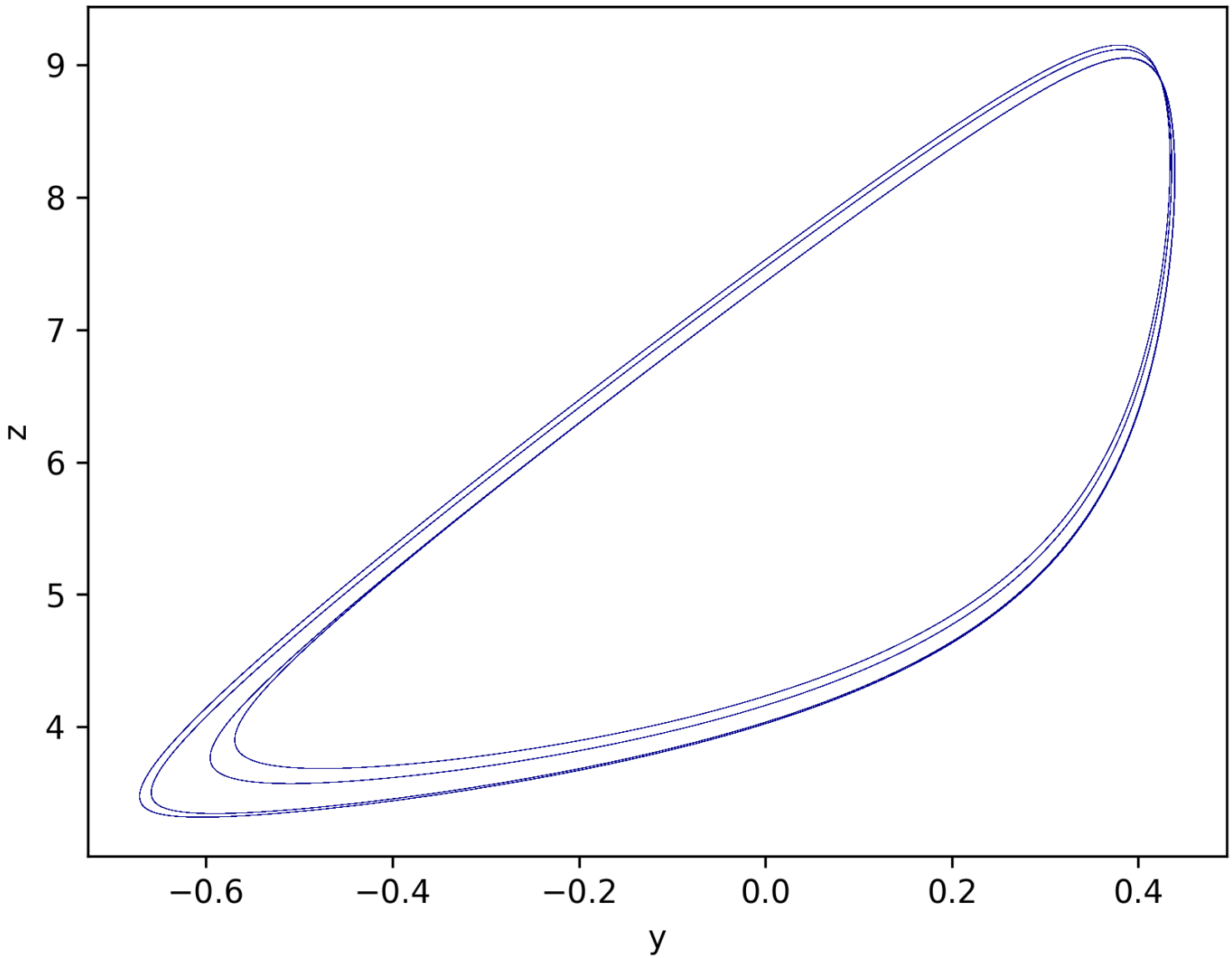
(27.5): a=0.457 b=1.718 c=1.47 d=2.04 e=2.43 f=2.36 m=0.14 n=2.85 r=0.11 s=0.49
End=(1.3872, 0.41929, 9.0615) StSt=(-0.232, -0.3118, 1.8081) Time=2000.0 Step=0.002 Begin=2000



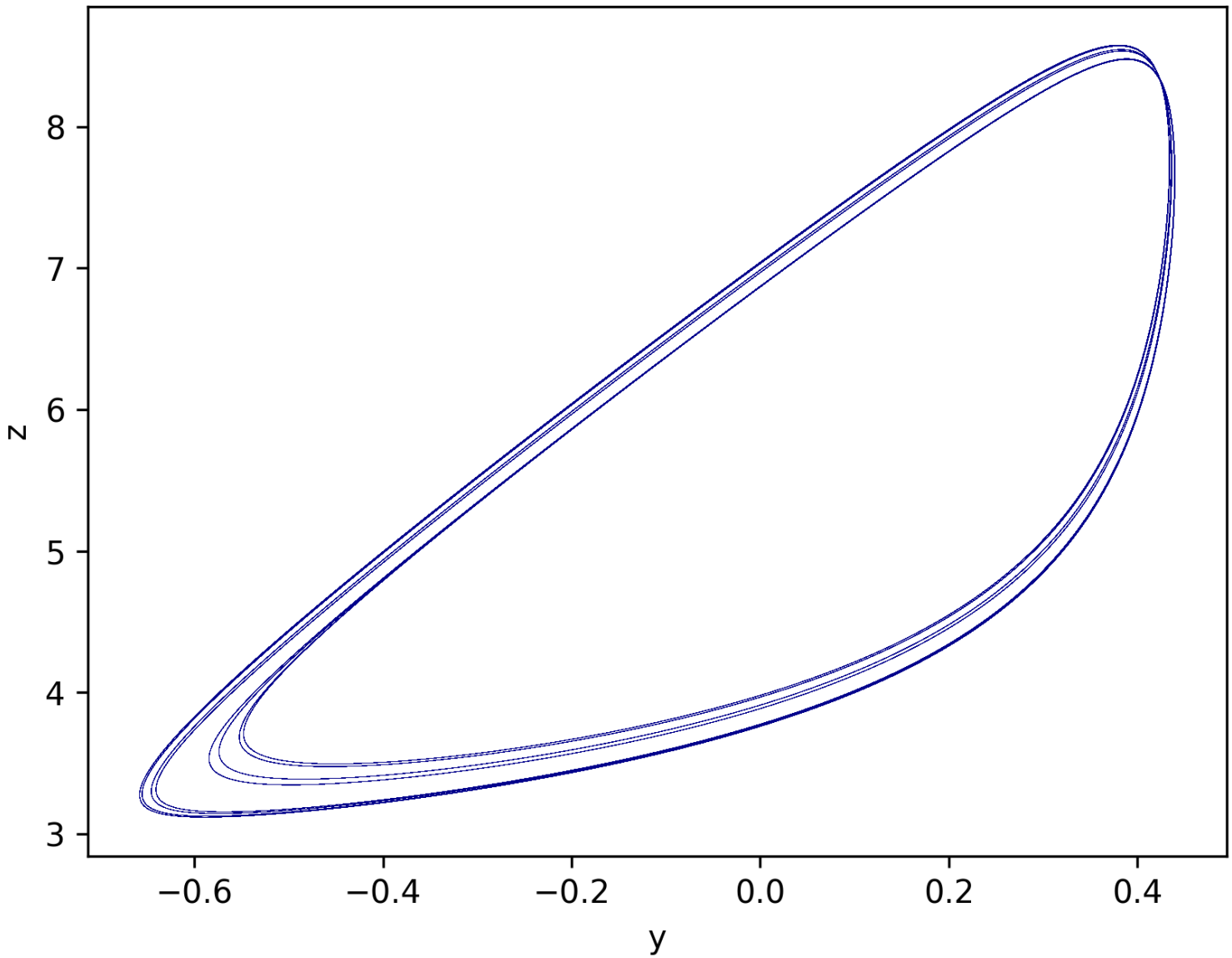
(27.5): a=0.457 b=1.72 c=1.47 d=2.04 e=2.43 f=2.36 m=0.14 n=2.85 r=0.11 s=0.49
End=(-0.82567, -0.67353, 3.54067) StSt=(-0.2314, -0.3116, 1.8048) Time=1000.0 Step=0.002 Begin=1000



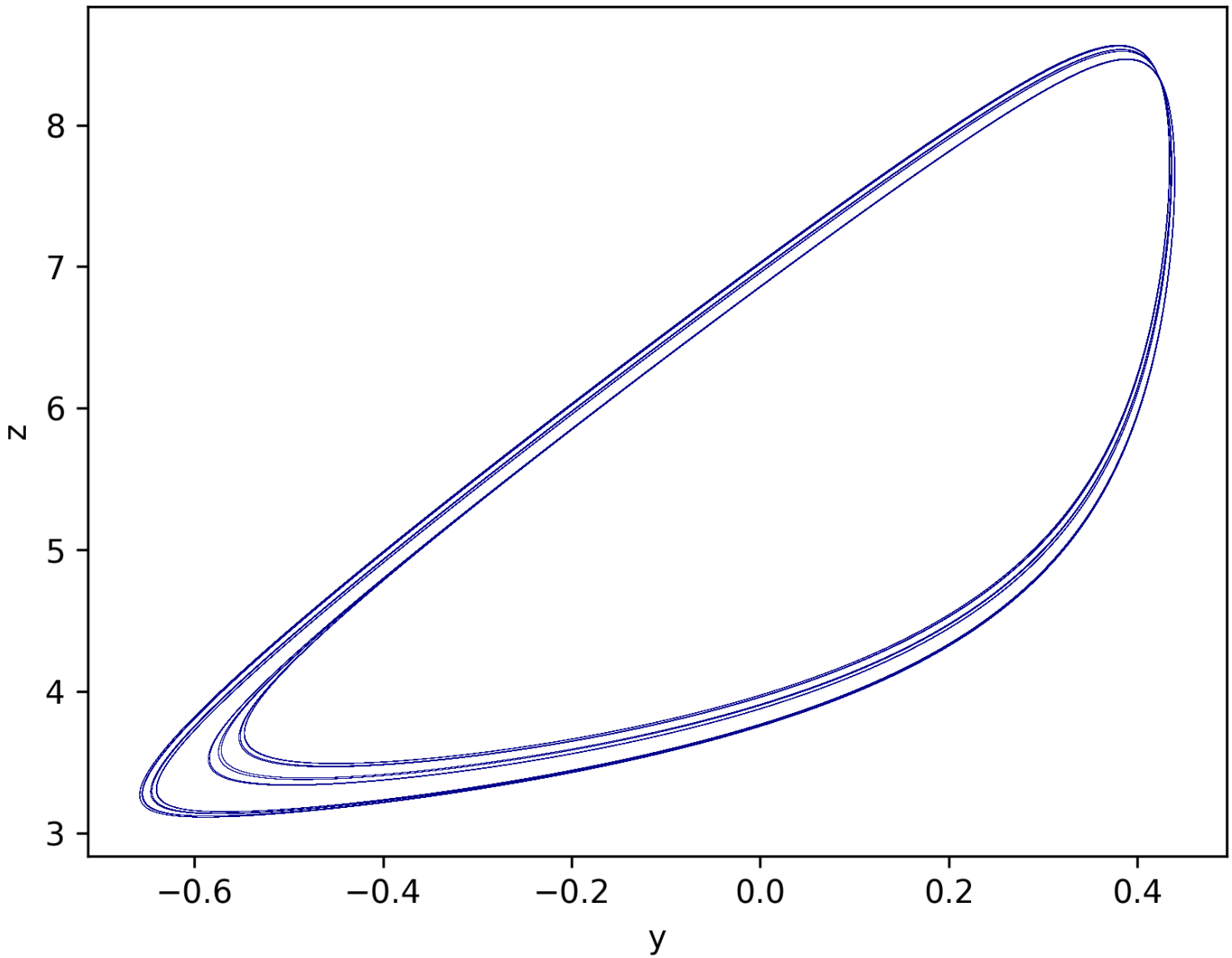
(27.5): a=0.457 b=1.74 c=1.47 d=2.04 e=2.43 f=2.36 m=0.14 n=2.85 r=0.11 s=0.49
End=(-0.45192, -0.52174, 4.43238) StSt=(-0.2261, -0.31, 1.7724) Time=1000.0 Step=0.002 Begin=800



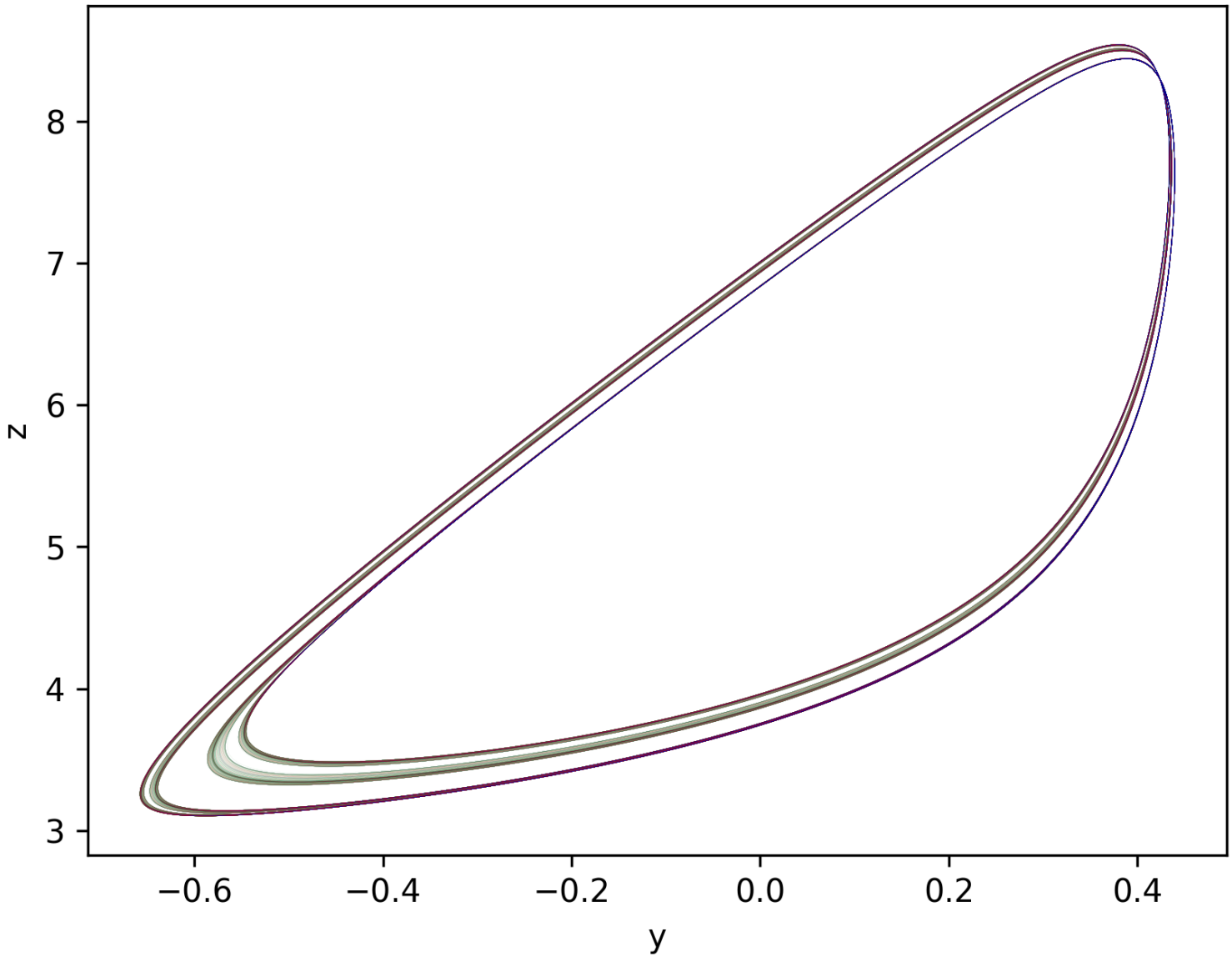
(27.5): a=0.457 b=1.85 c=1.47 d=2.04 e=2.43 f=2.36 m=0.14 n=2.85 r=0.11 s=0.49
End=(0.00176, -0.32763, 5.18637) StSt=(-0.2006, -0.3022, 1.6135) Time=4000.0 Step=0.002 Begin=2000



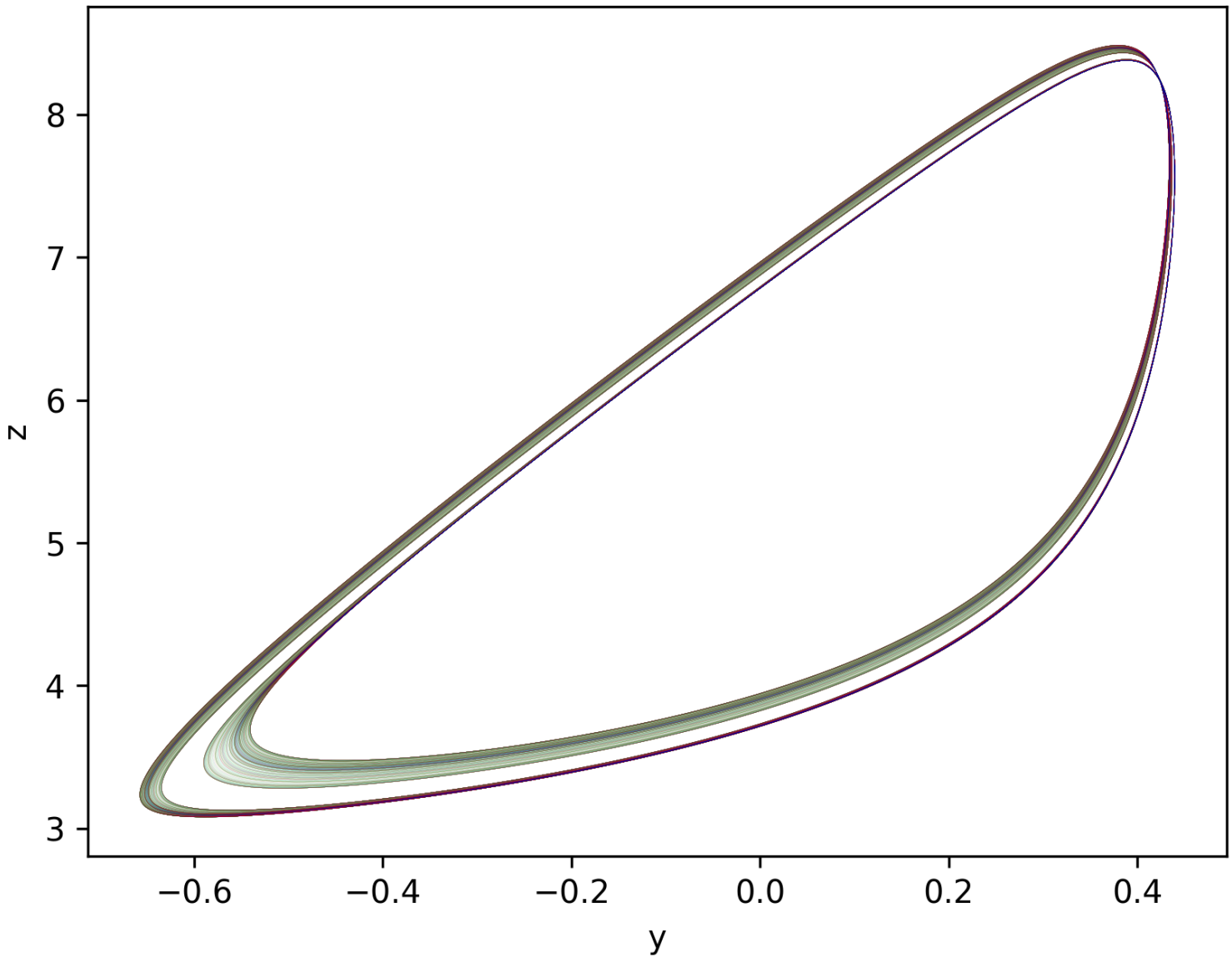
(27.5): a=0.457 b=1.853 c=1.47 d=2.04 e=2.43 f=2.36 m=0.14 n=2.85 r=0.11 s=0.49
End=(0.67483, 0.4345, 7.02972) StSt=(-0.2, -0.302, 1.6095) Time=4000.0 Step=0.002 Begin=2000



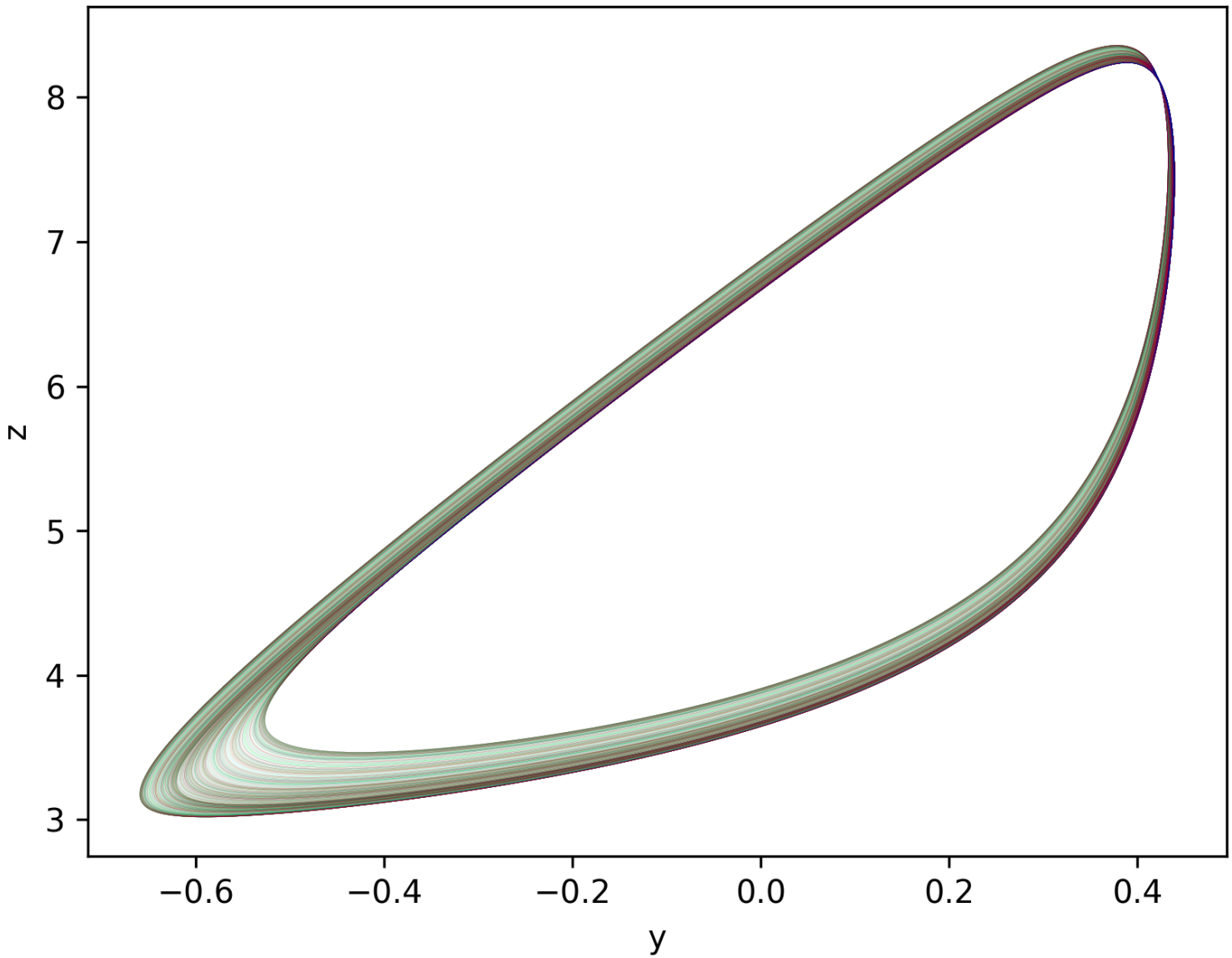
(27.5): a=0.457 b=1.858 c=1.47 d=2.04 e=2.43 f=2.36 m=0.14 n=2.85 r=0.11 s=0.49
End=(-0.6173, -0.2866, 3.5594) StSt= Time=1000.0 Step=0.001 Begin=1000

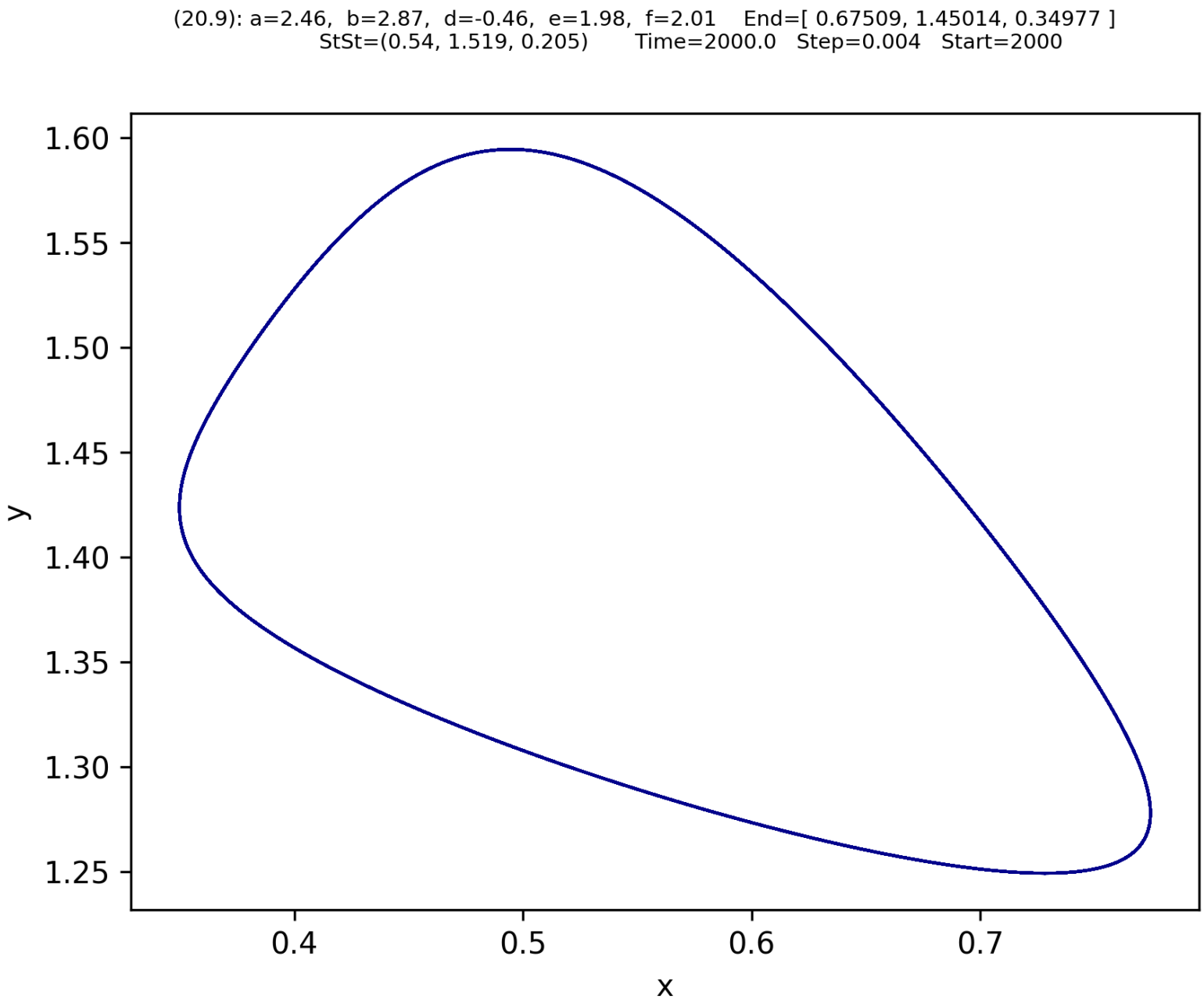


(27.5): a=0.457 b=1.87 c=1.47 d=2.04 e=2.43 f=2.36 m=0.14 n=2.85 r=0.11 s=0.49
End=(0.5646, 0.4241, 6.8168)   StSt=   Time=1000.0   Step=0.001   Begin=1000

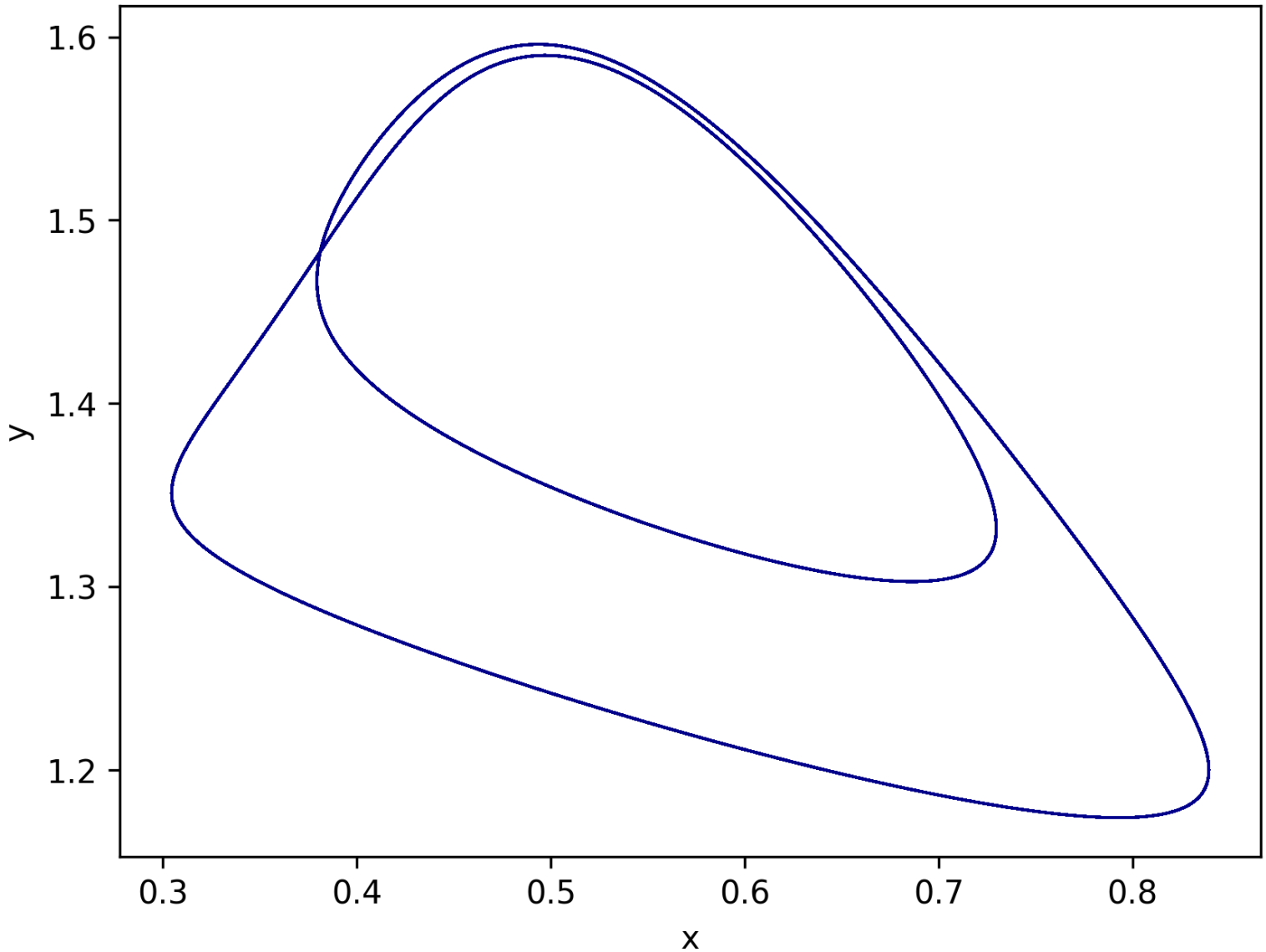


(27.5): a=0.457 b=1.9 c=1.47 d=2.04 e=2.43 f=2.36 m=0.14 n=2.85 r=0.11 s=0.49
End=(-0.6017, -0.2109, 3.3814) StSt= Time=1000.0 Step=0.001 Begin=1000

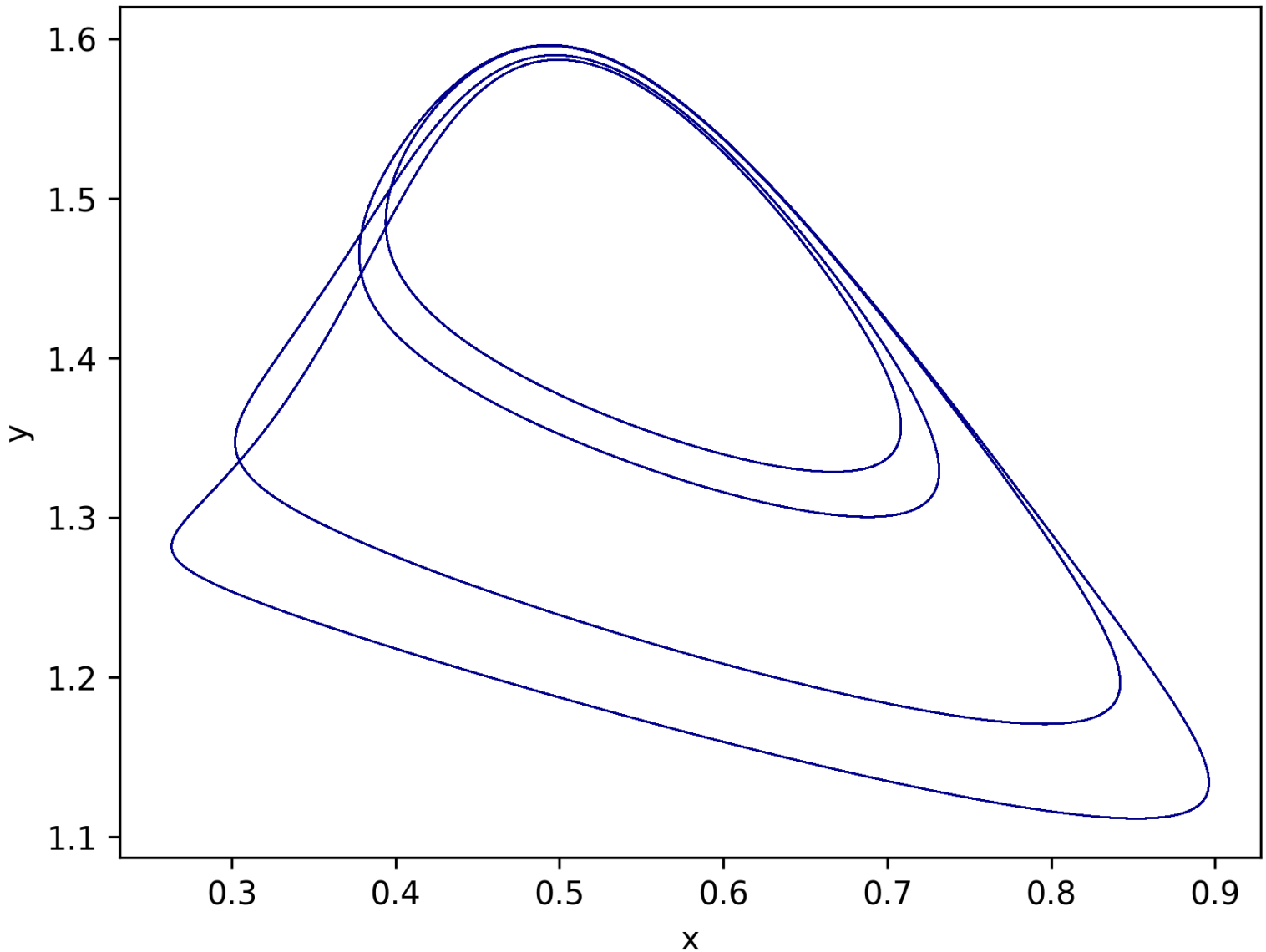


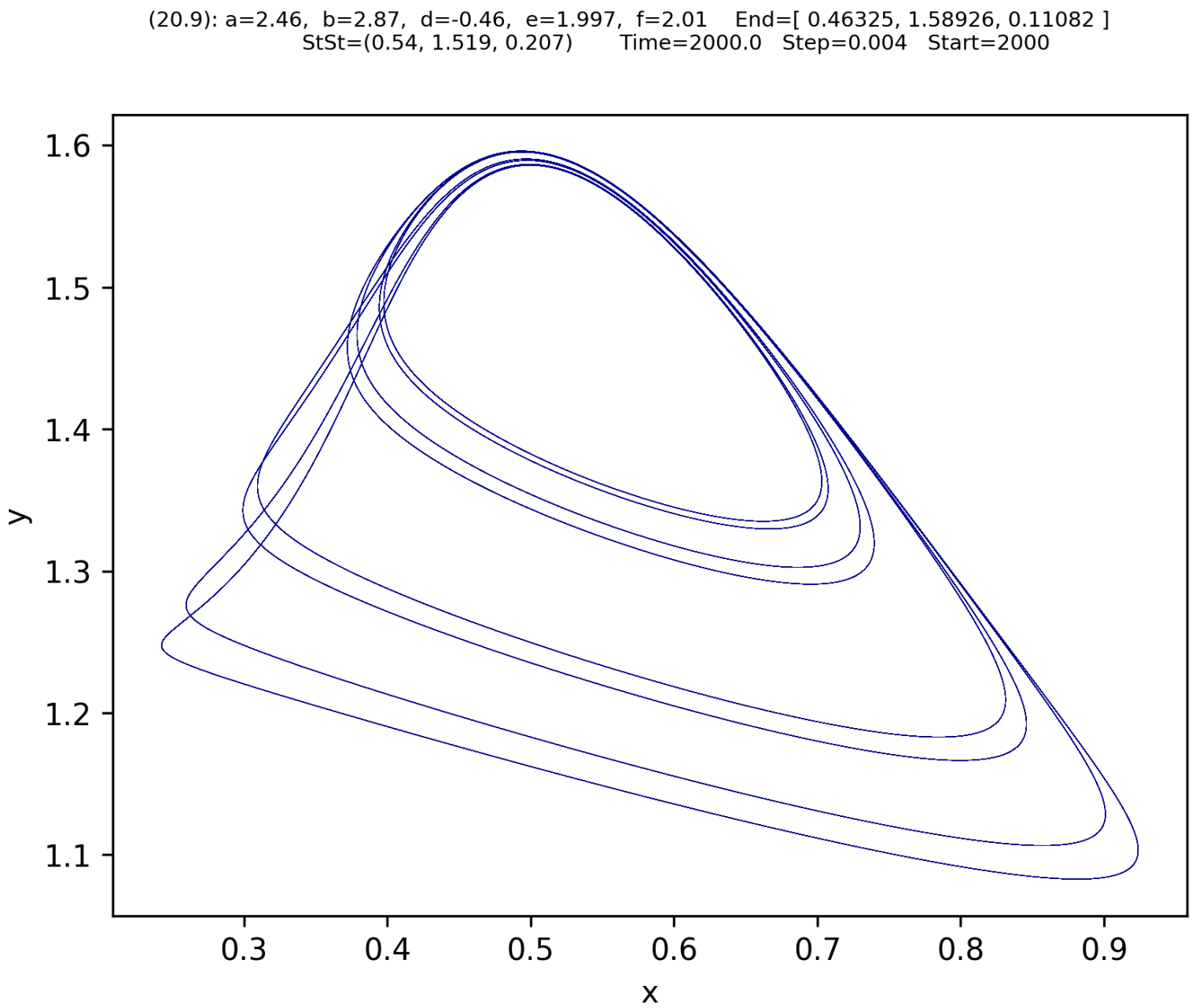

(20.9): a=2.46, b=2.87, d=-0.46, e=1.98, f=2.01 End=[0.67509, 1.45014, 0.34977]
StSt=(0.54, 1.519, 0.205) Time=2000.0 Step=0.004 Start=2000
1.60
1.55
1.50
1.45
1.40
1.35
1.30
1.25
y
0.4
0.5
0.6
0.7
x

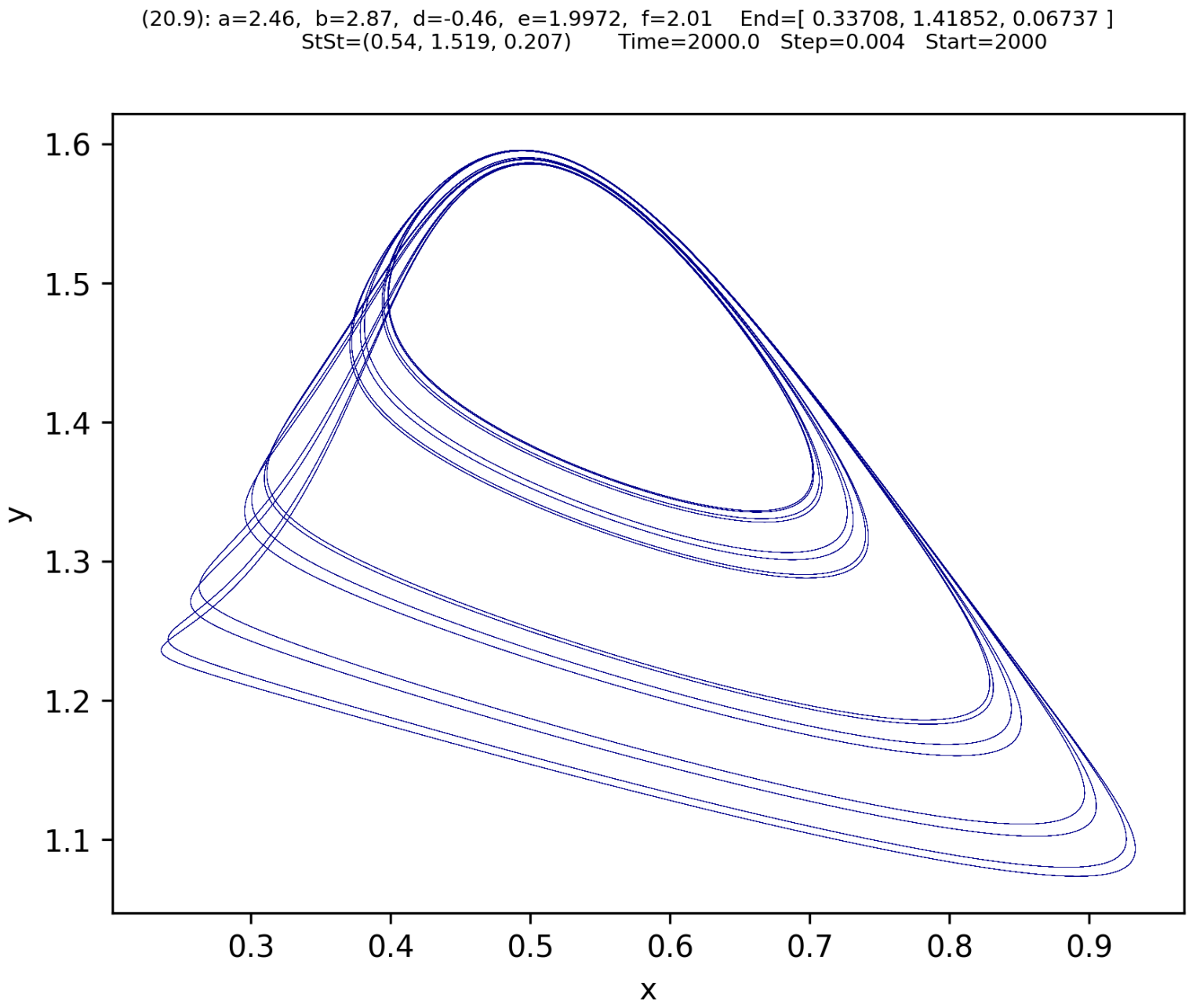
(20.9): a=2.46, b=2.87, d=-0.46, e=1.99, f=2.01   End=[0.72286, 1.31311, 0.54503]
StSt=(0.54, 1.519, 0.206)   Time=2000.0   Step=0.004   Start=2000



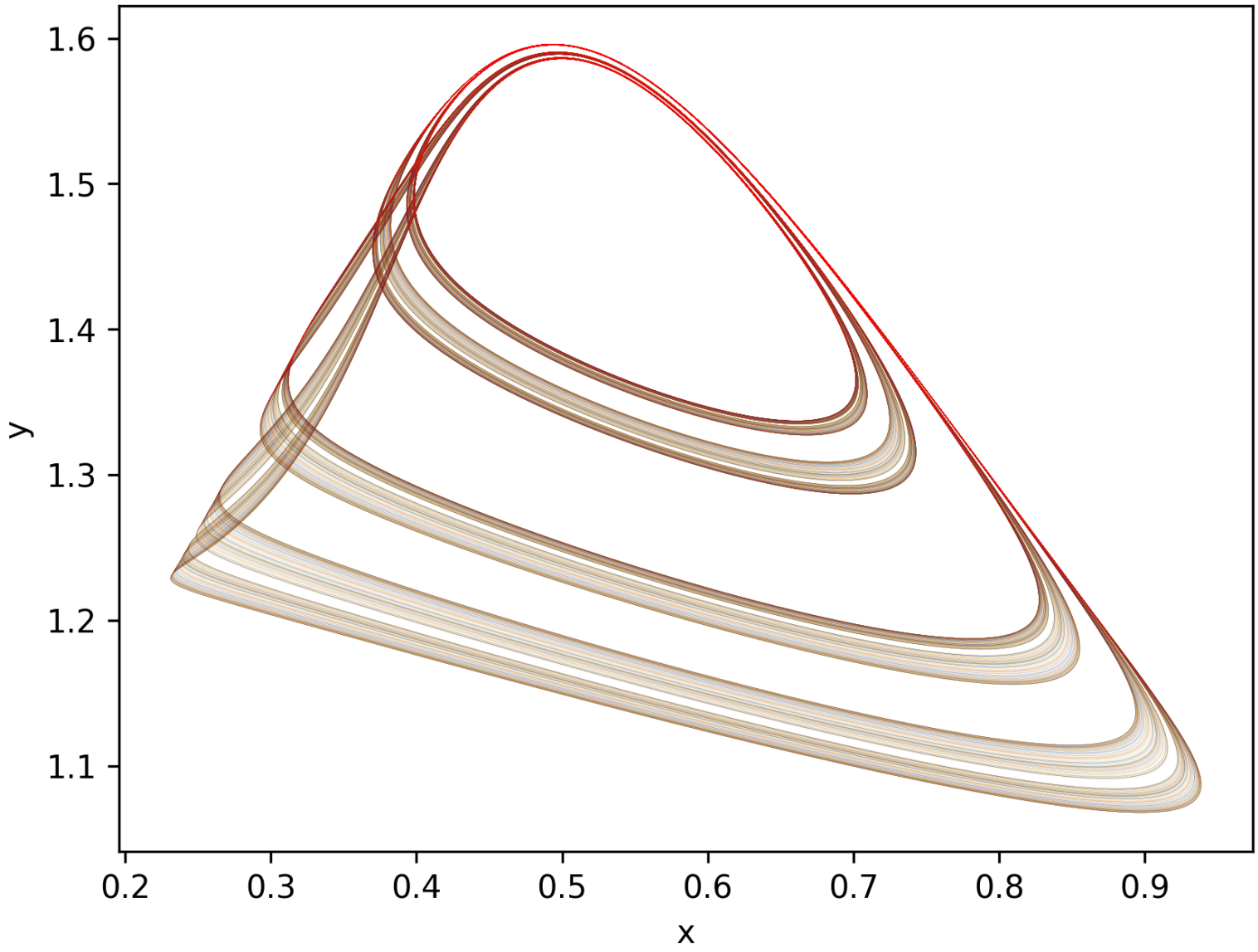
(20.9): a=2.46, b=2.87, d=-0.46, e=1.996, f=2.01   End=[0.55113, 1.57156, 0.1855]
StSt=(0.54, 1.519, 0.207)   Time=2000.0   Step=0.004   Start=2000



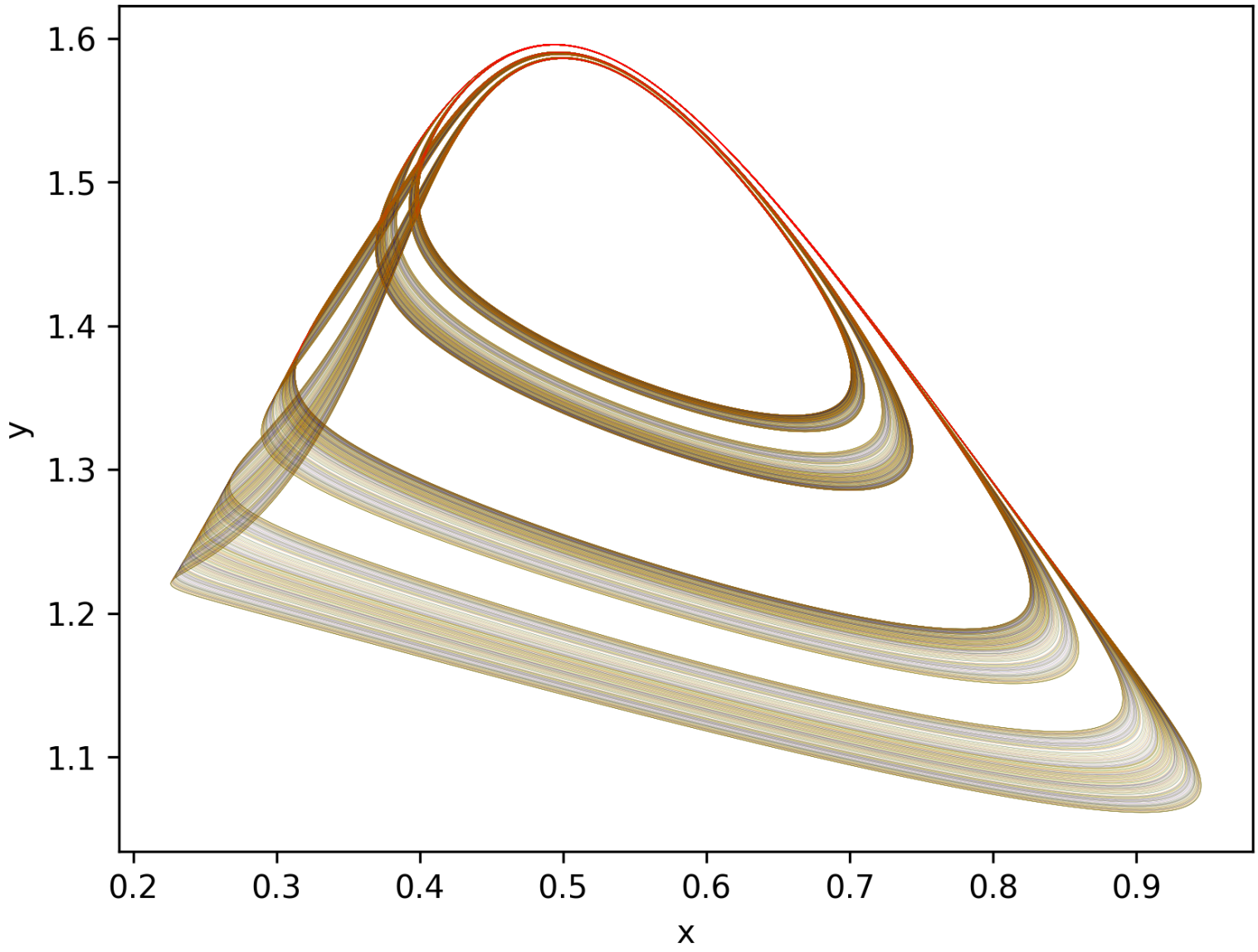

(20.9): a=2.46, b=2.87, d=-0.46, e=1.997, f=2.01 End=[0.46325, 1.58926, 0.11082]
StSt=(0.54, 1.519, 0.207) Time=2000.0 Step=0.004 Start=2000
1.6
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
y
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
x


(20.9): a=2.46, b=2.87, d=-0.46, e=1.9972, f=2.01 End=[0.33708, 1.41852, 0.06737]
StSt=(0.54, 1.519, 0.207) Time=2000.0 Step=0.004 Start=2000
1.6
1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
y
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
x

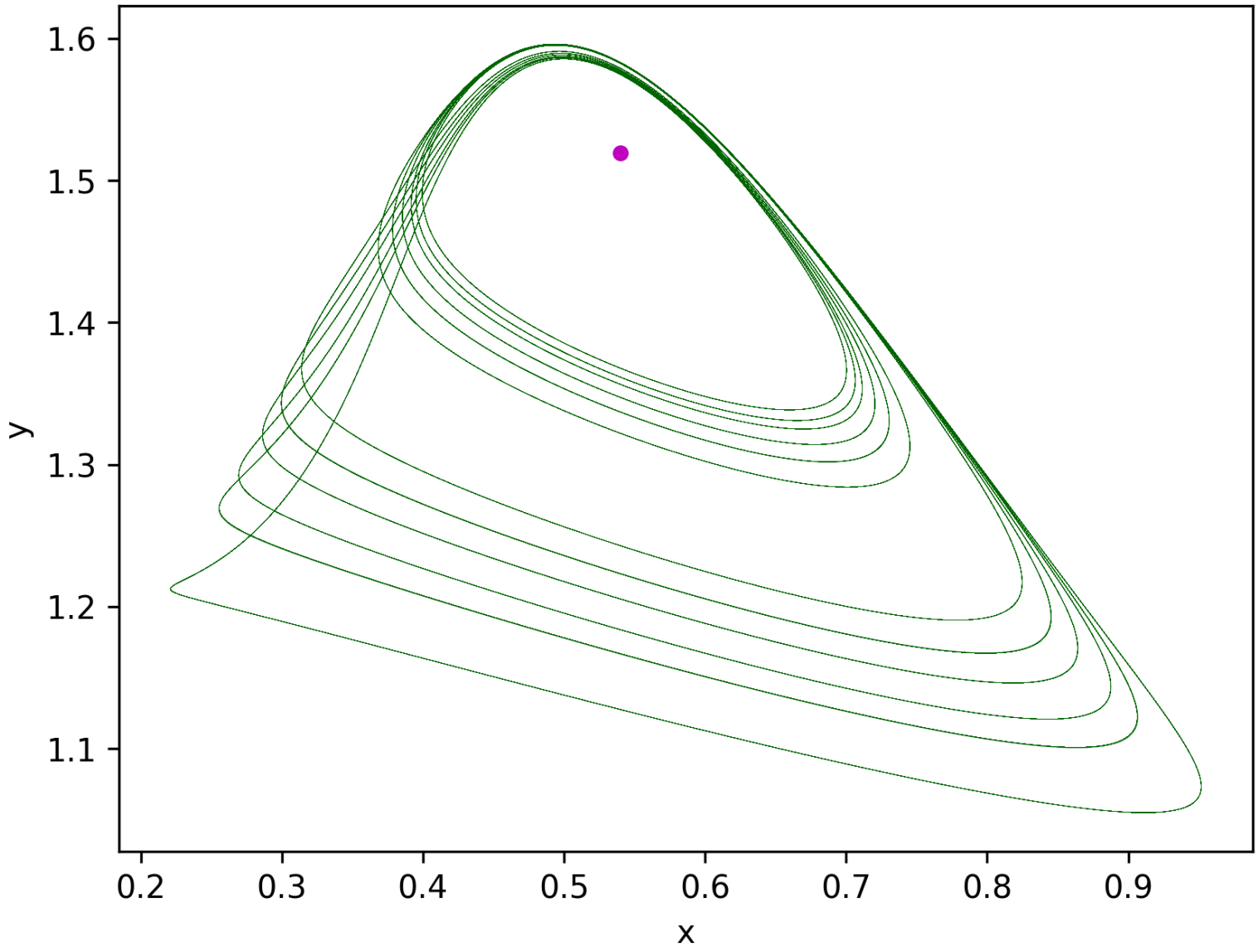
(20.9): a=2.46, b=2.87, d=-0.46, e=1.9973, f=2.01   End=[0.40157, 1.51074, 0.09932]
StSt=(0.54, 1.519, 0.207)   Time=2000.0   Step=0.004   Start=1000



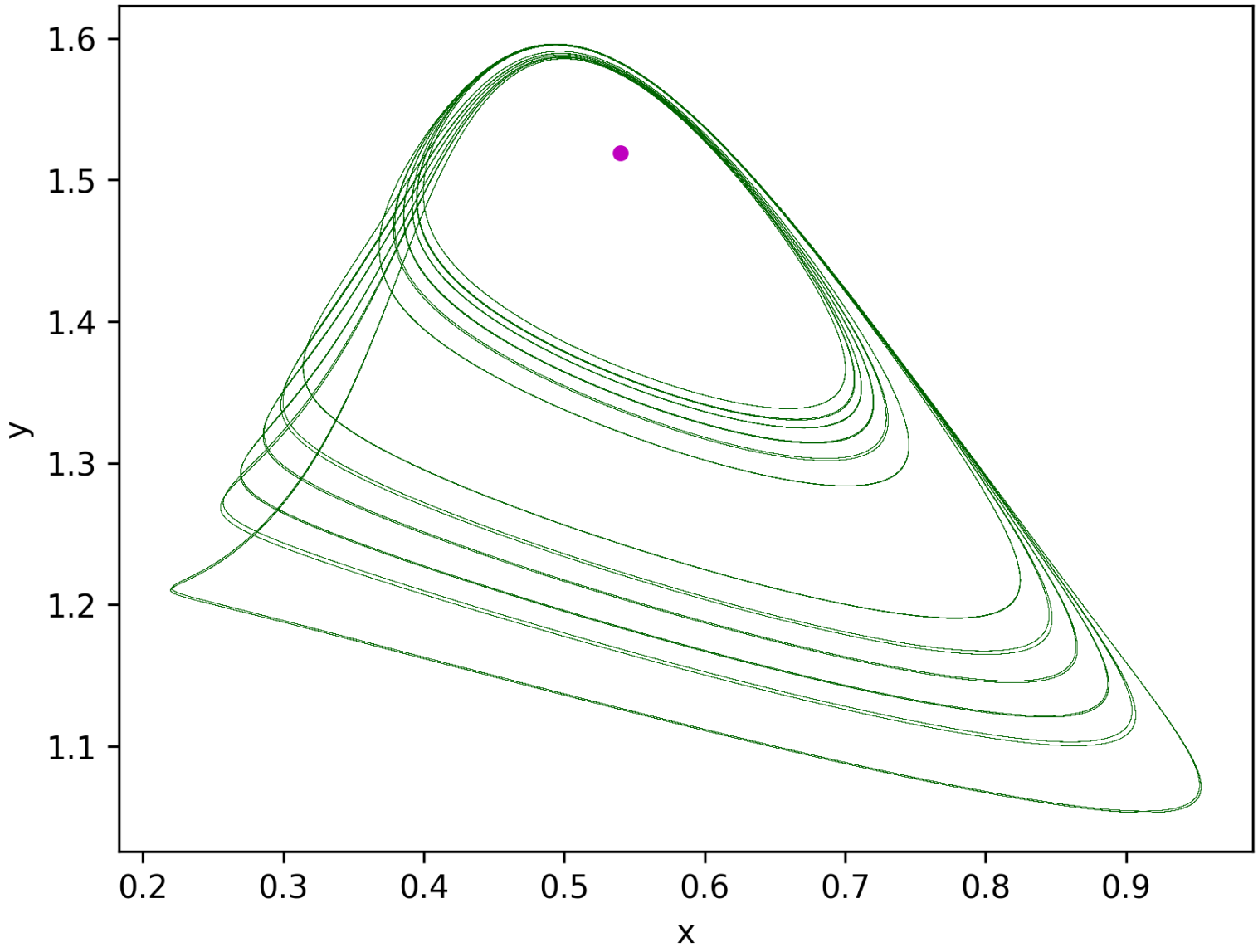
(20.9): a=2.46, b=2.87, d=-0.46, e=1.9974, f=2.01   End=[0.62431, 1.15723, 0.90368]
StSt=(0.54, 1.519, 0.207)   Time=3000.0   Step=0.004   Start=1000



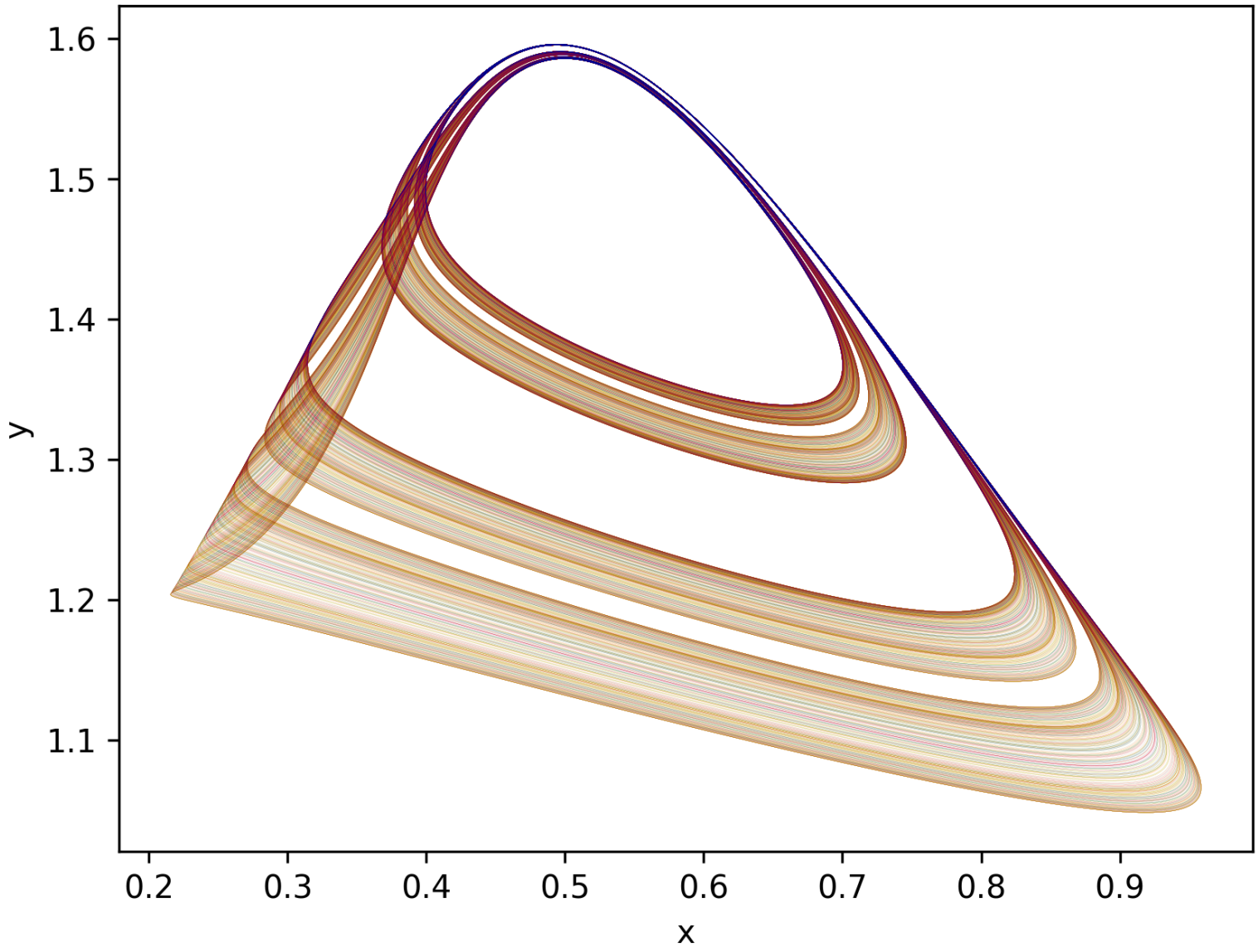
(20.9): a=2.46, b=2.87, d=-0.46, e=1.99748, f=2.01   End=[0.37528, 1.41678, 0.06647]
StSt=(0.54, 1.519, 0.207)   Time=4000.0   Step=0.002   Start=40000



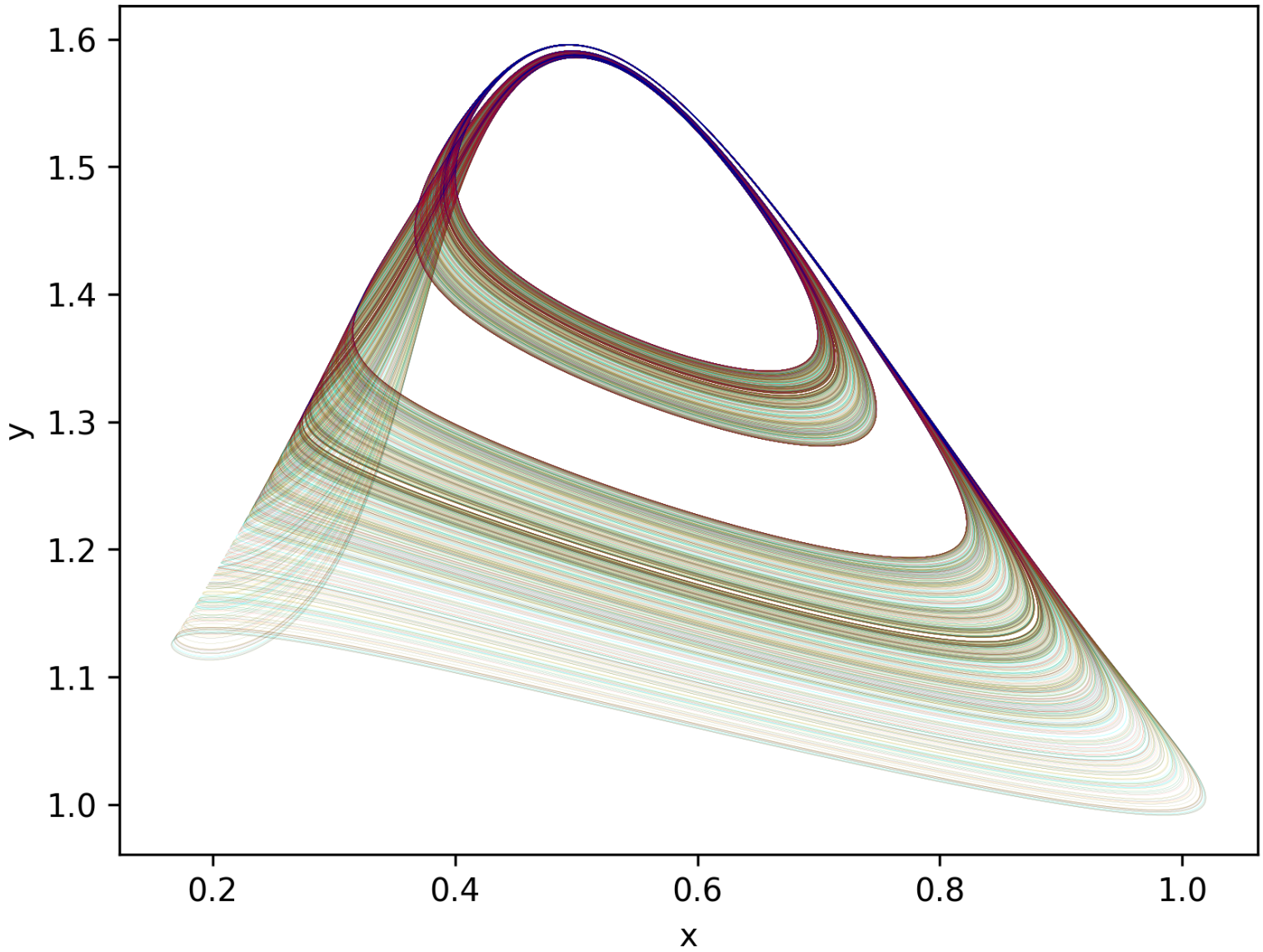
(20.9): a=2.46, b=2.87, d=-0.46, e=1.9975, f=2.01   End=[0.60013, 1.34787, 0.41792]
StSt=(0.54, 1.519, 0.207)   Time=4000.0   Step=0.001   Start=40000



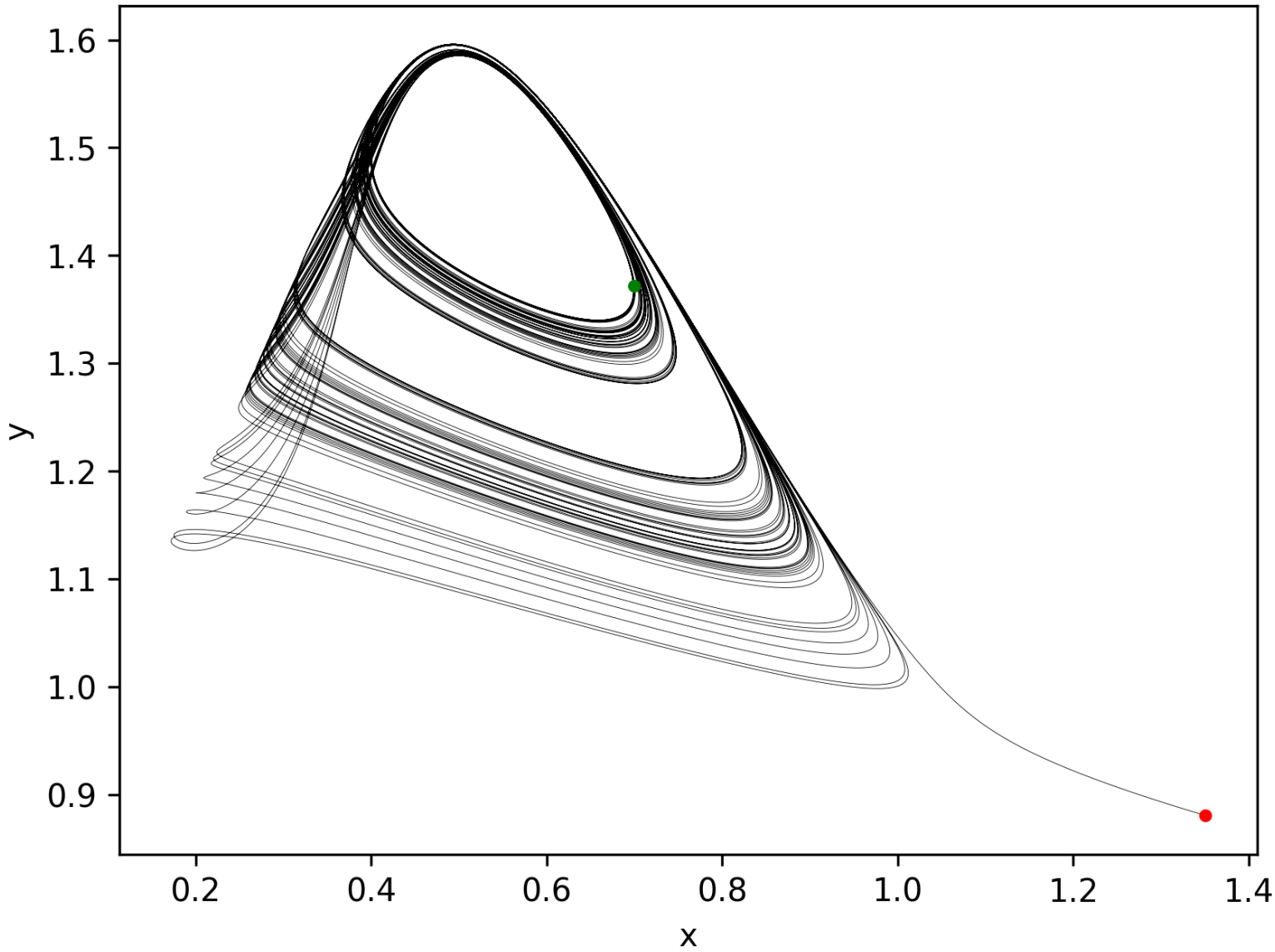
(20.9): a=2.46, b=2.87, d=-0.46, e=1.99755, f=2.01   End=[0.69255, 1.39774, 0.41525]
StSt=(0.54, 1.519, 0.207)   Time=3000.0   Step=0.004   Start=1000



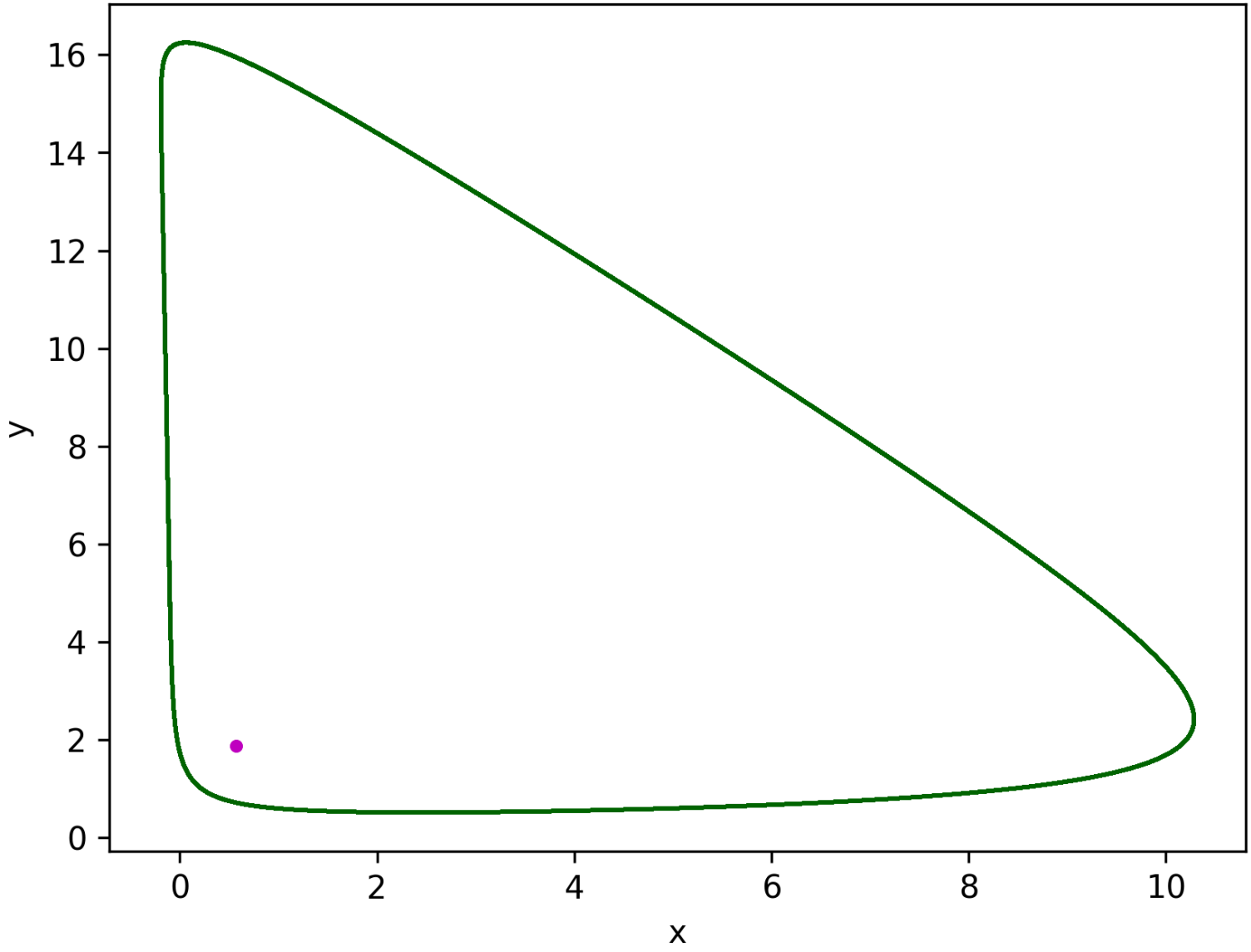
(20.9): a=2.46, b=2.87, d=-0.46, e=1.9978, f=2.01   End=[0.42183, 1.55444, 0.09138]
StSt=(0.54, 1.519, 0.207)   Time=3000.0   Step=0.004   Start=1000



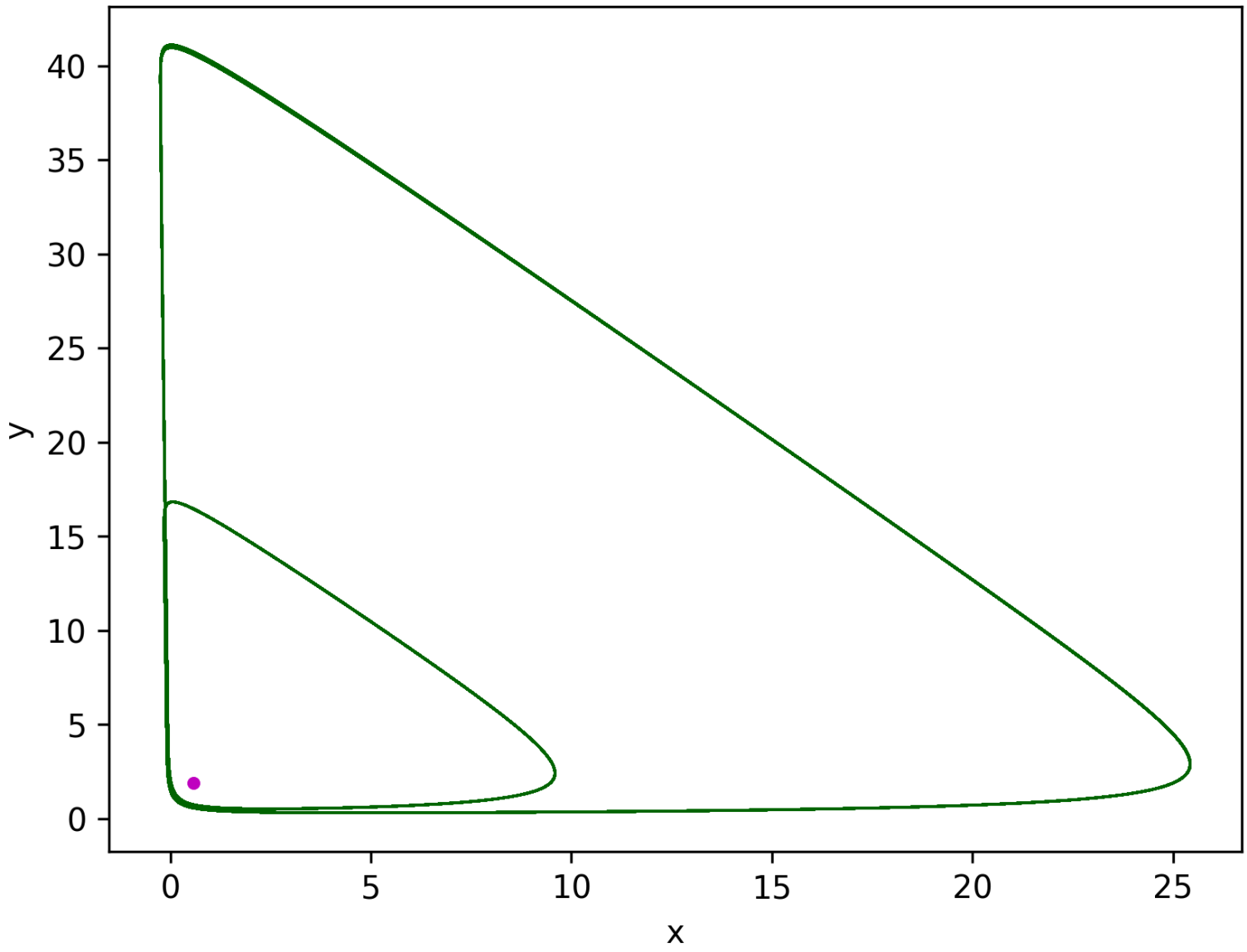
(20.9): a=2.46, b=2.87, d=-0.46, e=1.99784, f=2.01   End=[1.35068, 0.8804, 2.77448]
StSt=(0.54, 1.519, 0.207)   Time=792.0   Step=0.004   Start=0



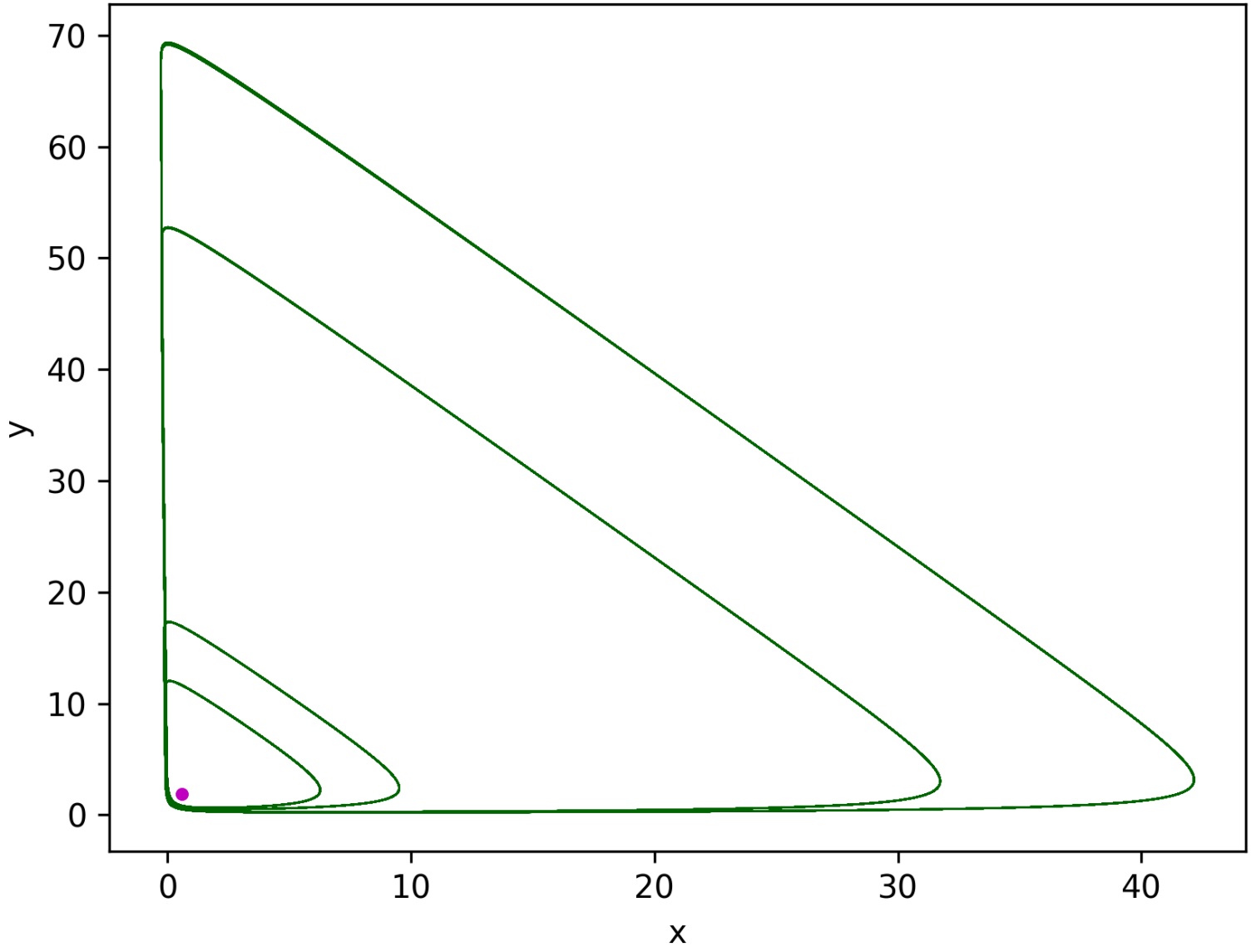
(14.1): a=1.4, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=1000.0   Step=0.001 Start=1000   End=[2.64298, 0.51359, 1.33682]



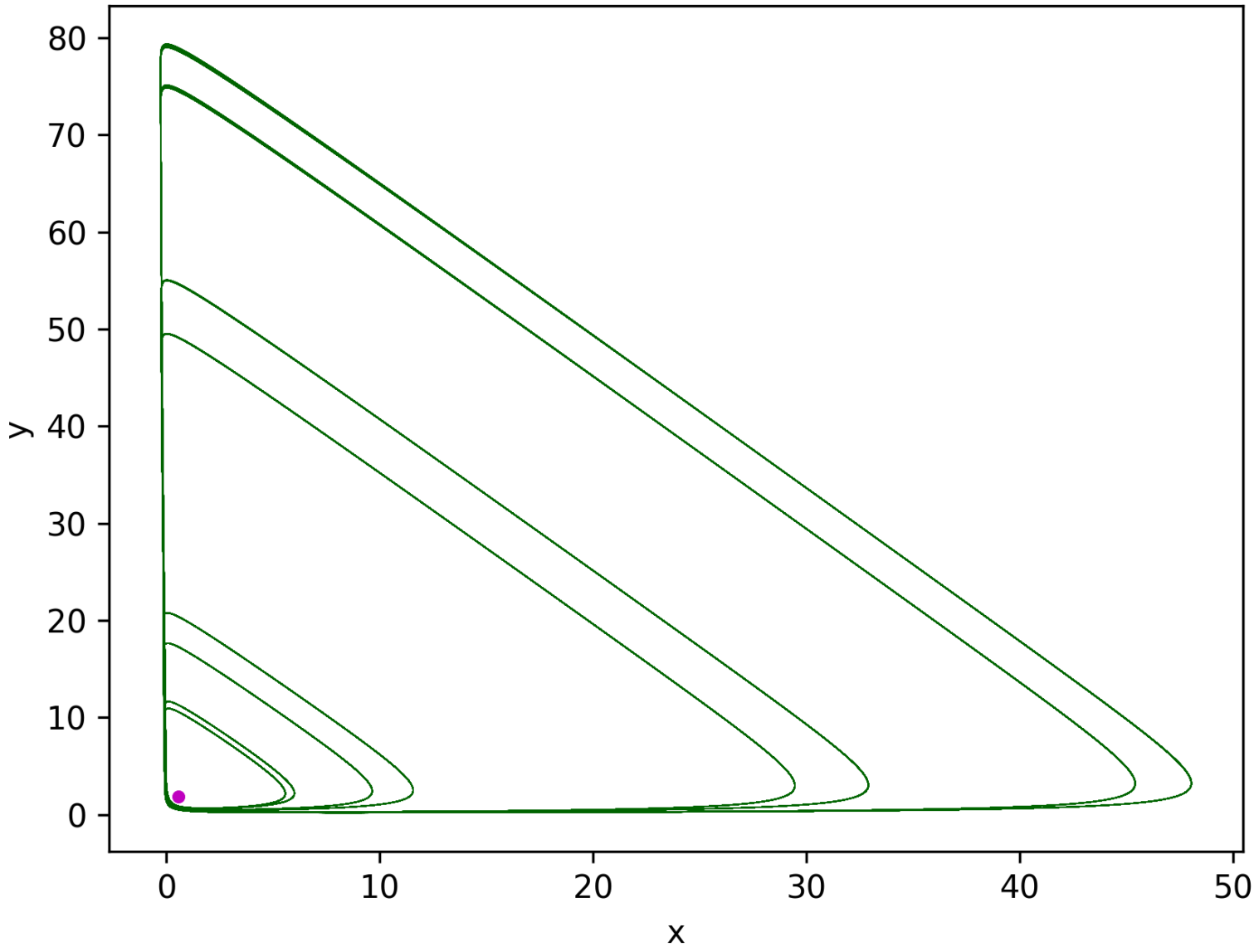
(14.1): a=1.55, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=1000.0   Step=0.001 Start=1000   End=[-0.06432, 4.62706, 1.48108]



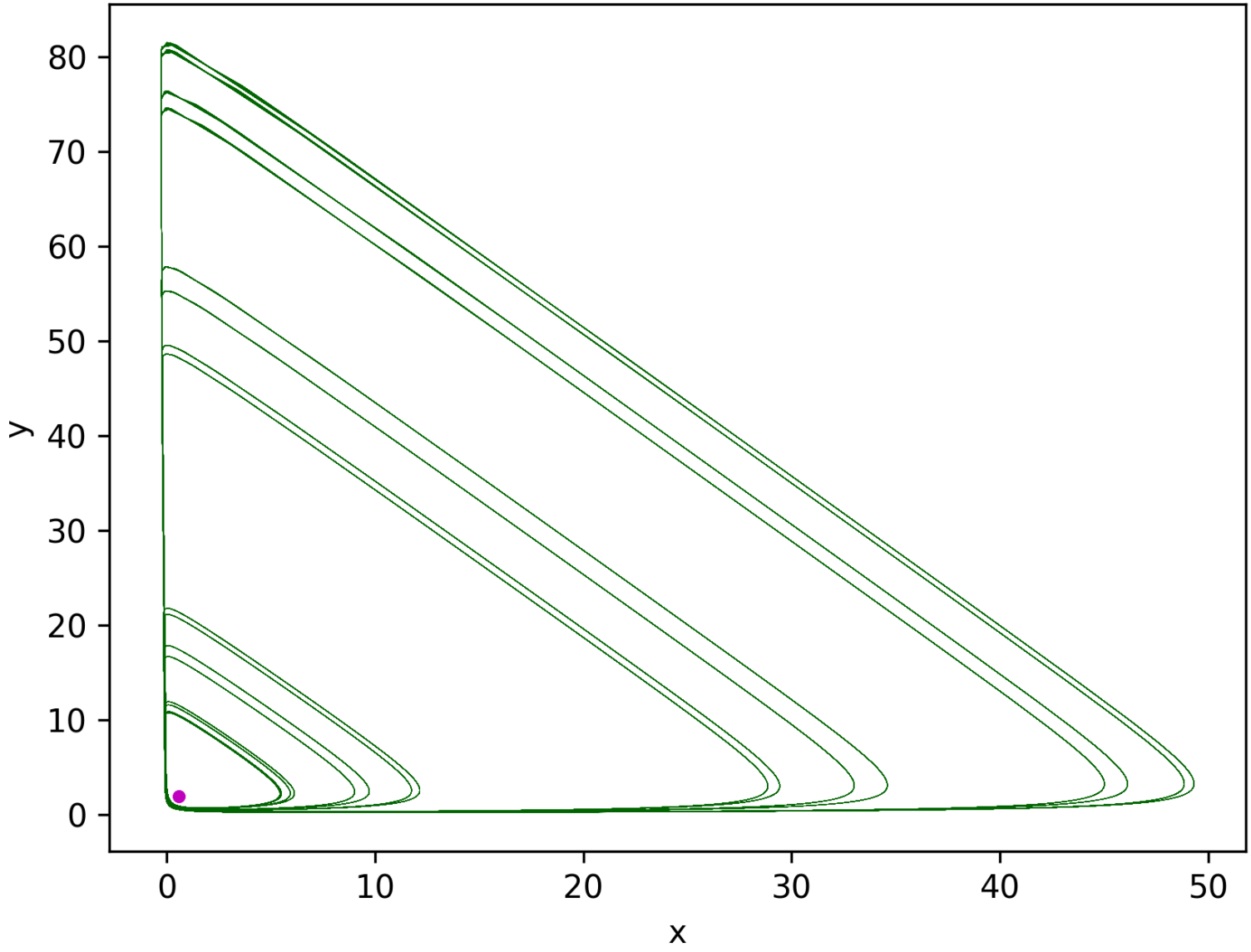
(14.1): a=1.61, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=1000.0   Step=0.0004 Start=1000   End=[0.10484, 1.40681, 0.68248]



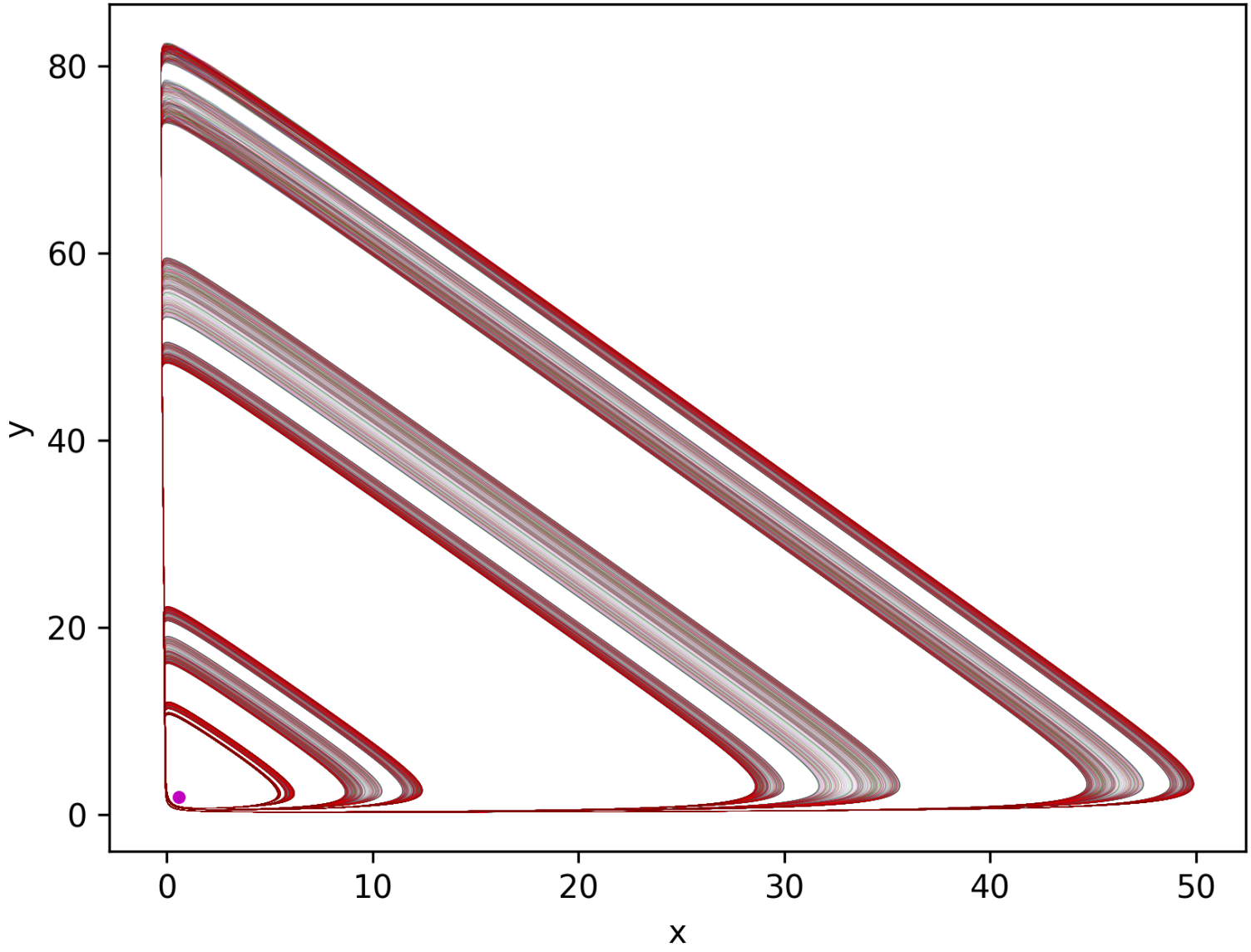
(14.1): a=1.623, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=2000.0   Step=0.0004 Start=1000   End=[-0.05044, 9.47564, 2.31779]



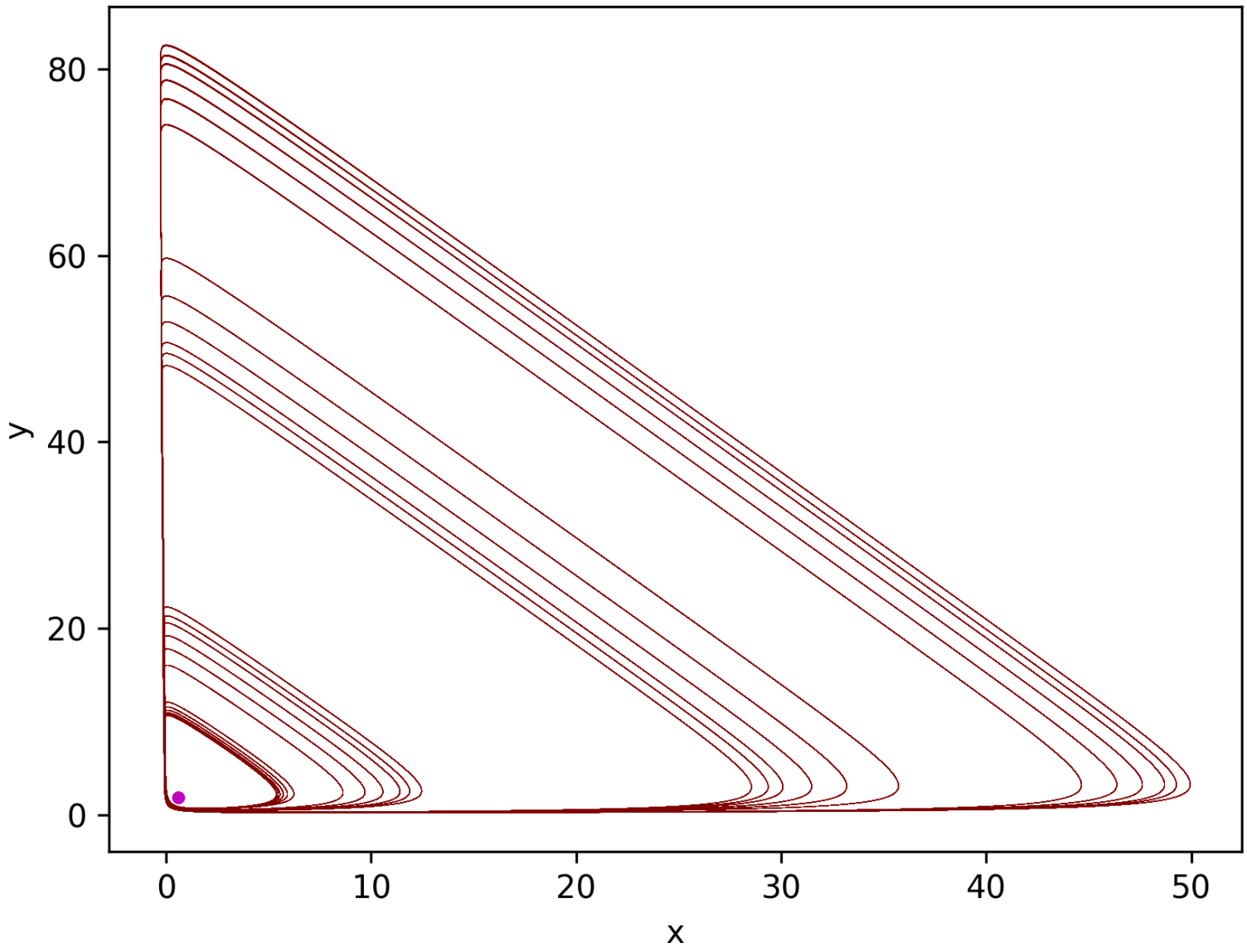
(14.1): a=1.6255, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=2000.0   Step=0.0004 Start=1000   End=[19.43247, 0.23558, 15.18313]

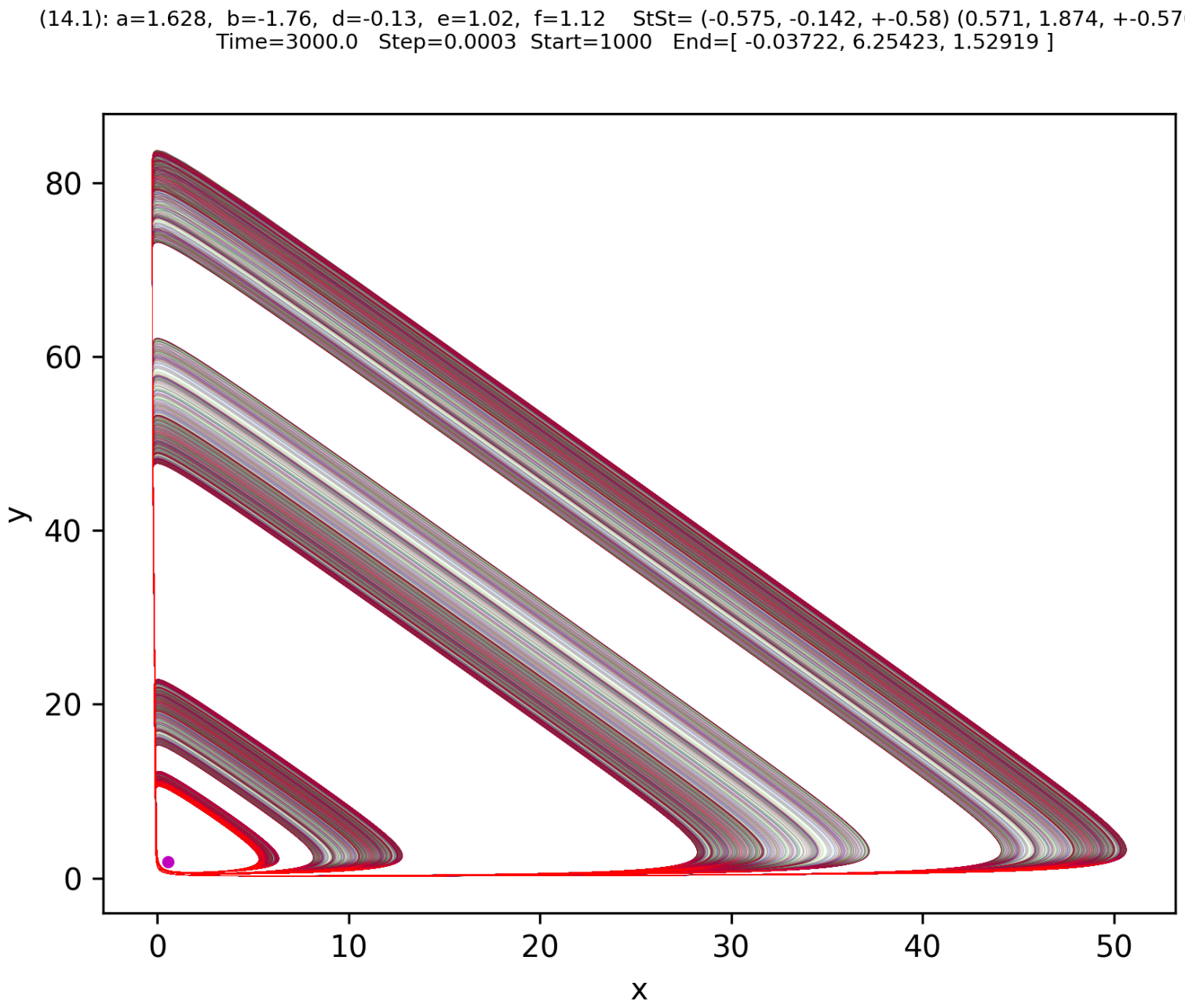


(14.1): a=1.6266, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=2000.0   Step=0.0004 Start=1000   End=[0.05403, 1.22969, 0.72568]

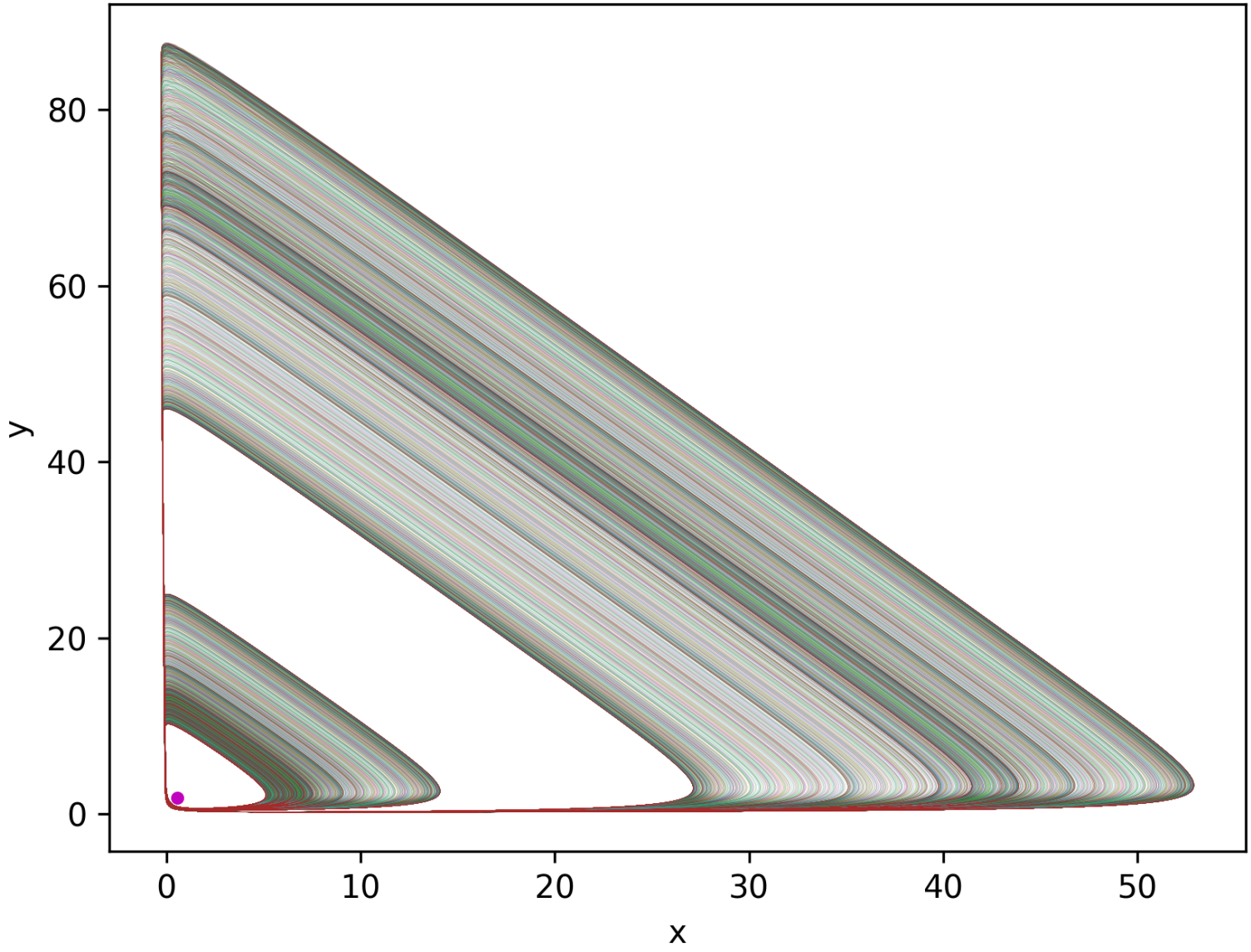


(14.1): a=1.6267, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=4000.0   Step=0.0002 Start=1000   End=[4.20987, 0.2154, 2.28595]

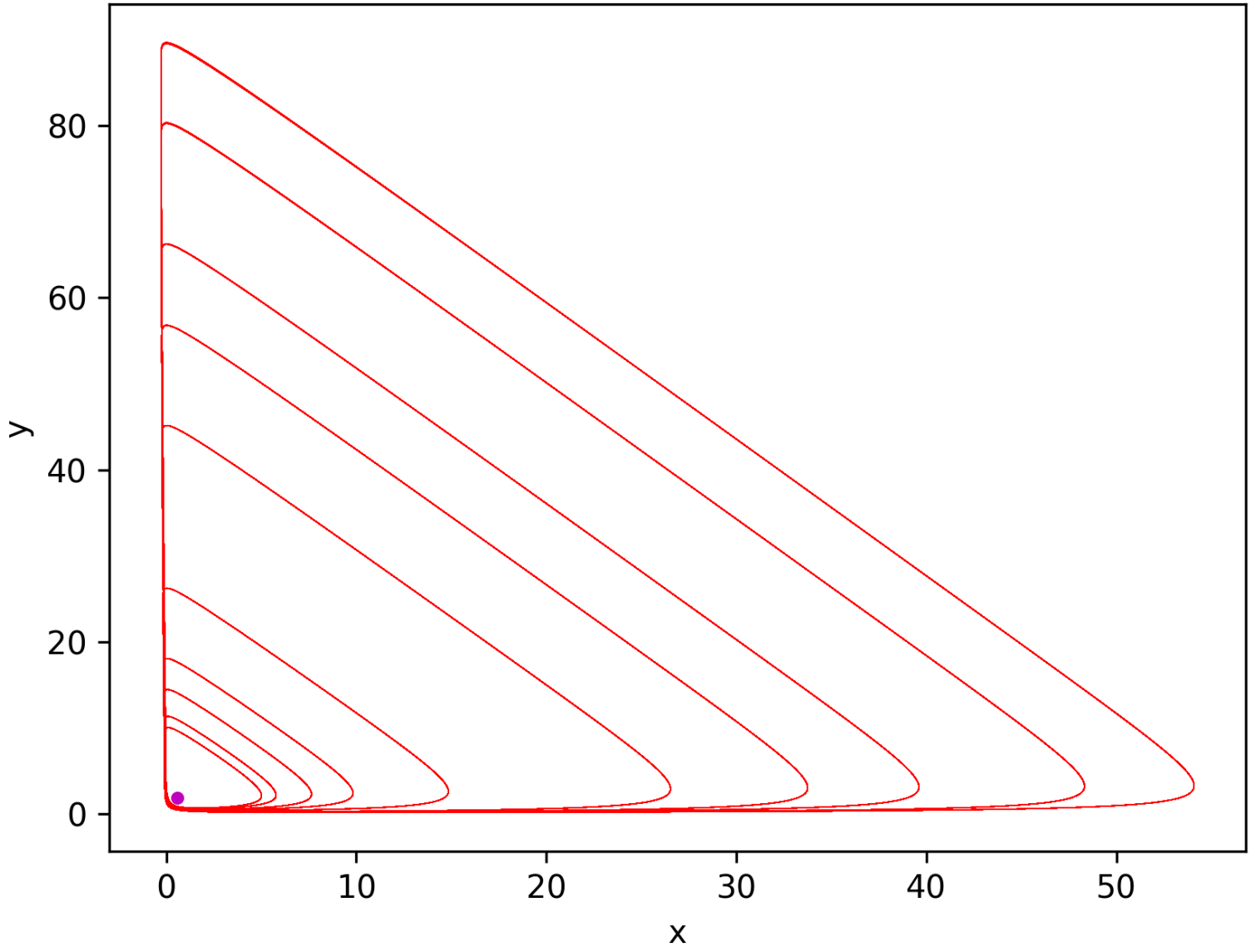



(14.1): a=1.628, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12 StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=3000.0 Step=0.0003 Start=1000 End=[-0.03722, 6.25423, 1.52919]
80
60
40
20
0
y
0
10
20
30
40
50
x

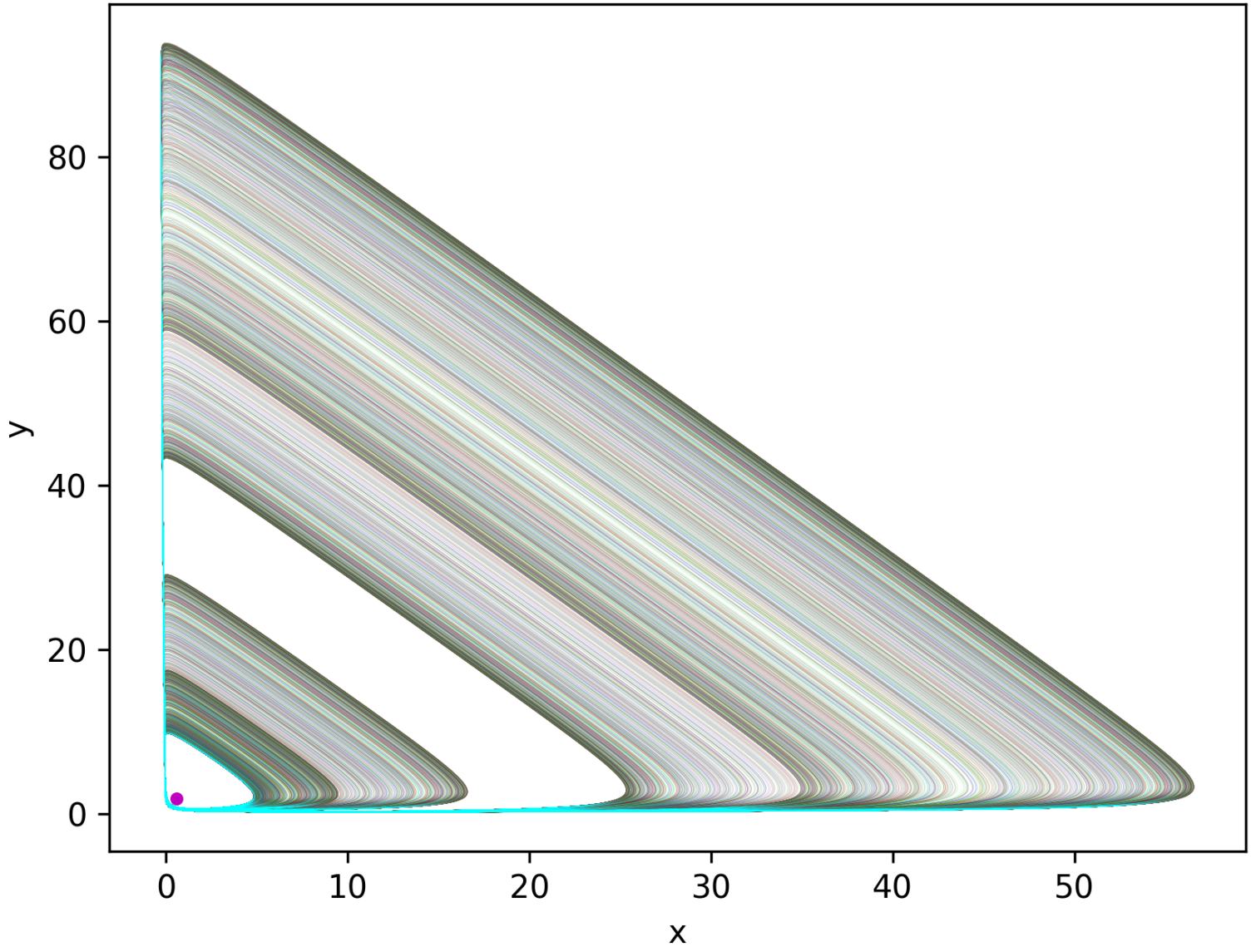
(14.1): a=1.632, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=2500.0   Step=0.0003 Start=1000   End=[9.41662, 0.28348, 6.35064]



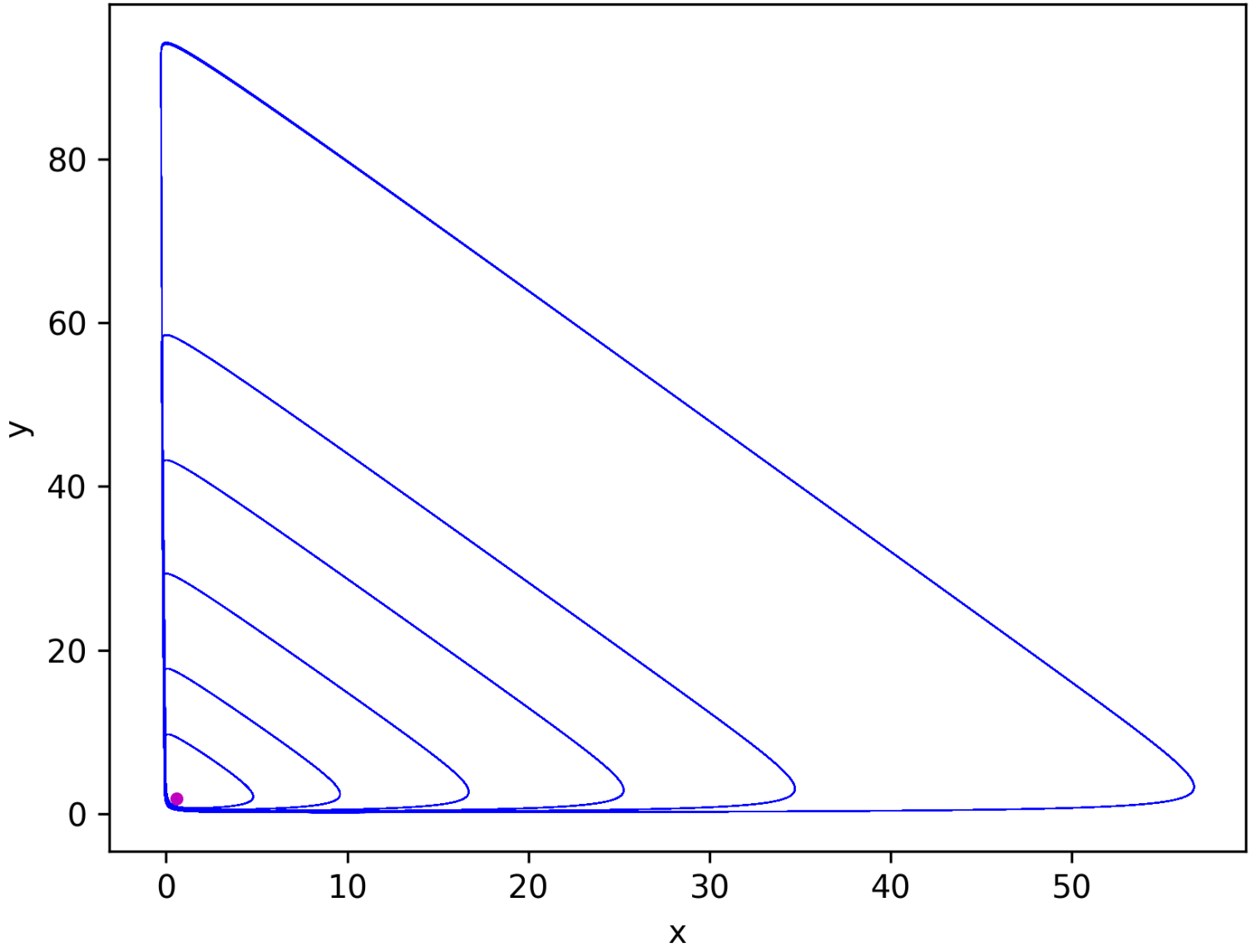
(14.1): a=1.634, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=2000.0   Step=0.0002 Start=1000   End=[2.82645, 0.30544, 1.41588]



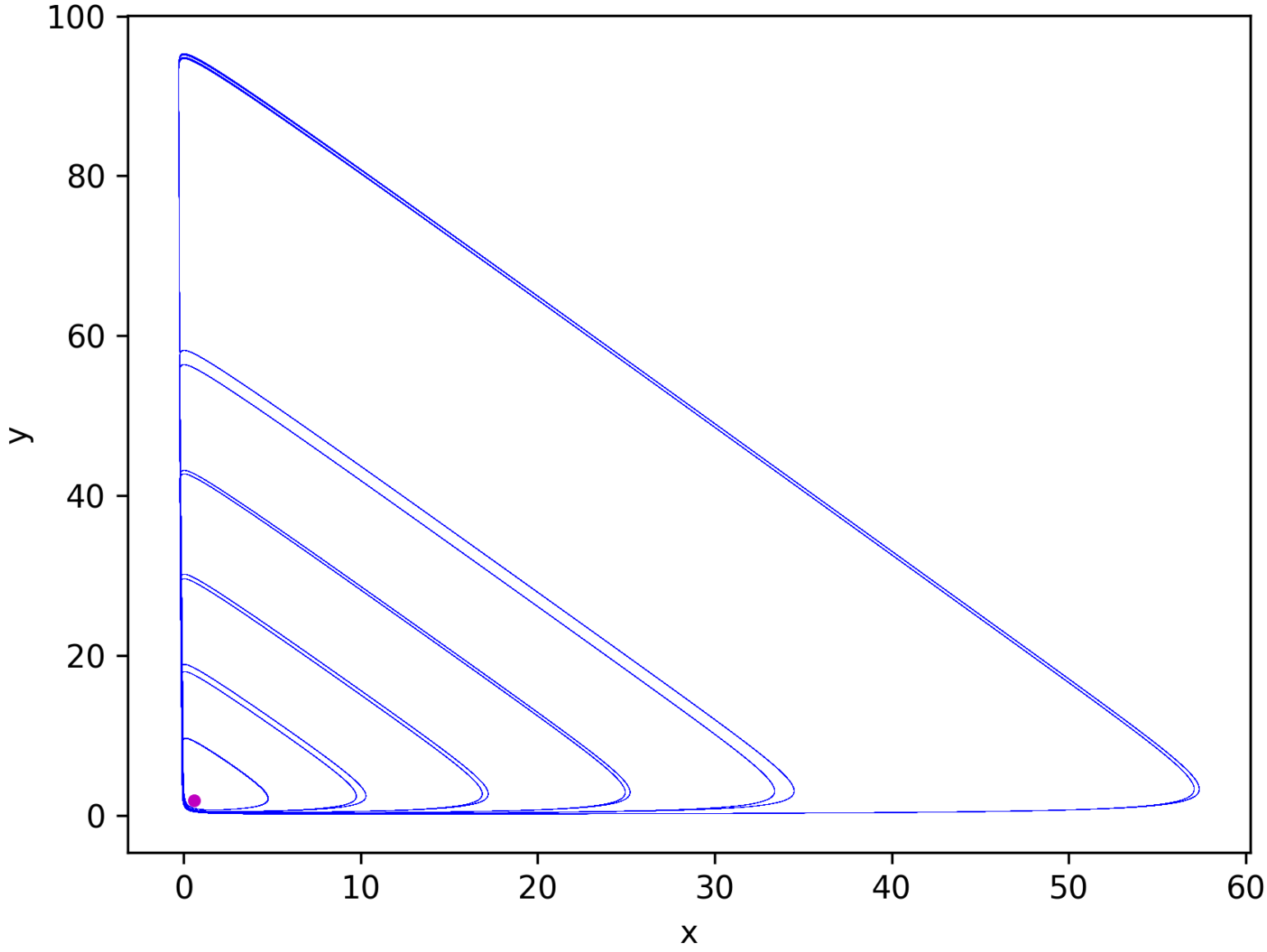
(14.1): a=1.638, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=2000.0   Step=0.0002 Start=1000   End=[-0.05498, 7.45494, 1.97597]



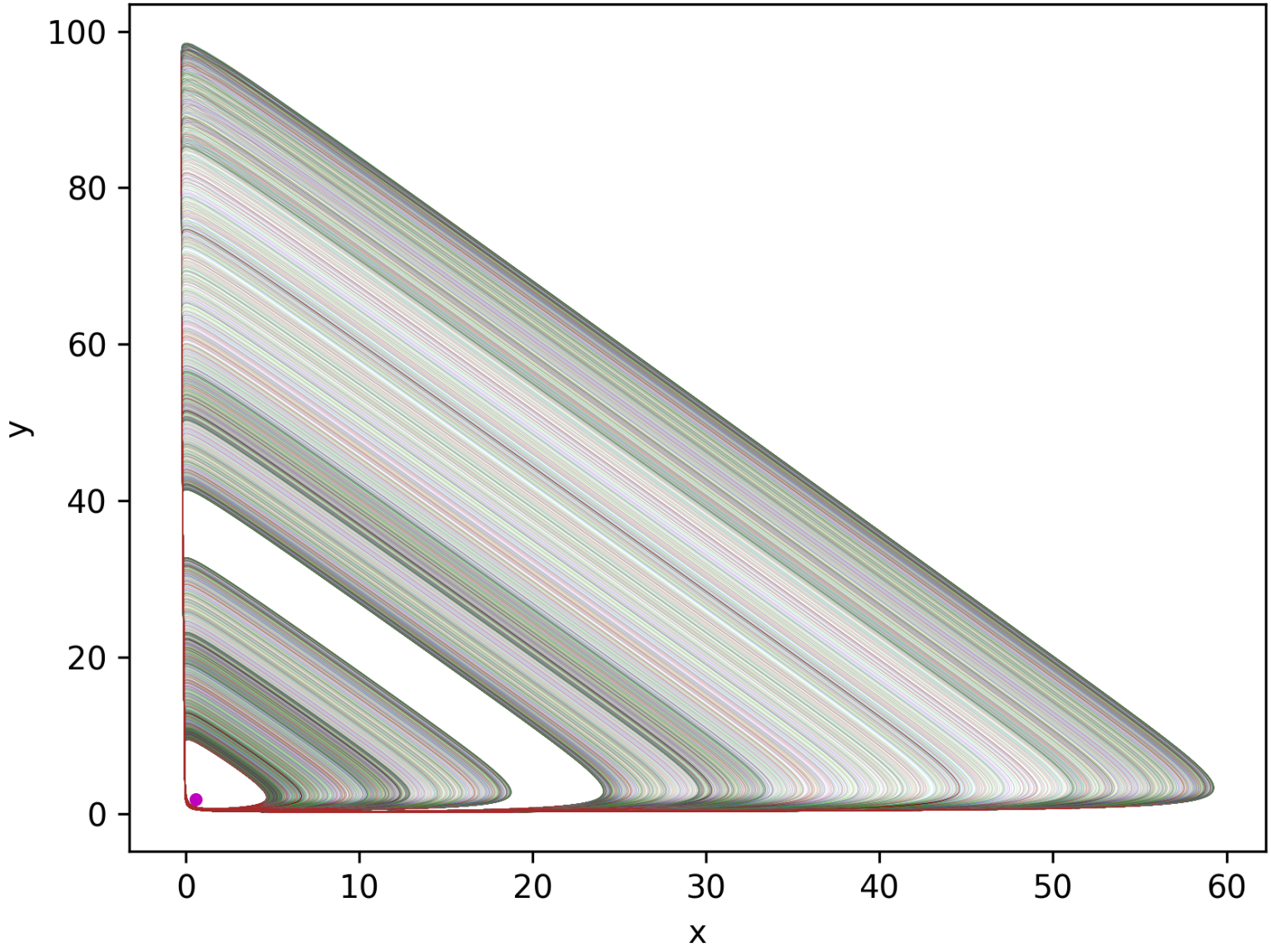
(14.1): a=1.6383, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=2000.0   Step=0.0002 Start=1000   End=[0.37674, 0.76073, 0.56908]



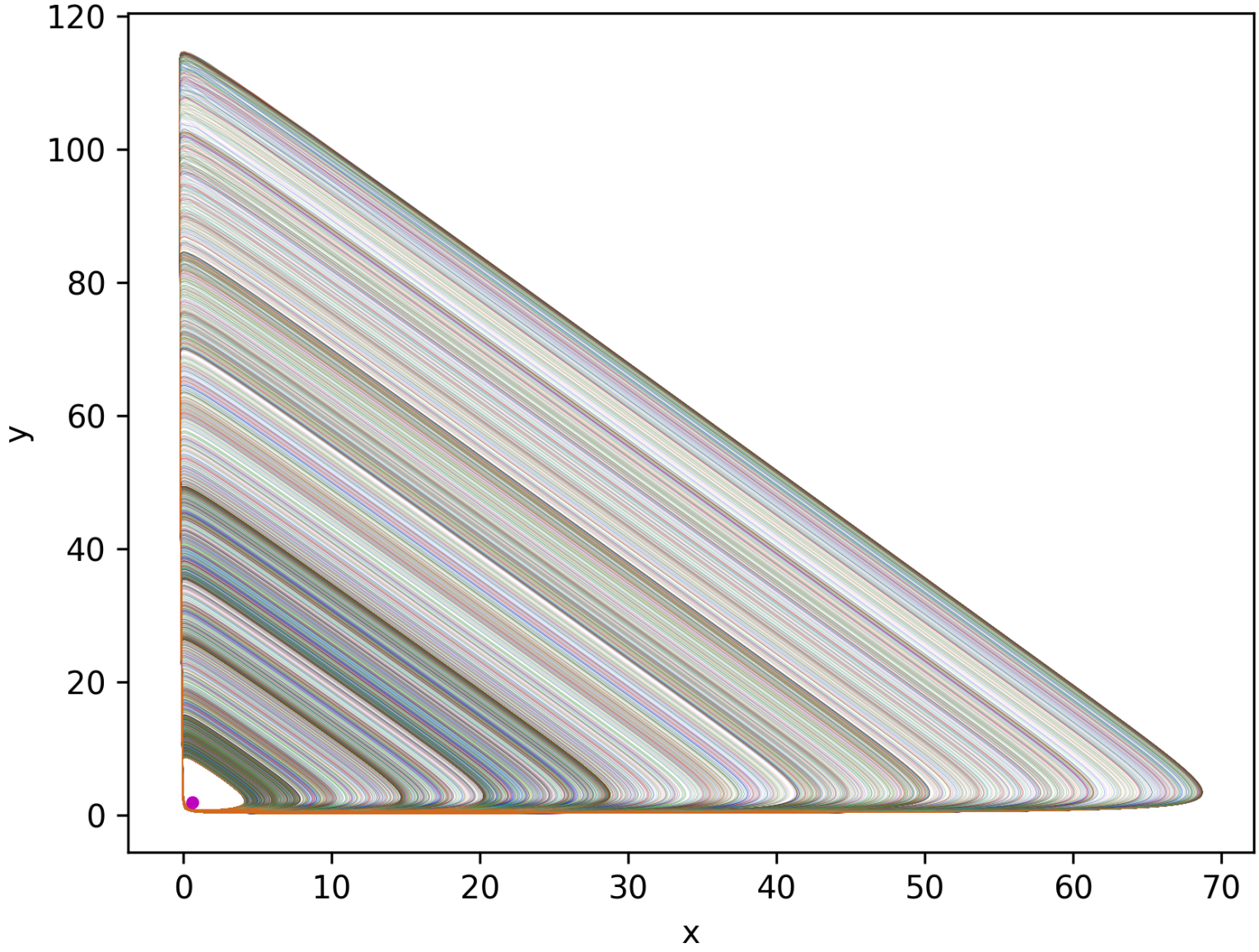
(14.1): a=1.6392, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=3000.0   Step=0.0002 Start=3000   End=[0.67463, 0.67573, 0.55666]



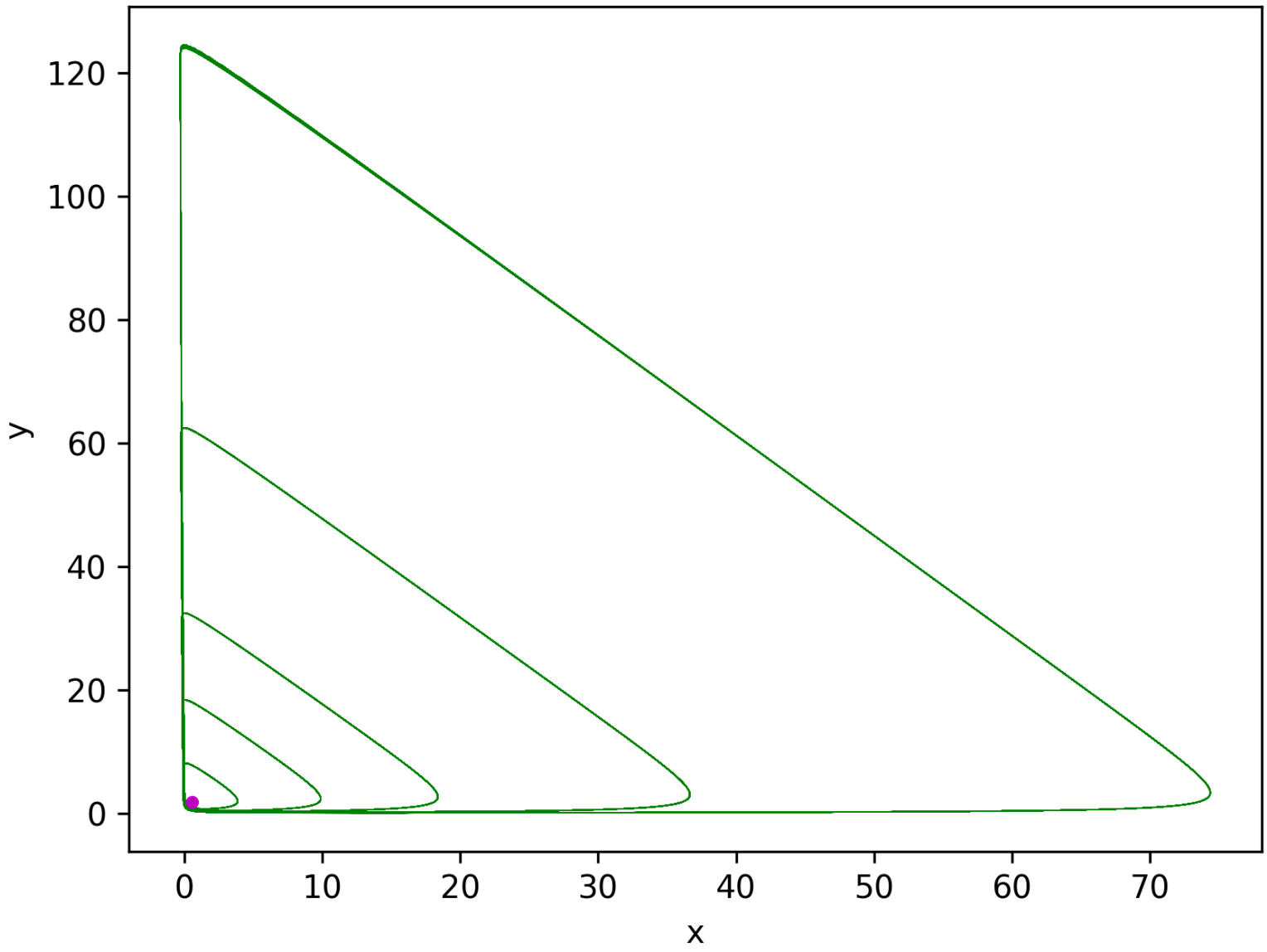
(14.1): a=1.642, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=2000.0   Step=0.0002 Start=3000   End=[1.43155, 0.72525, 0.74028]

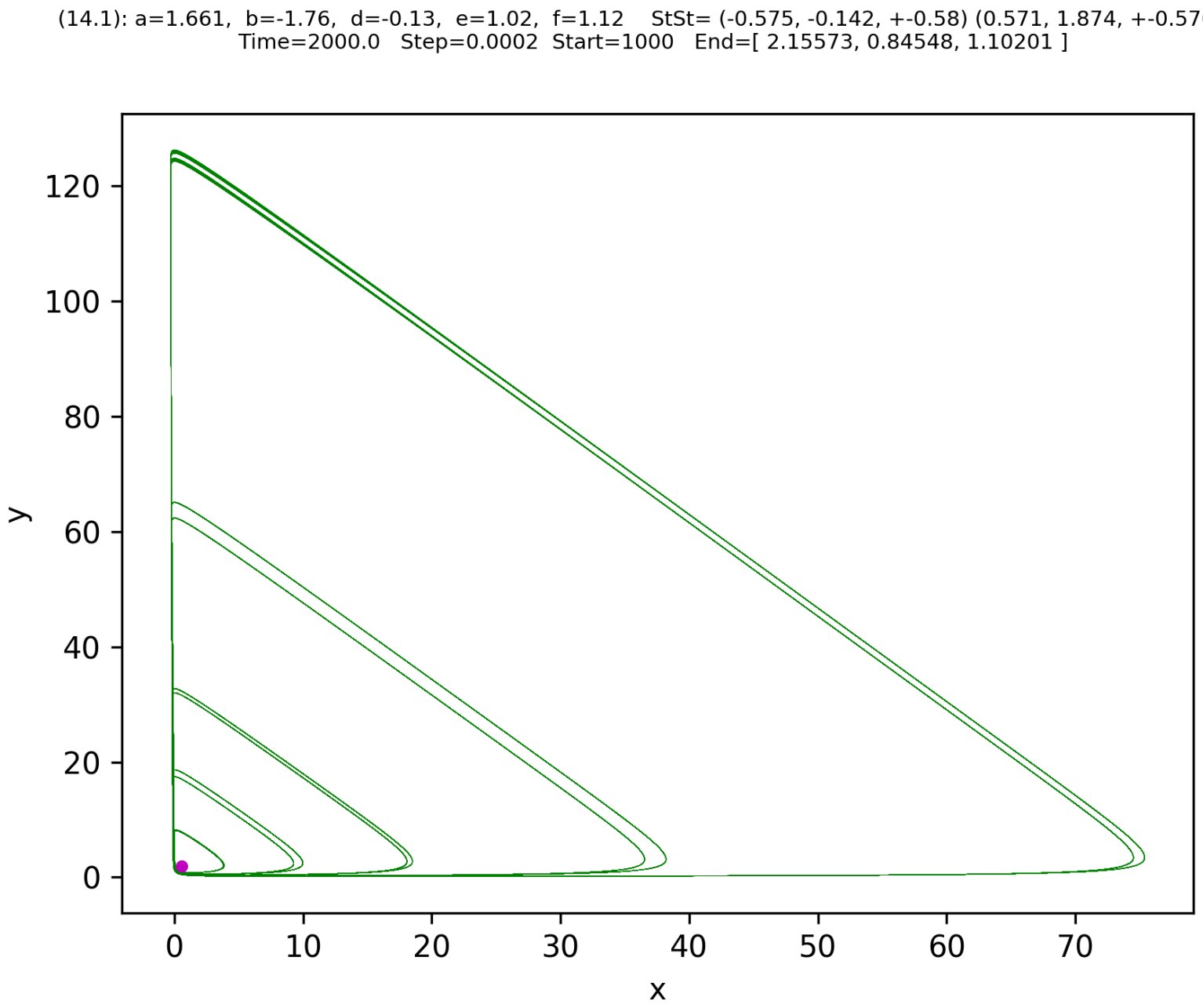


(14.1): a=1.654, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=2000.0   Step=0.0002 Start=1000   End=[-0.07612, 3.03454, 1.21791]

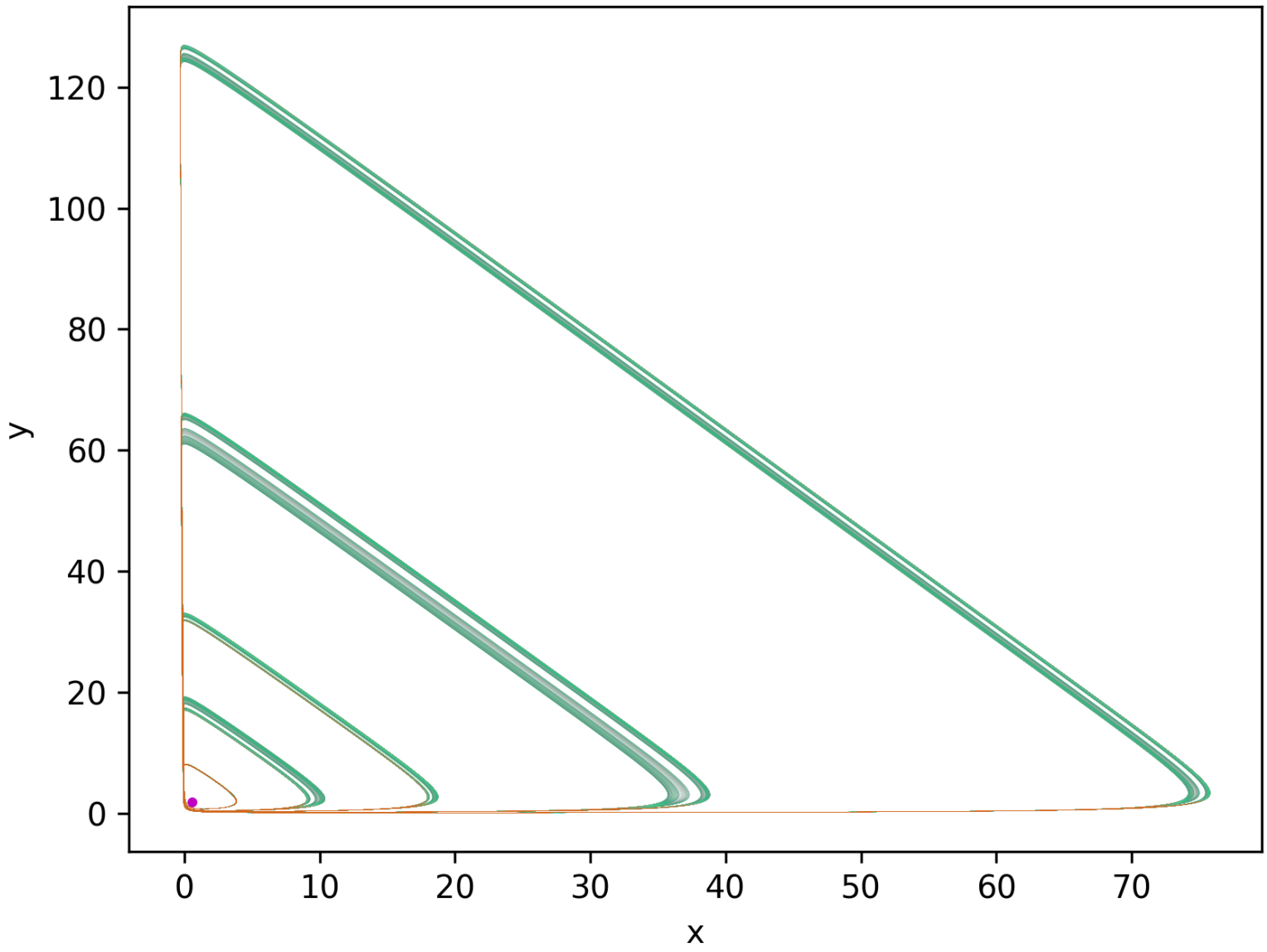


(14.1): a=1.66, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=1000.0   Step=0.0002 Start=1000   End=[15.45729, 0.88394, 11.85729]

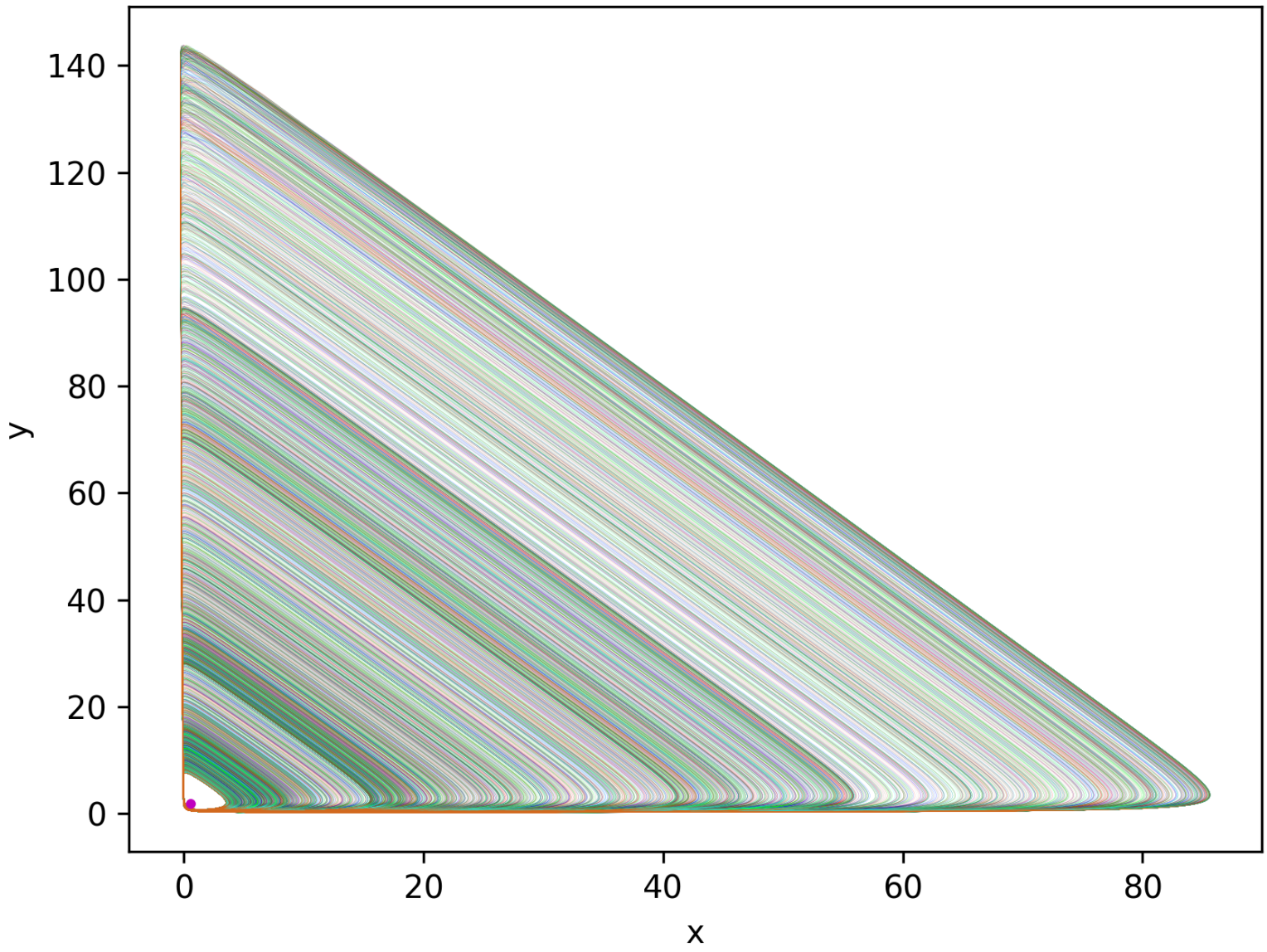



(14.1): a=1.661, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12 StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=2000.0 Step=0.0002 Start=1000 End=[2.15573, 0.84548, 1.10201]
120
100
80
60
40
20
0
y
0
10
20
30
40
50
60
70
x

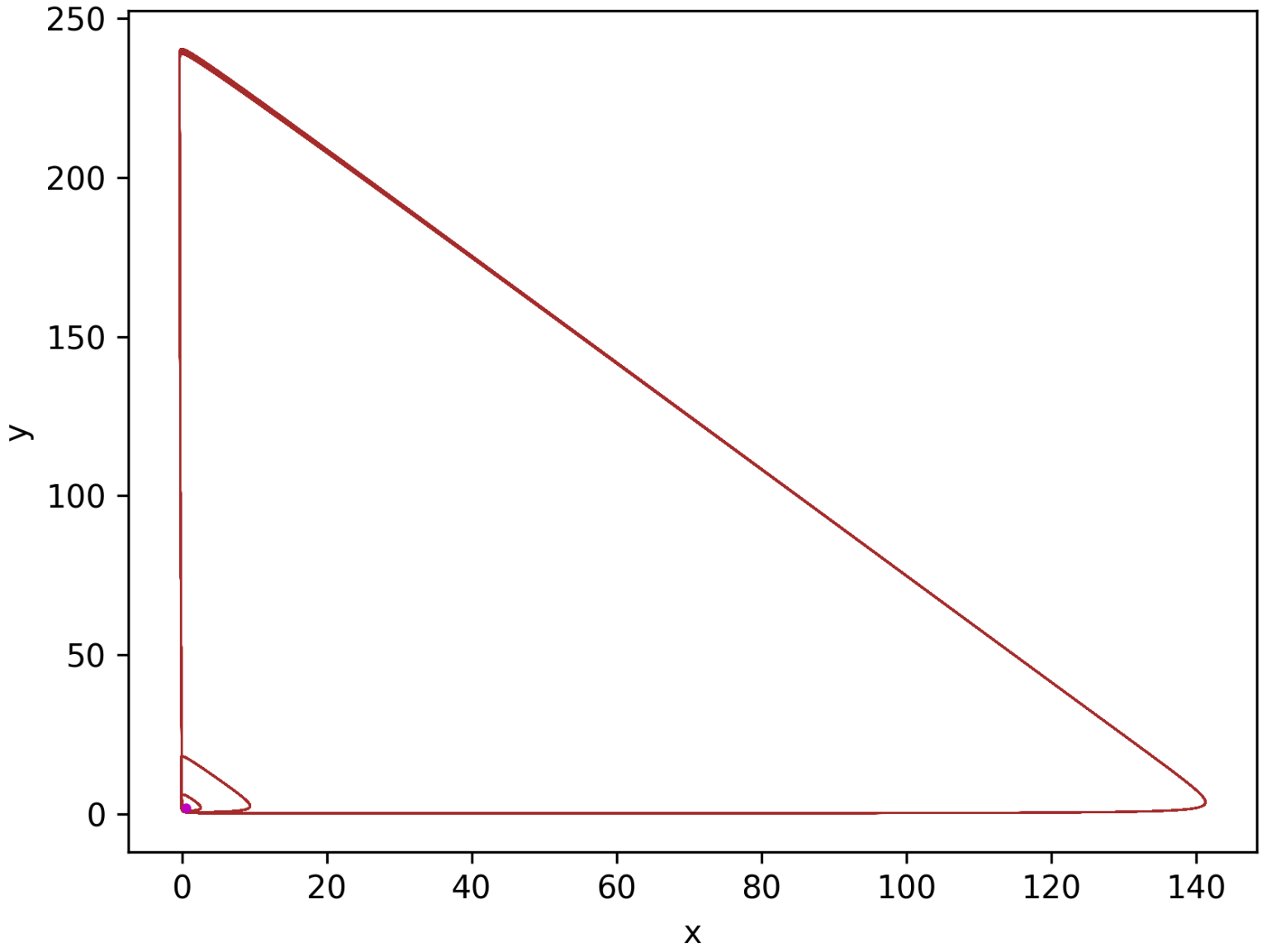
(14.1): a=1.6614, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=2000.0   Step=0.0001   Start=1000   End=[-0.03529, 13.40093, 2.68444]

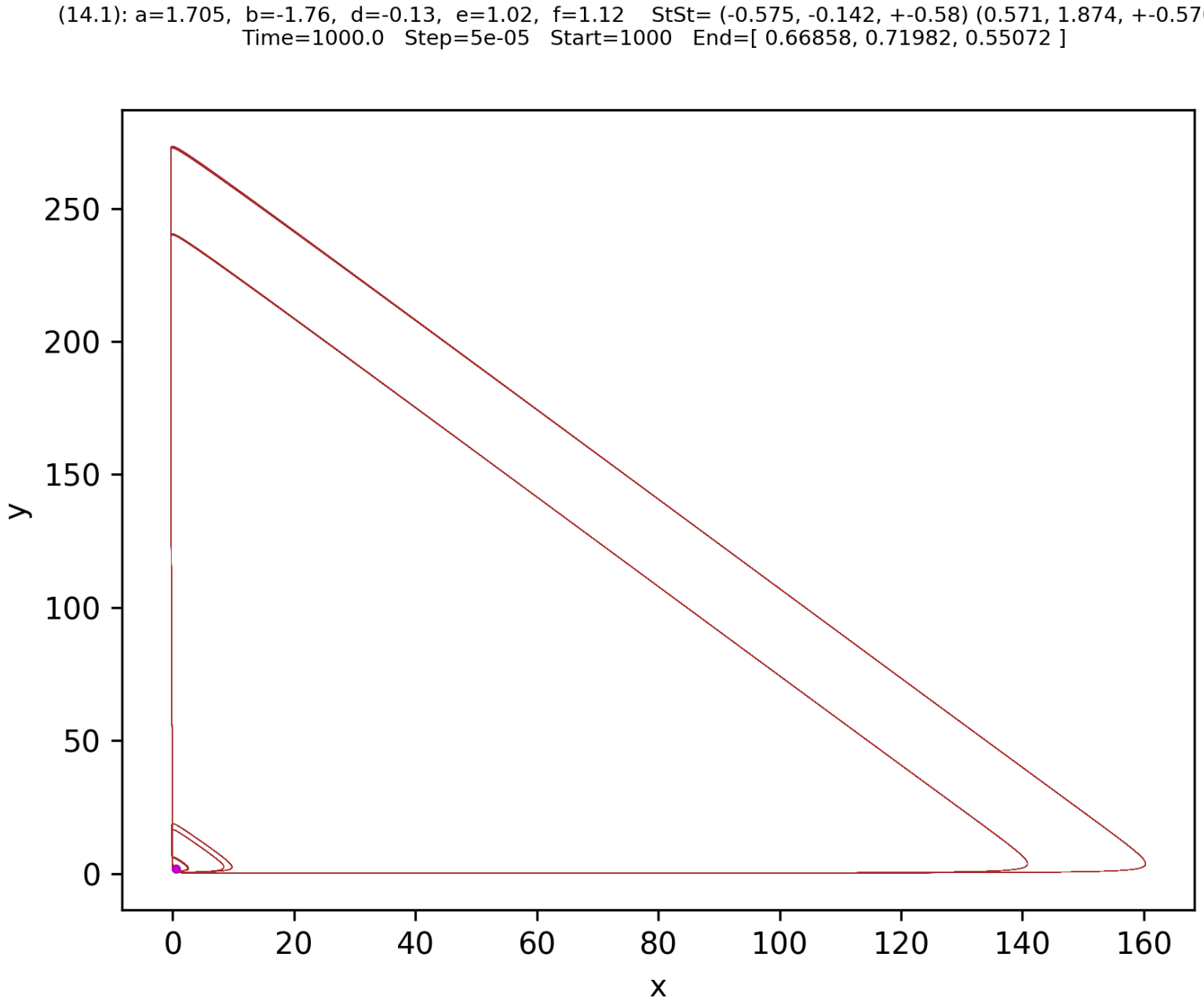


(14.1): a=1.67, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=2000.0   Step=0.0002   Start=1000   End=[6.77711, 0.18324, 4.18083]

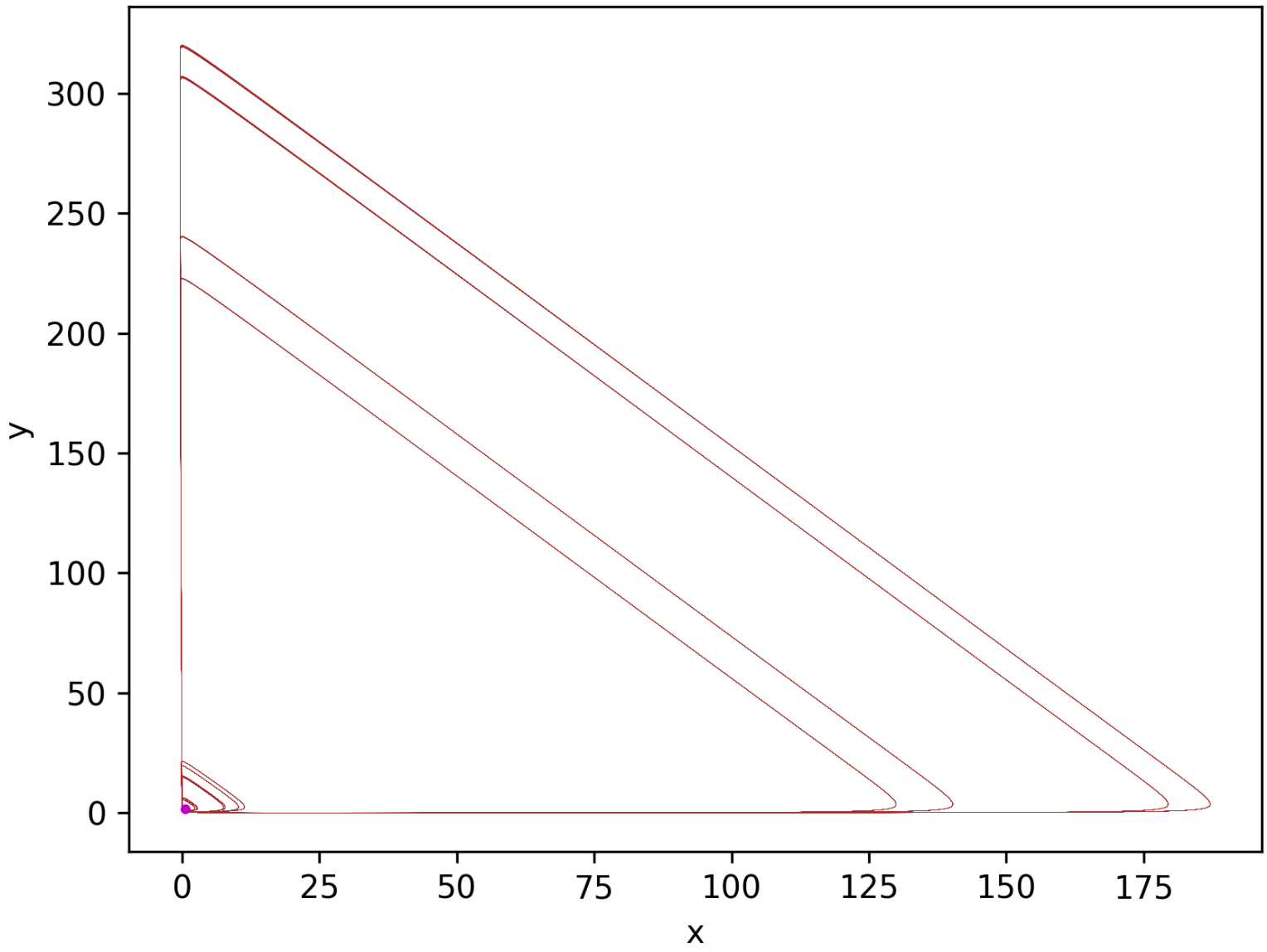


(14.1): a=1.7, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=1000.0   Step=0.0001   Start=1000   End=[0.0004, 6.23143, 0.96646]

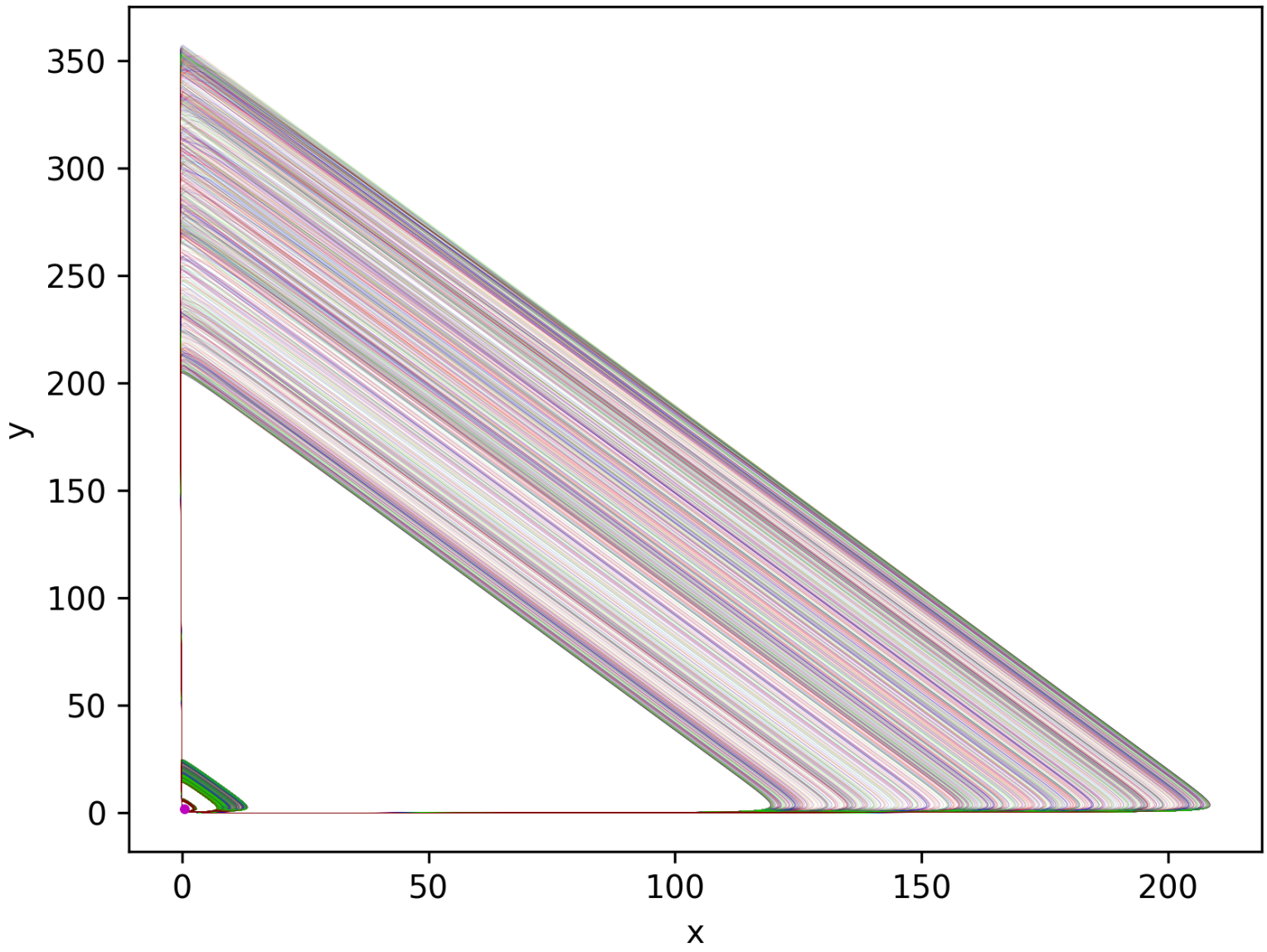


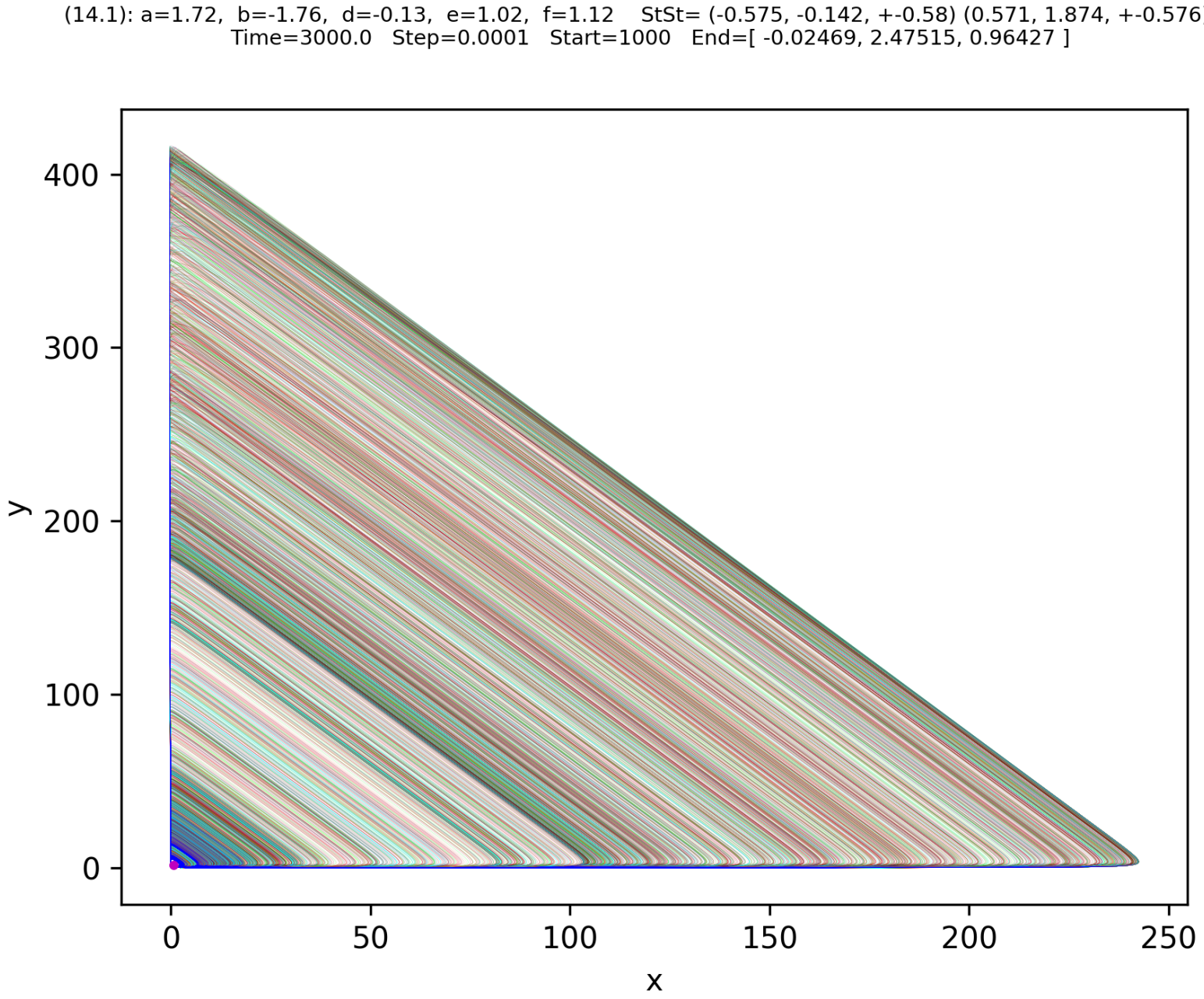

(14.1): a=1.705, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12 StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=1000.0 Step=5e-05 Start=1000 End=[0.66858, 0.71982, 0.55072]
250
200
150
100
50
0
y
0
20
40
60
80
100
120
140
160
x

(14.1): a=1.711, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=1000.0   Step=4e-05   Start=1000   End=[0.0331, 3.49876, 0.70636]

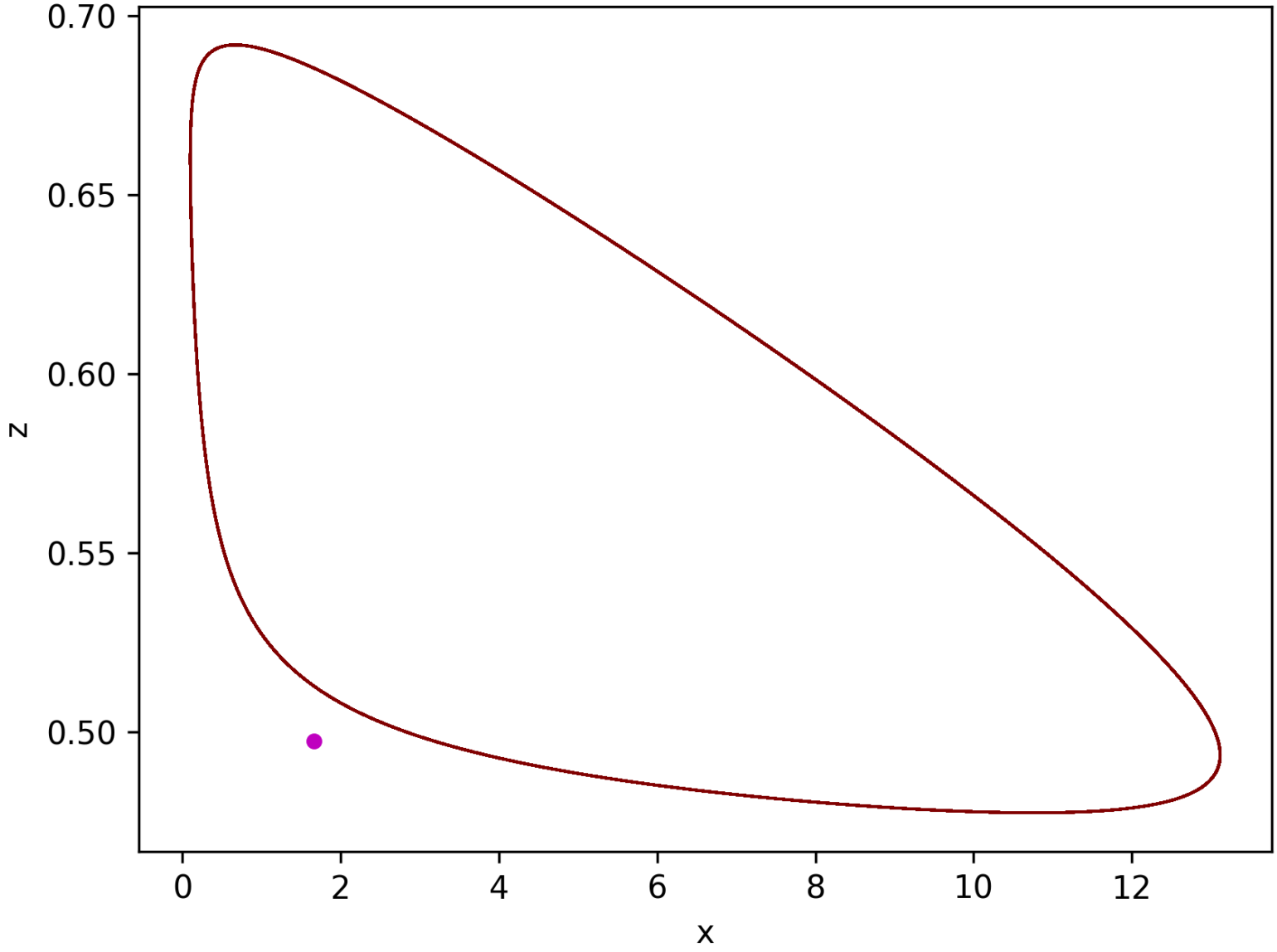


(14.1): a=1.715, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12   StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=2000.0   Step=0.0001   Start=1000   End=[0.00878, 4.5841, 0.86023]

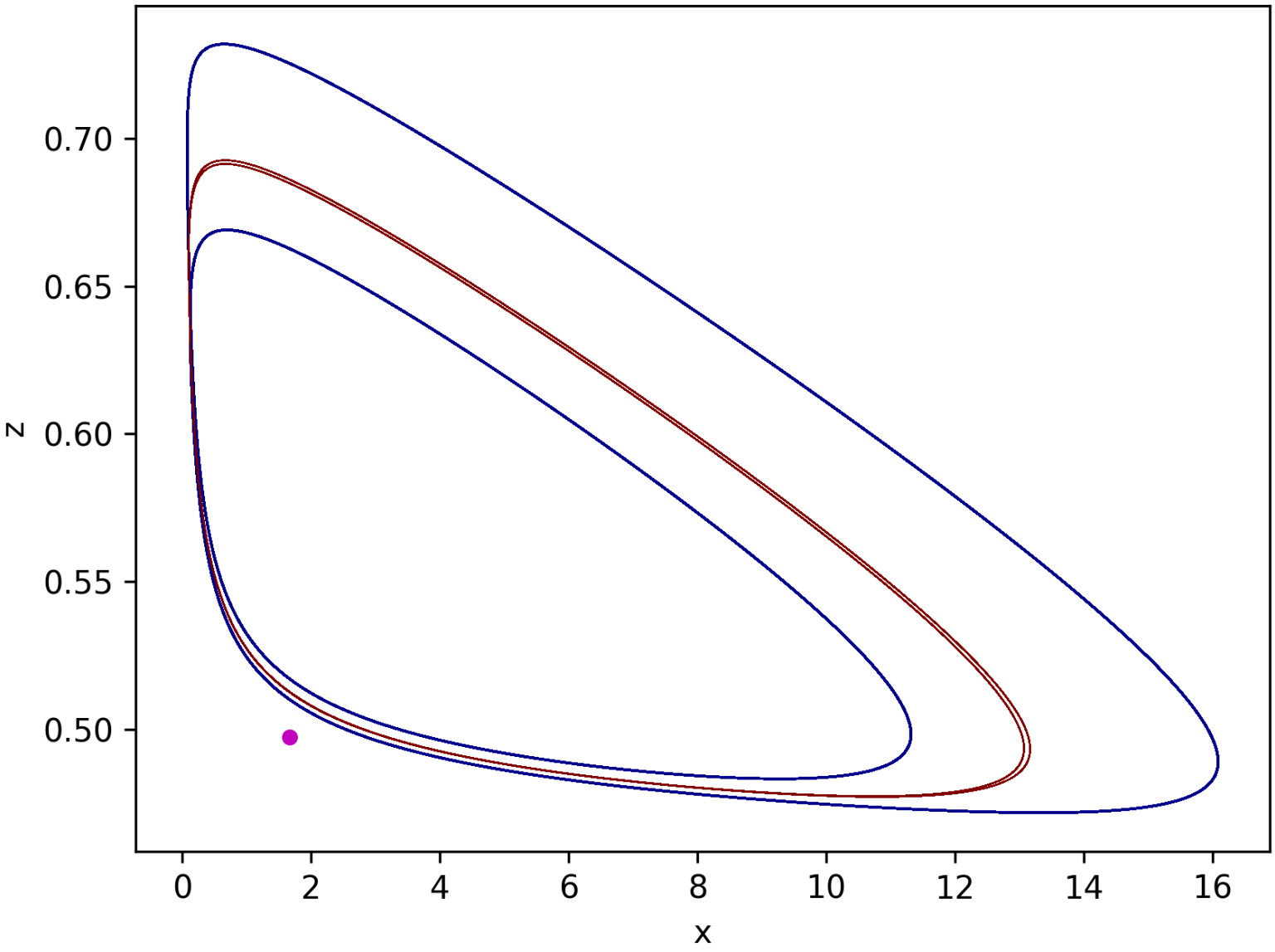


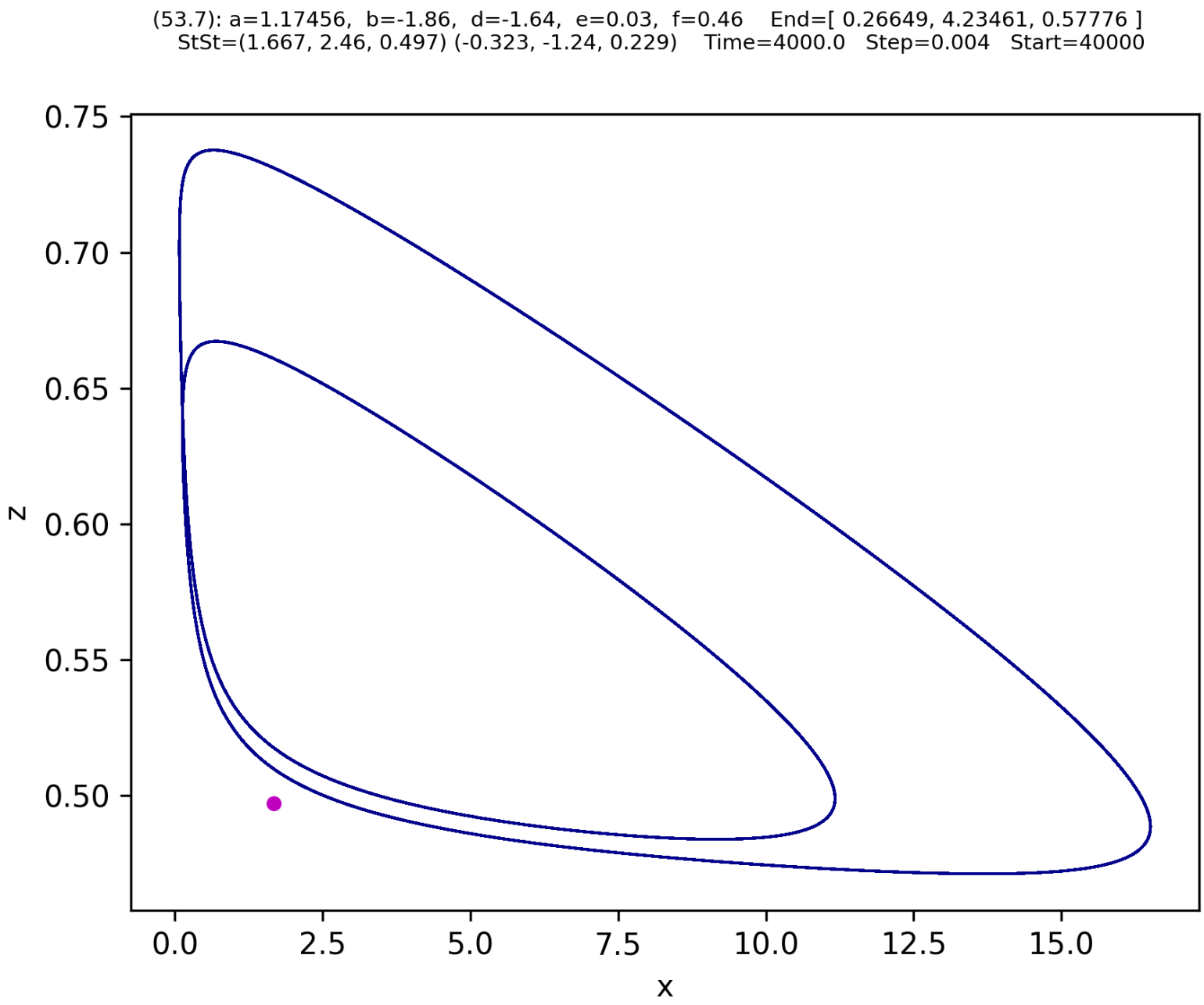

(14.1): a=1.72, b=-1.76, d=-0.13, e=1.02, f=1.12 StSt= (-0.575, -0.142, +-0.58) (0.571, 1.874, +-0.576)
Time=3000.0 Step=0.0001 Start=1000 End=[-0.02469, 2.47515, 0.96427]
400
300
200
100
0
y
0
50
100
150
200
250
x

(53.7): a=1.17454, b=-1.86, d=-1.64, e=0.03, f=0.46   End=[0.5516, 2.17677, 0.54835]
StSt=(1.667, 2.46, 0.497) (-0.323, -1.24, 0.229)   Time=4000.0   Step=0.004   Start=40000

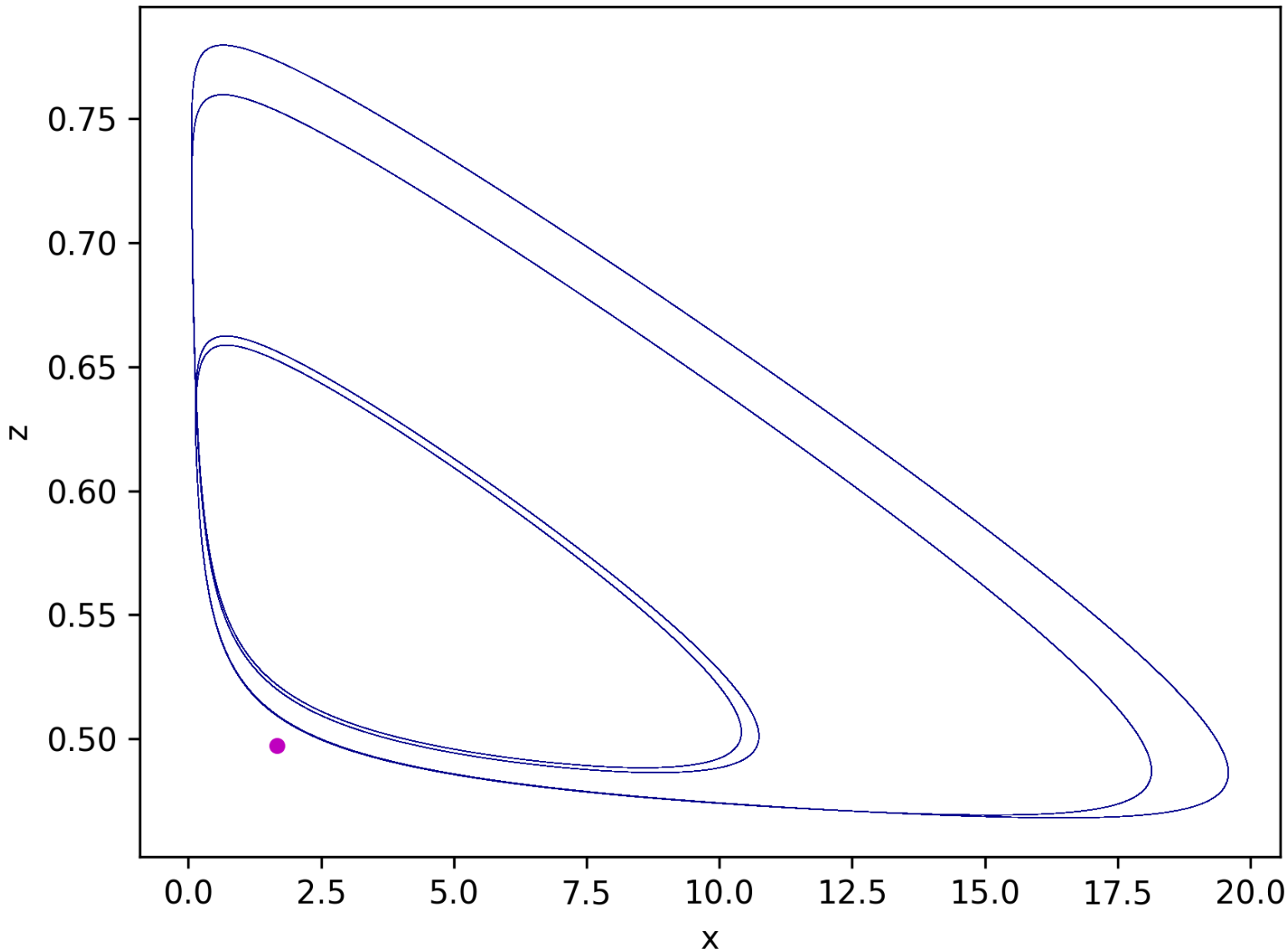


(53.7): a=1.17455, b=-1.86, d=-1.64, e=0.03, f=0.46   End=[7.56324, 10.80227, 0.60462]
StSt=(1.667, 2.46, 0.497) (-0.323, -1.24, 0.229)   Time=4000.0   Step=0.004   Start=40000

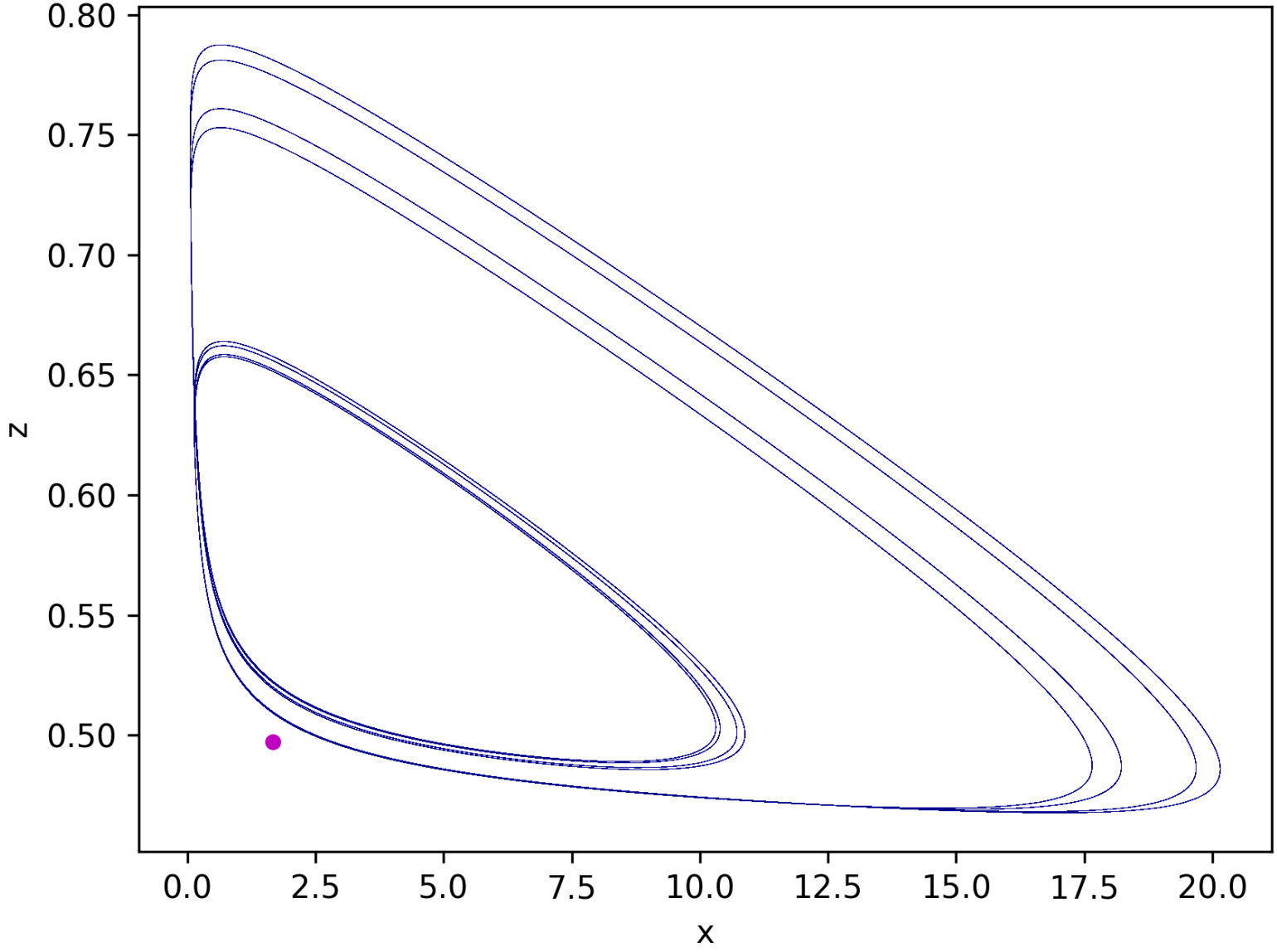



(53.7): a=1.17456, b=-1.86, d=-1.64, e=0.03, f=0.46 End=[0.26649, 4.23461, 0.57776]
StSt=(1.667, 2.46, 0.497) (-0.323, -1.24, 0.229) Time=4000.0 Step=0.004 Start=40000
0.75
0.70
0.65
0.60
0.55
0.50
z
0.0
2.5
5.0
7.5
10.0
12.5
15.0
x

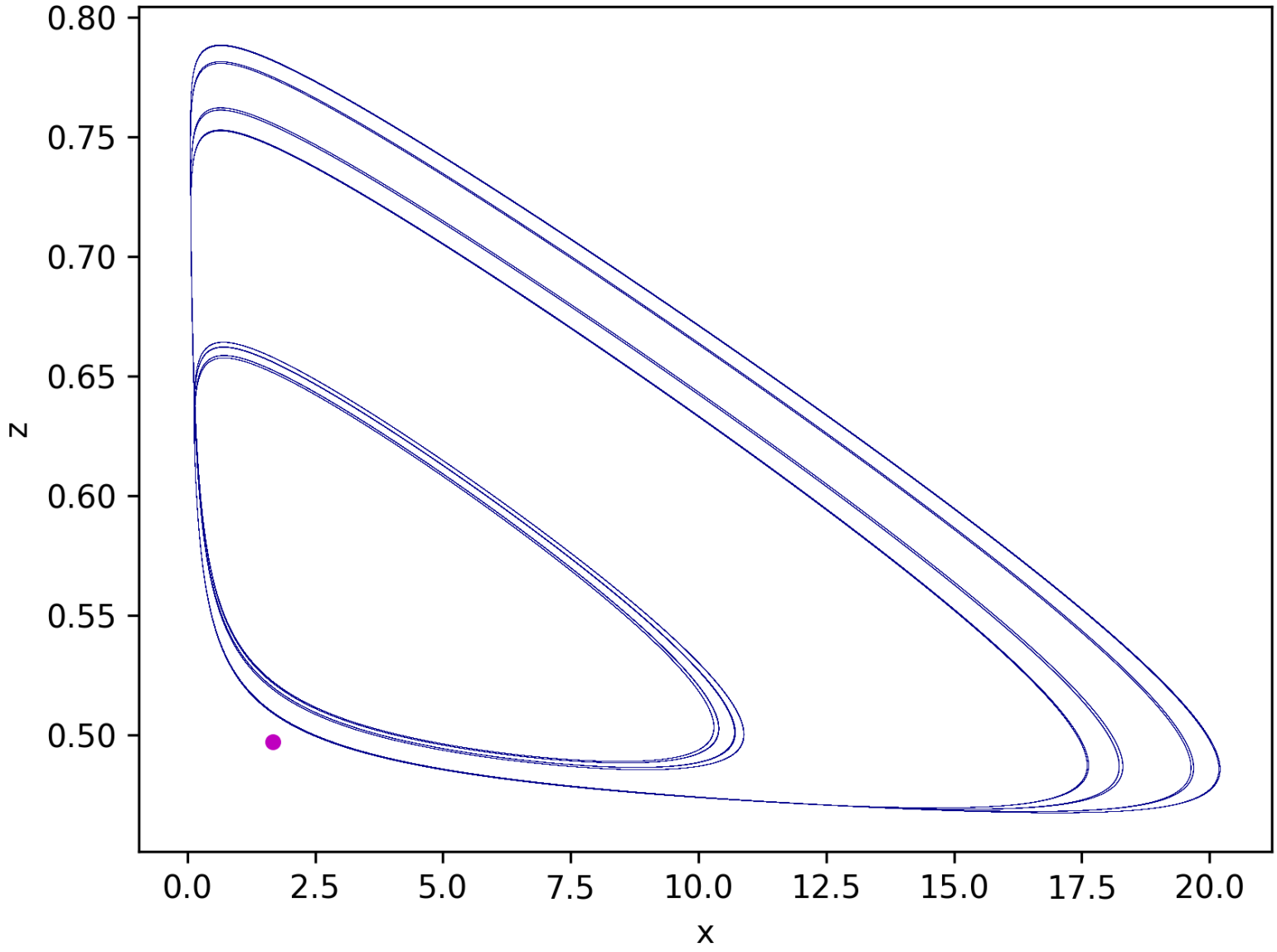
(53.7): a=1.17469, b=-1.86, d=-1.64, e=0.03, f=0.46   End=[0.19456, 5.71106, 0.59532]
StSt=(1.667, 2.46, 0.497) (-0.323, -1.24, 0.229)   Time=4000.0   Step=0.004   Start=40000



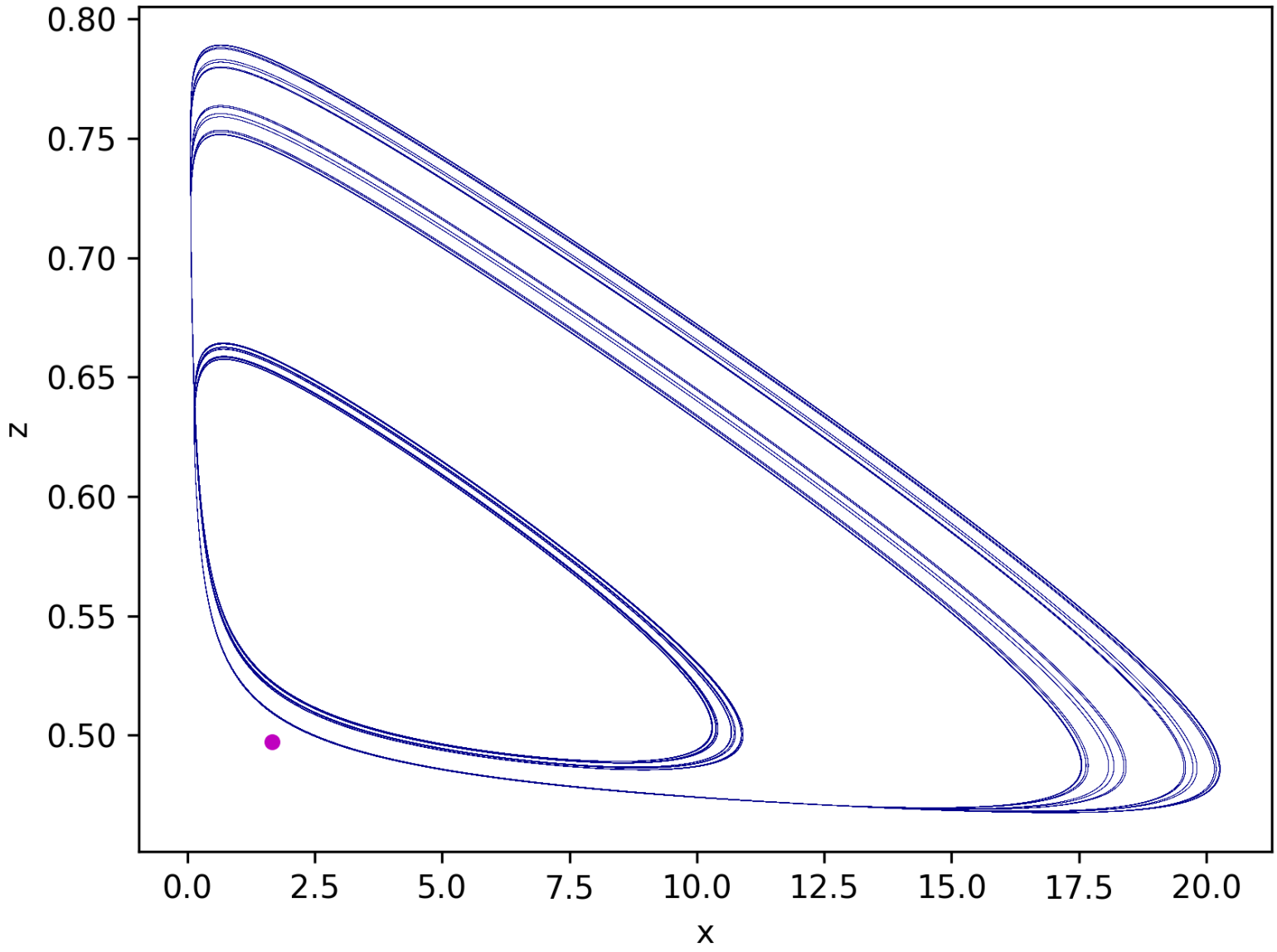
(53.7): a=1.174702, b=-1.86, d=-1.64, e=0.03, f=0.46   End=[16.78868, 0.19023, 0.4676]
StSt=(1.667, 2.46, 0.497) (-0.323, -1.24, 0.229)   Time=4000.0   Step=0.004   Start=40000

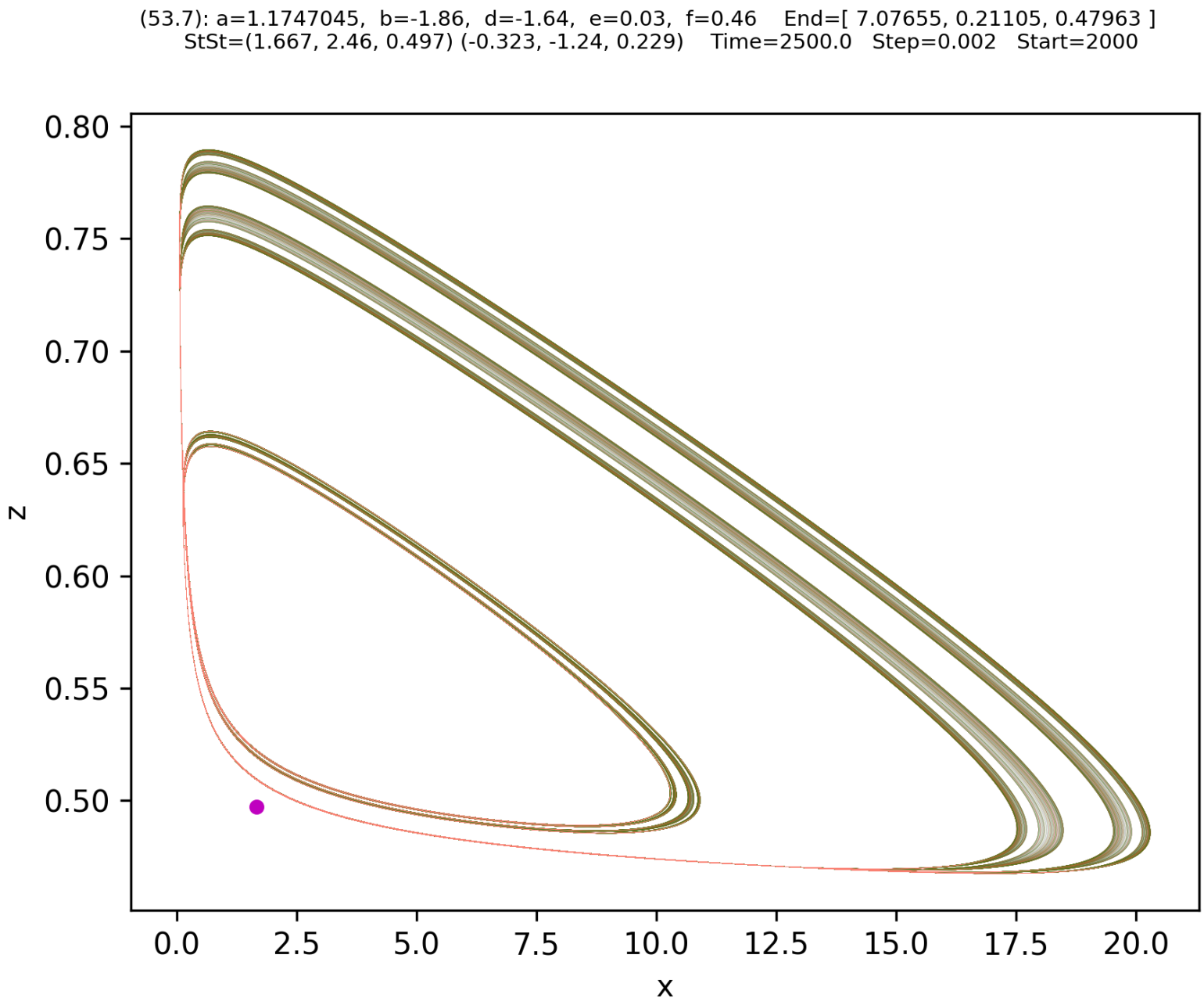


(53.7): a=1.174703, b=-1.86, d=-1.64, e=0.03, f=0.46   End=[0.29405, 3.861, 0.58878]
StSt=(1.667, 2.46, 0.497) (-0.323, -1.24, 0.229)   Time=4000.0   Step=0.002   Start=40000

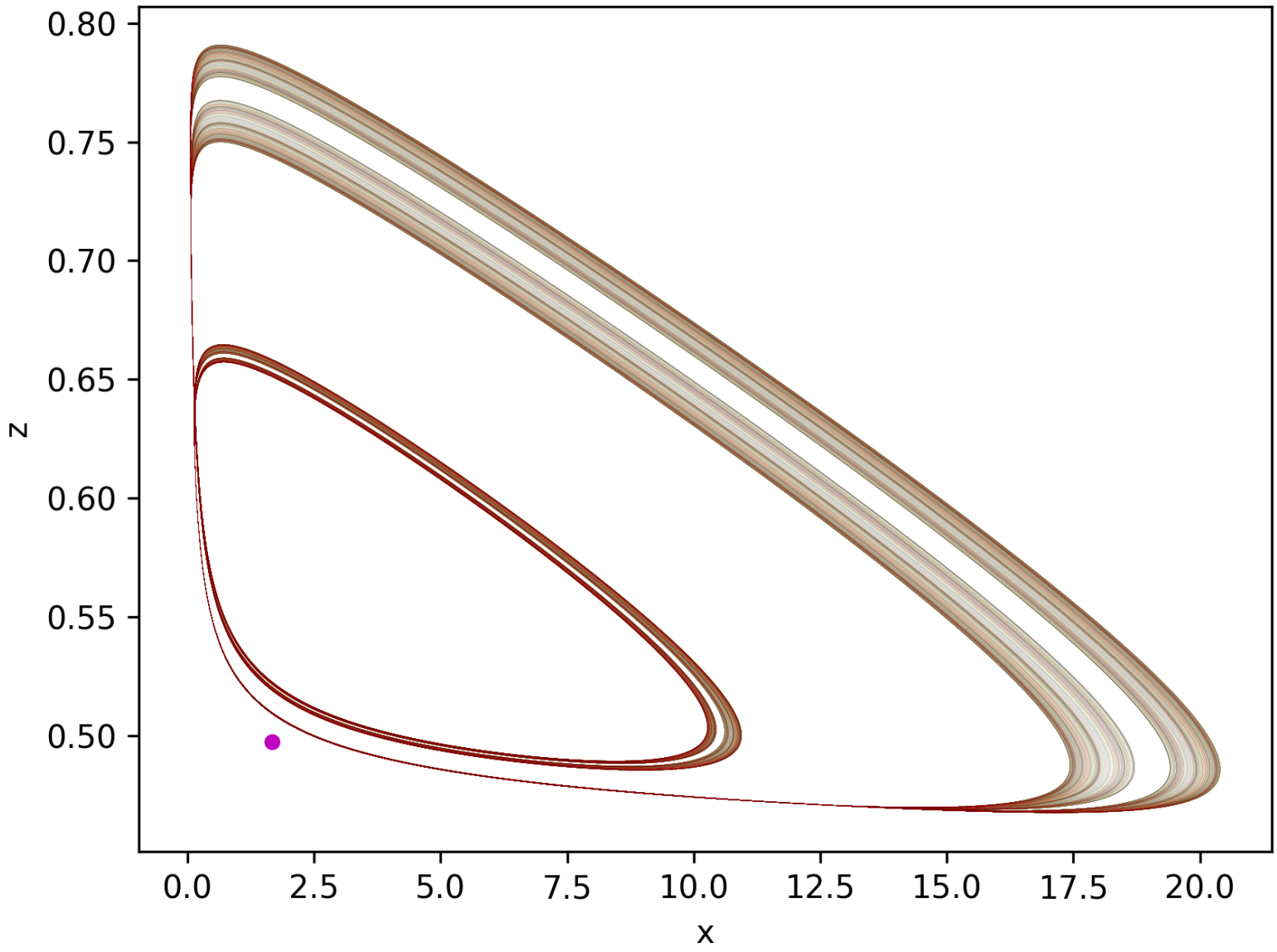


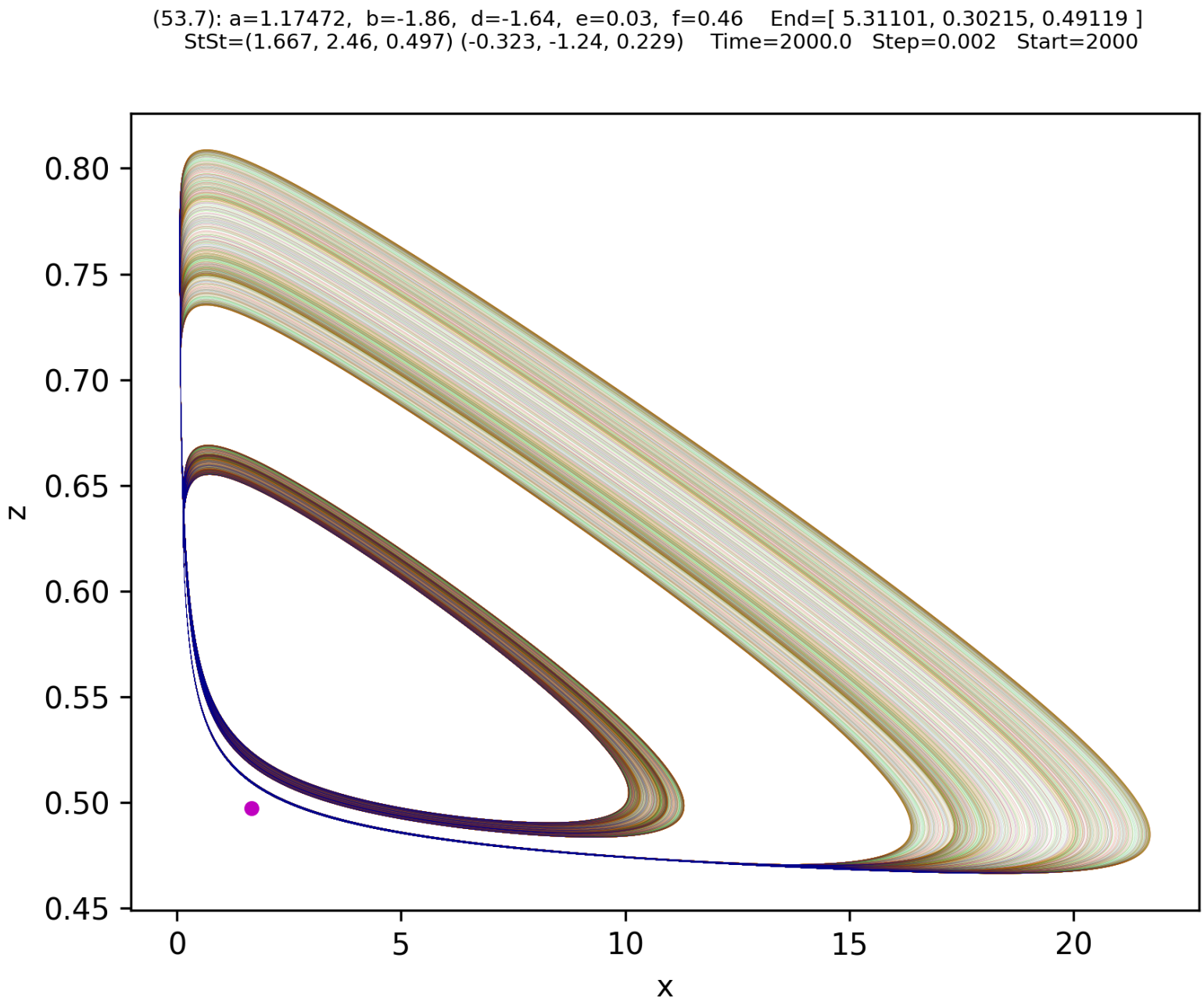
(53.7): a=1.174704, b=-1.86, d=-1.64, e=0.03, f=0.46   End=[0.13042, 8.22922, 0.64256]
StSt=(1.667, 2.46, 0.497) (-0.323, -1.24, 0.229)   Time=4000.0   Step=0.002   Start=40000

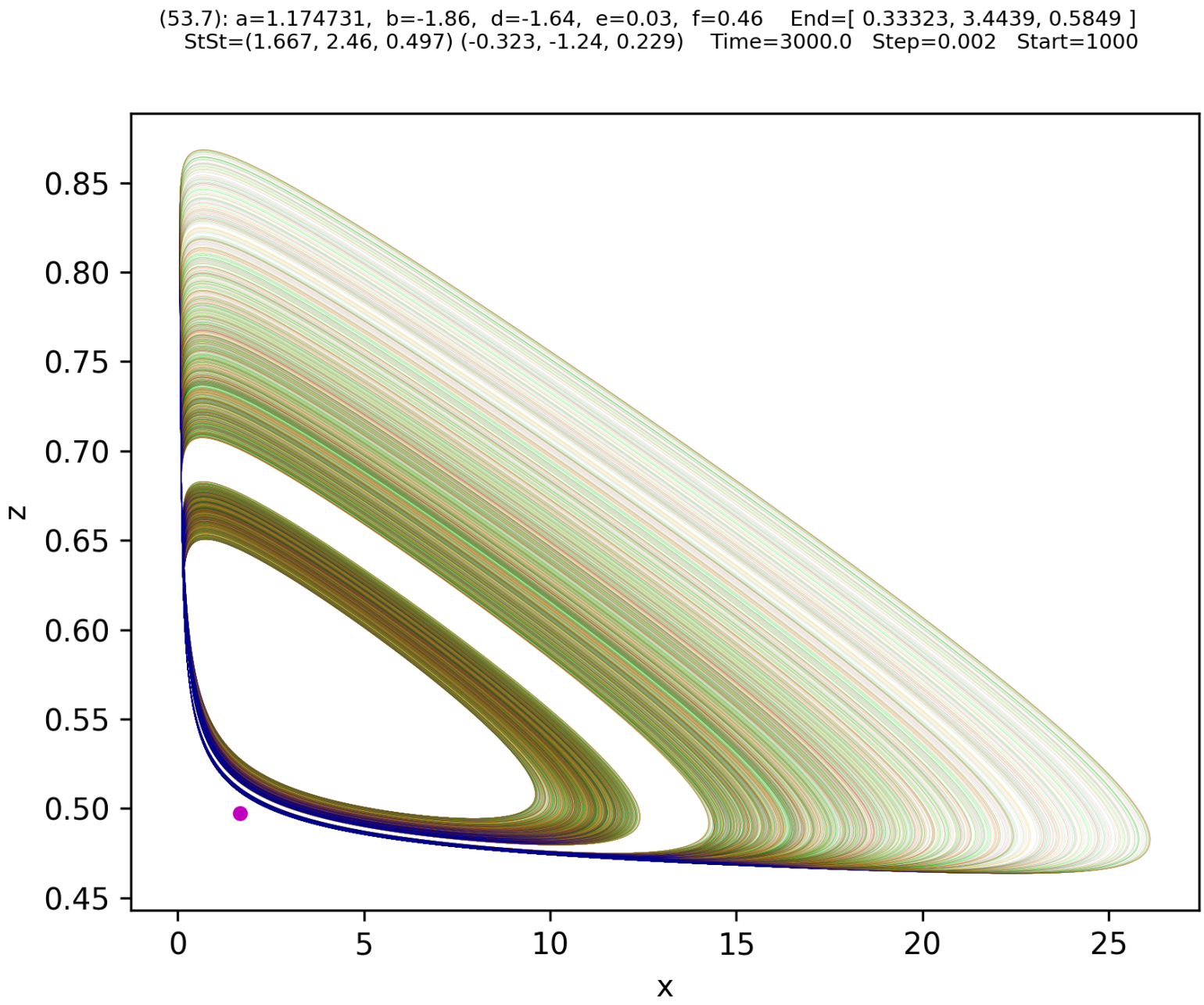



(53.7): a=1.1747045, b=-1.86, d=-1.64, e=0.03, f=0.46 End=[7.07655, 0.21105, 0.47963]
StSt=(1.667, 2.46, 0.497) (-0.323, -1.24, 0.229) Time=2500.0 Step=0.002 Start=2000
0.80
0.75
0.70
0.65
0.60
0.55
0.50
z
0.0
2.5
5.0
7.5
10.0
12.5
15.0
17.5
20.0
x

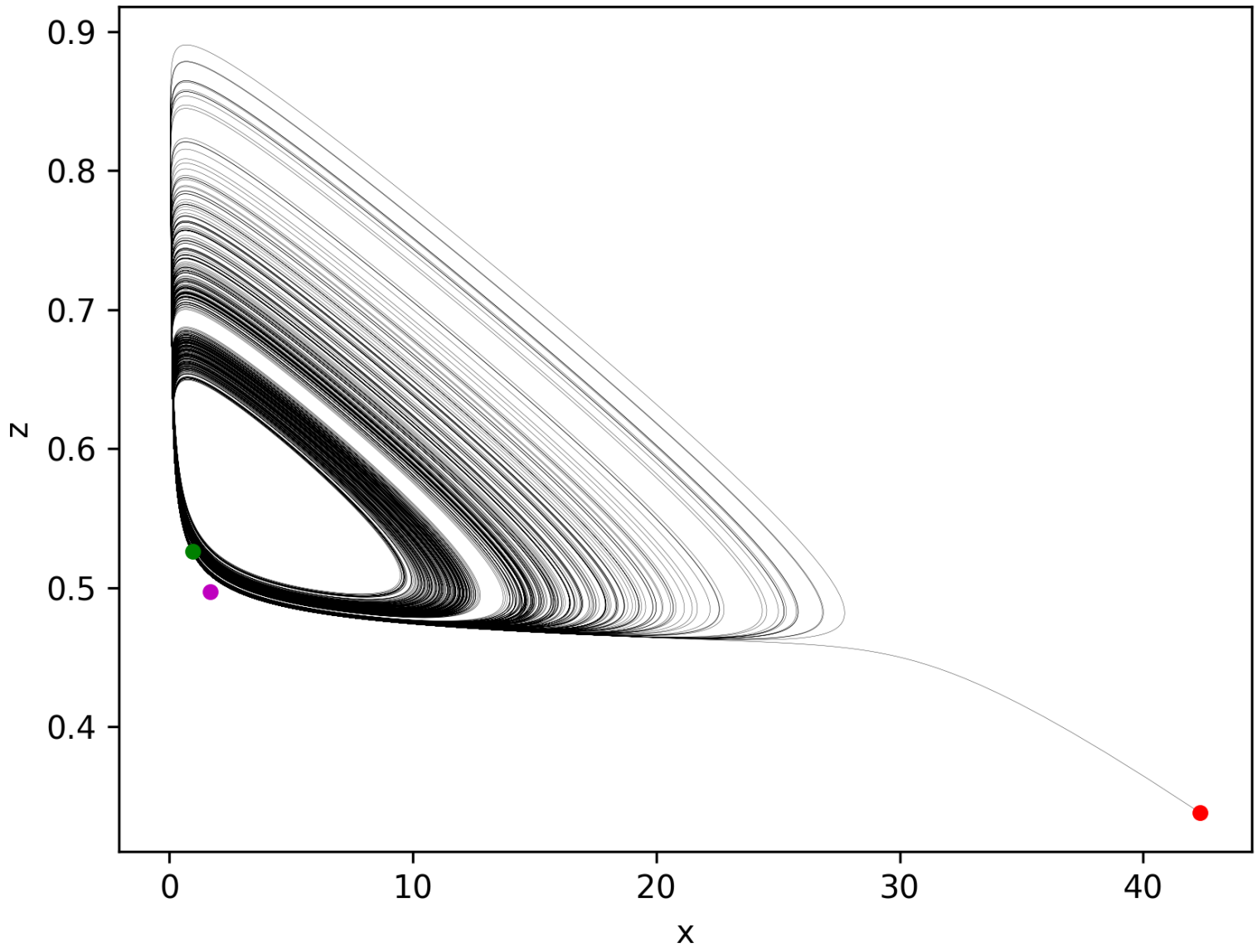
(53.7): a=1.174706, b=-1.86, d=-1.64, e=0.03, f=0.46   End=[0.1934, 5.68655, 0.61338]
StSt=(1.667, 2.46, 0.497) (-0.323, -1.24, 0.229)   Time=2000.0   Step=0.002   Start=2000



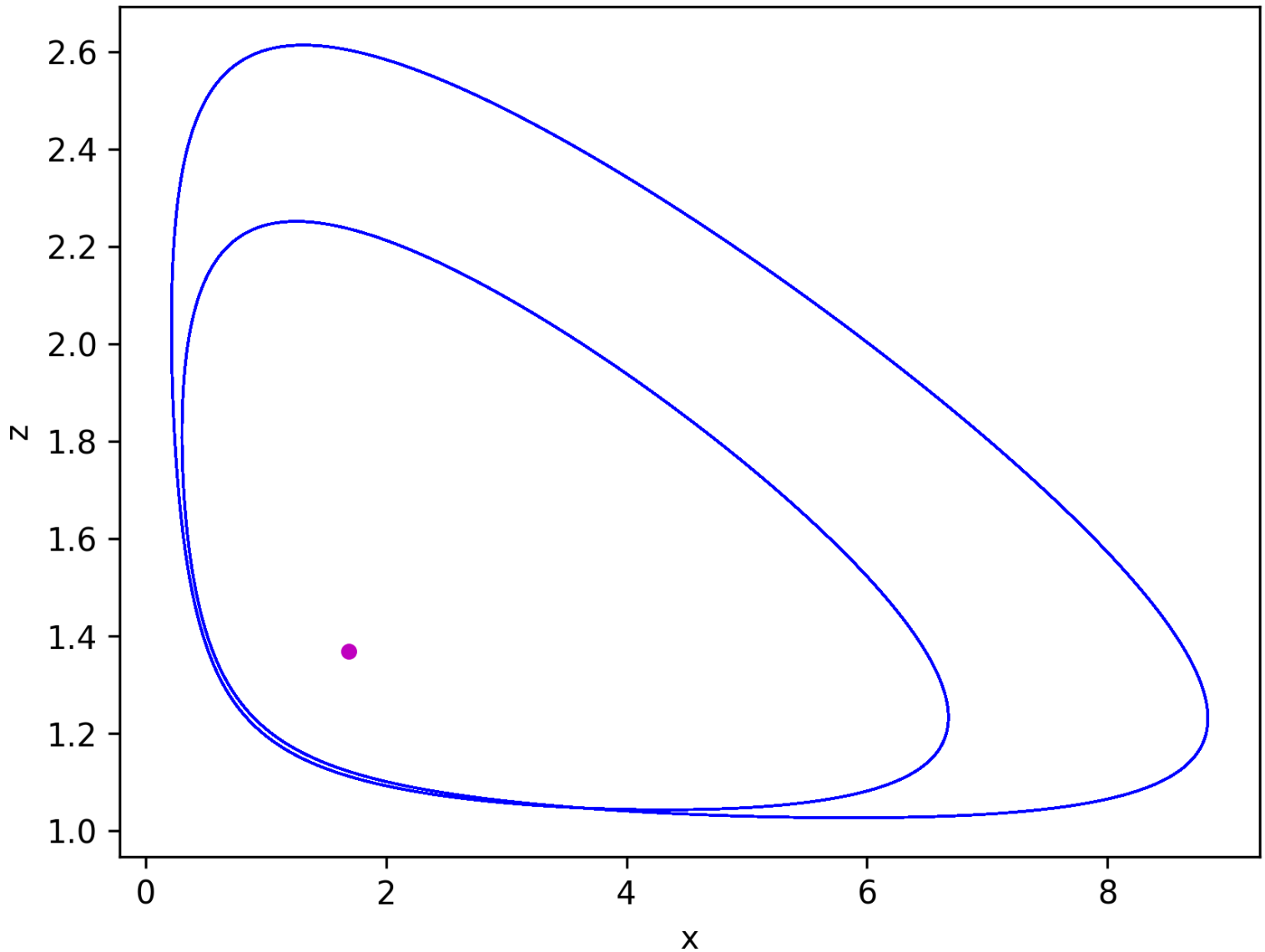

(53.7): a=1.17472, b=-1.86, d=-1.64, e=0.03, f=0.46 End=[5.31101, 0.30215, 0.49119]
StSt=(1.667, 2.46, 0.497) (-0.323, -1.24, 0.229) Time=2000.0 Step=0.002 Start=2000
0.80
0.75
0.70
0.65
0.60
0.55
0.50
0.45
z
0
5
10
15
20
x


(53.7): a=1.174731, b=-1.86, d=-1.64, e=0.03, f=0.46 End=[0.33323, 3.4439, 0.5849]
StSt=(1.667, 2.46, 0.497) (-0.323, -1.24, 0.229) Time=3000.0 Step=0.002 Start=1000
0.85
0.80
0.75
0.70
0.65
0.60
0.55
0.50
0.45
z
0
5
10
15
20
25
x

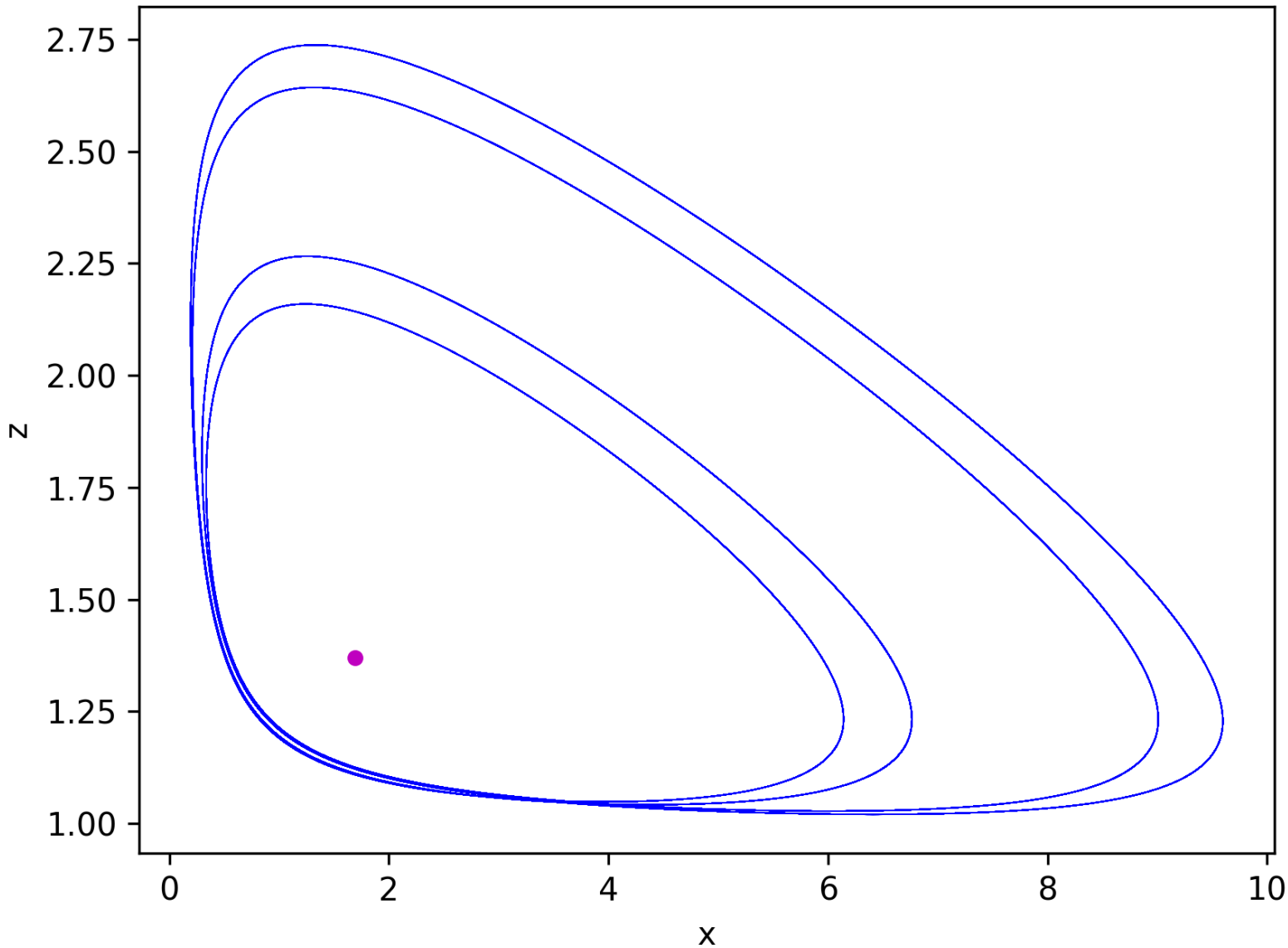
(53.7): a=1.174732, b=-1.86, d=-1.64, e=0.03, f=0.46   End=[42.34617, -9.64443, 0.33811]
StSt=(1.667, 2.46, 0.497) (-0.323, -1.24, 0.229)   Time=1287.1   Step=0.005   Start=0



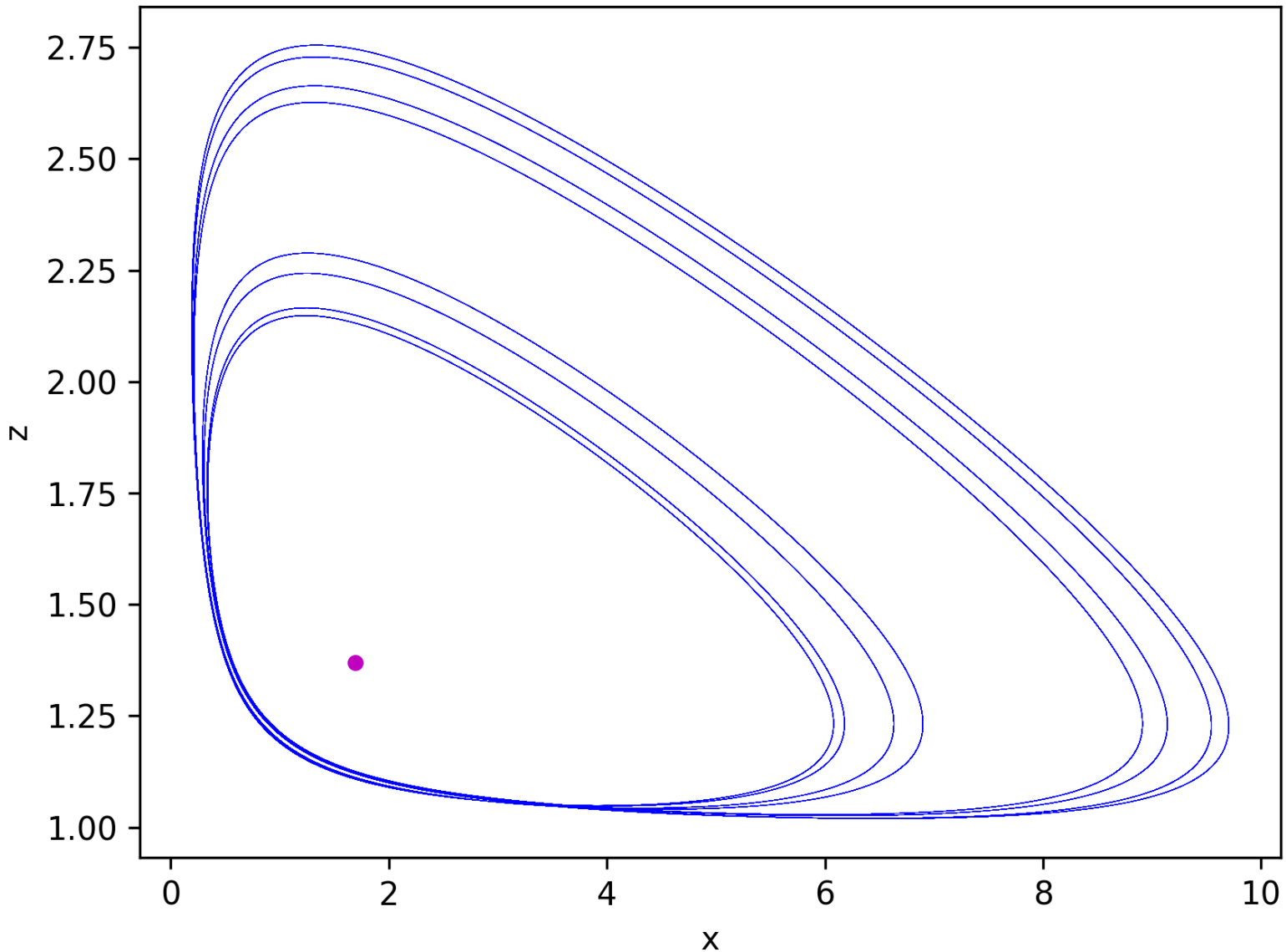
(54.6): a=0.362, b=-1.32, d=-1.32, e=0.58, f=0.3   End=[0.36671, 3.07048, 1.51772]
StSt=(1.691, 1.912, 1.369) (-0.448, -0.912, 0.487)   Time=1000.0   Step=0.005   Start=1000



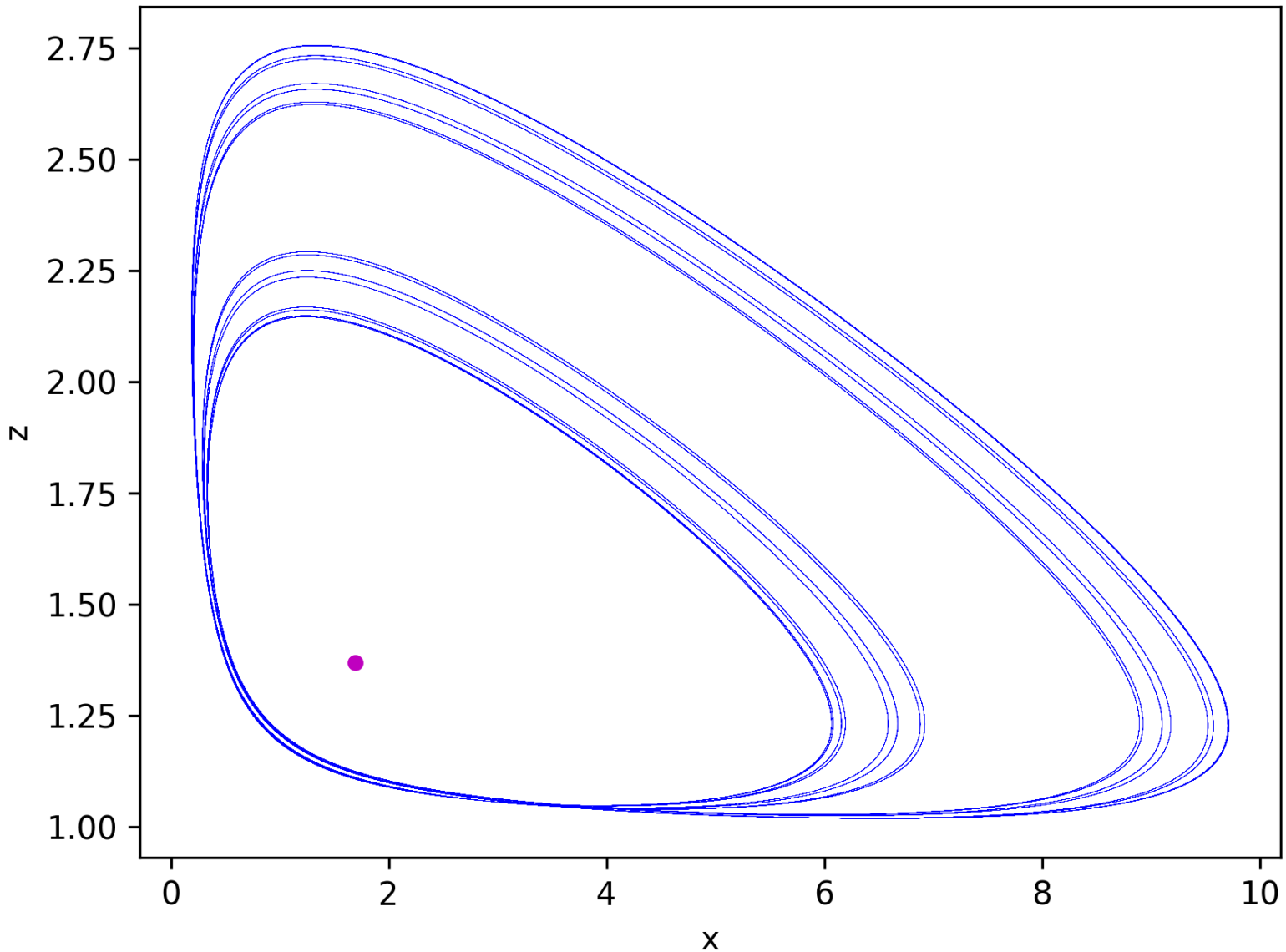
(54.6): a=0.3638, b=-1.32, d=-1.32, e=0.58, f=0.3   End=[0.22091, 5.06154, 1.85765]
StSt=(1.691, 1.912, 1.369) (-0.448, -0.912, 0.487)   Time=1000.0   Step=0.005   Start=1000



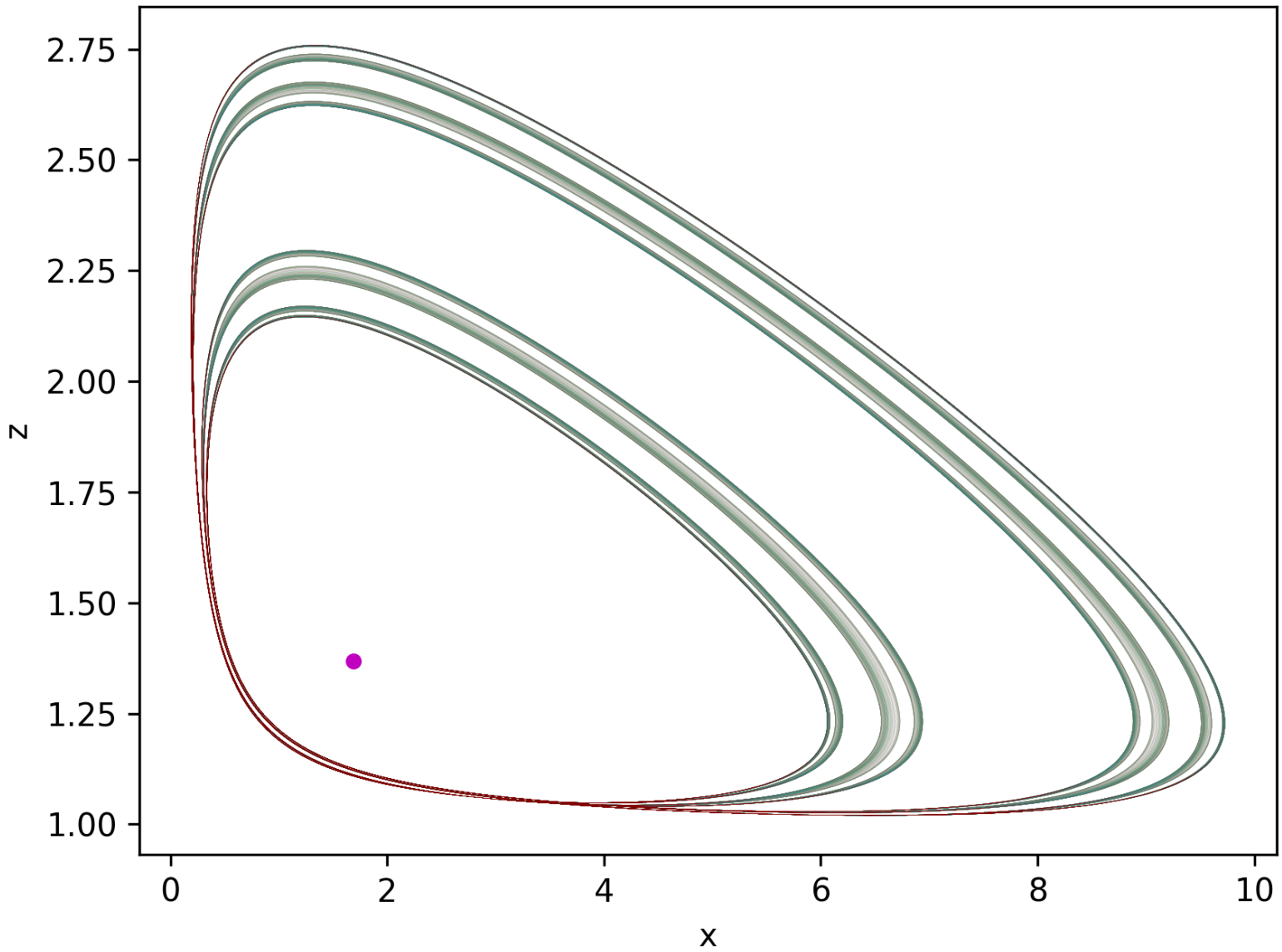
(54.6): a=0.36392, b=-1.32, d=-1.32, e=0.58, f=0.3   End=[1.6116, 6.355, 2.13656]
StSt=(1.691, 1.912, 1.369) (-0.448, -0.912, 0.487)   Time=1000.0   Step=0.005   Start=1000



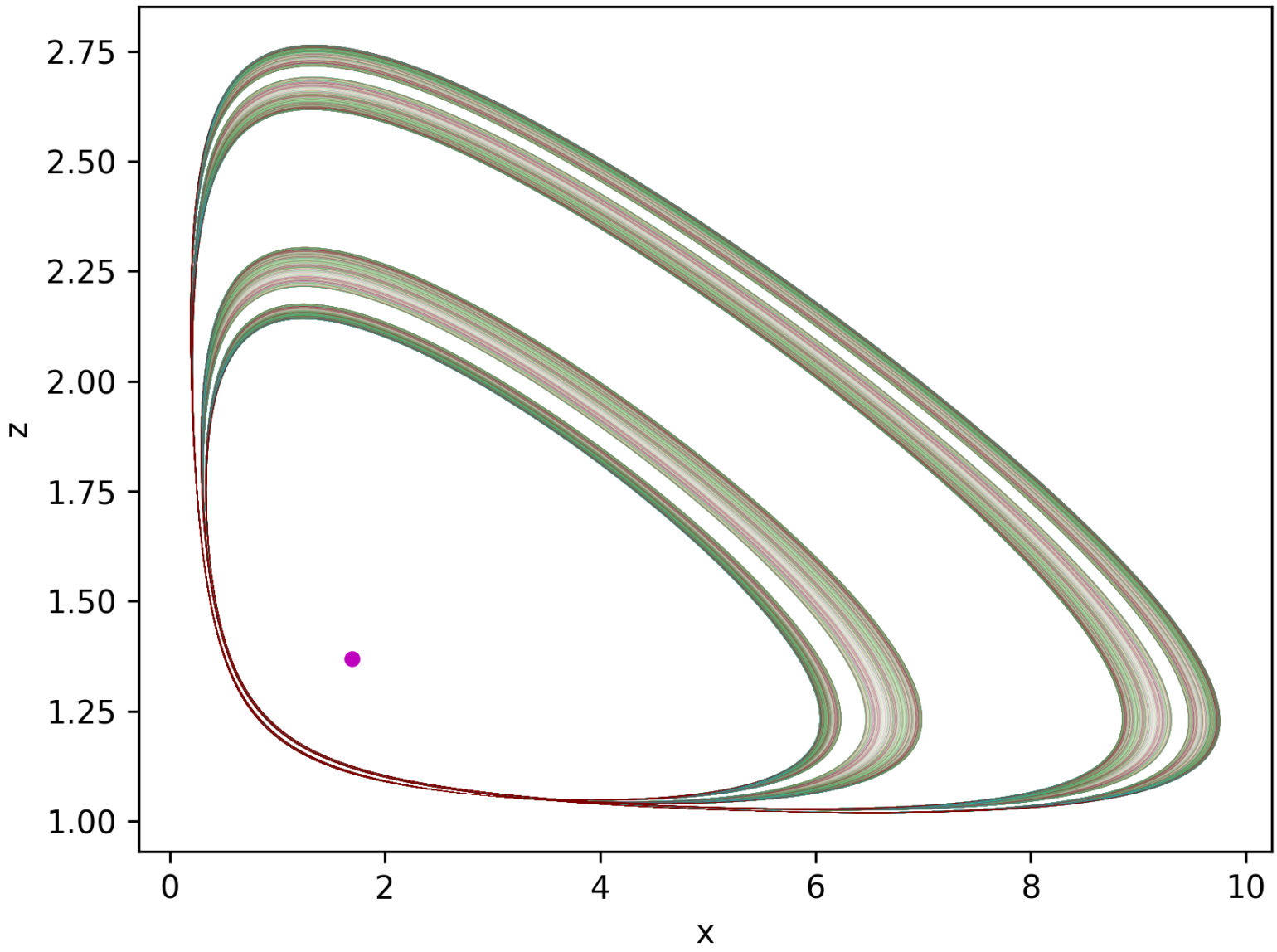
(54.6): a=0.36394, b=-1.32, d=-1.32, e=0.58, f=0.3   End=[3.06742, 0.44448, 1.05868]
StSt=(1.691, 1.912, 1.369) (-0.448, -0.912, 0.487)   Time=2000.0   Step=0.004   Start=1000



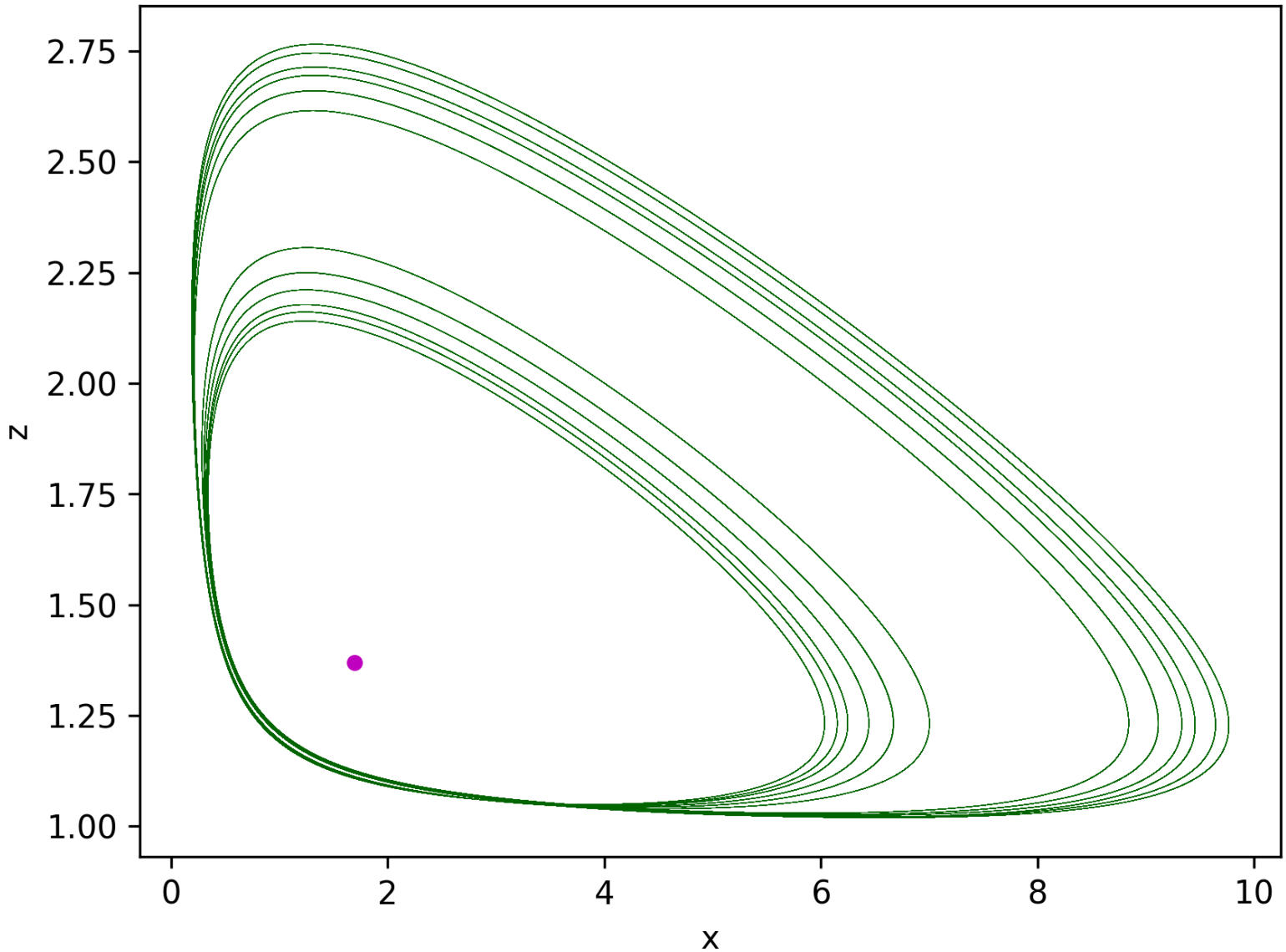
(54.6): a=0.36396, b=-1.32, d=-1.32, e=0.58, f=0.3   End=[0.67126, 1.76057, 1.28899]
StSt=(1.691, 1.912, 1.369) (-0.448, -0.912, 0.487)   Time=3000.0   Step=0.004   Start=1000

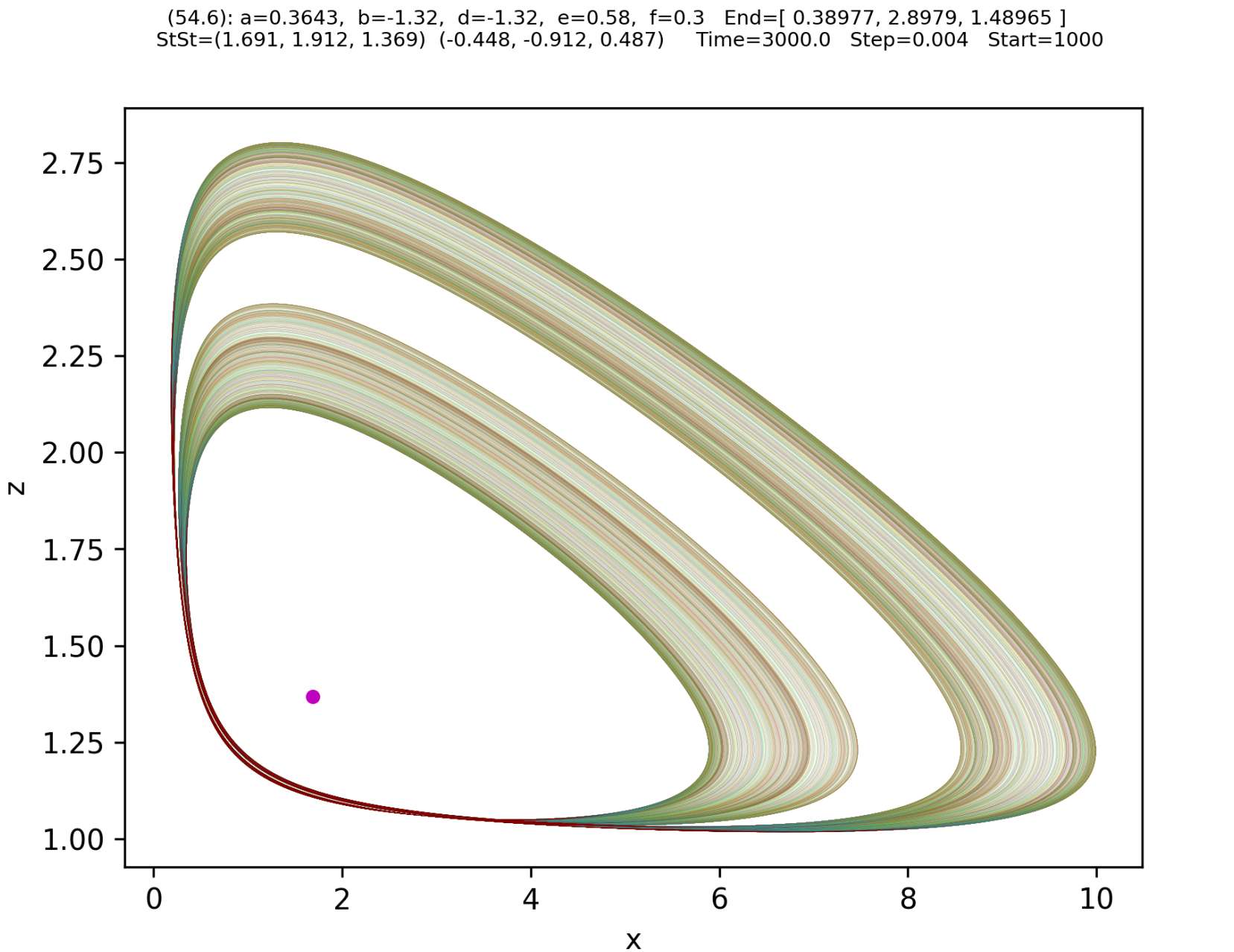


(54.6): a=0.36401, b=-1.32, d=-1.32, e=0.58, f=0.3   End=[5.67335, 0.49182, 1.0526]
StSt=(1.691, 1.912, 1.369) (-0.448, -0.912, 0.487)   Time=3000.0   Step=0.004   Start=1000

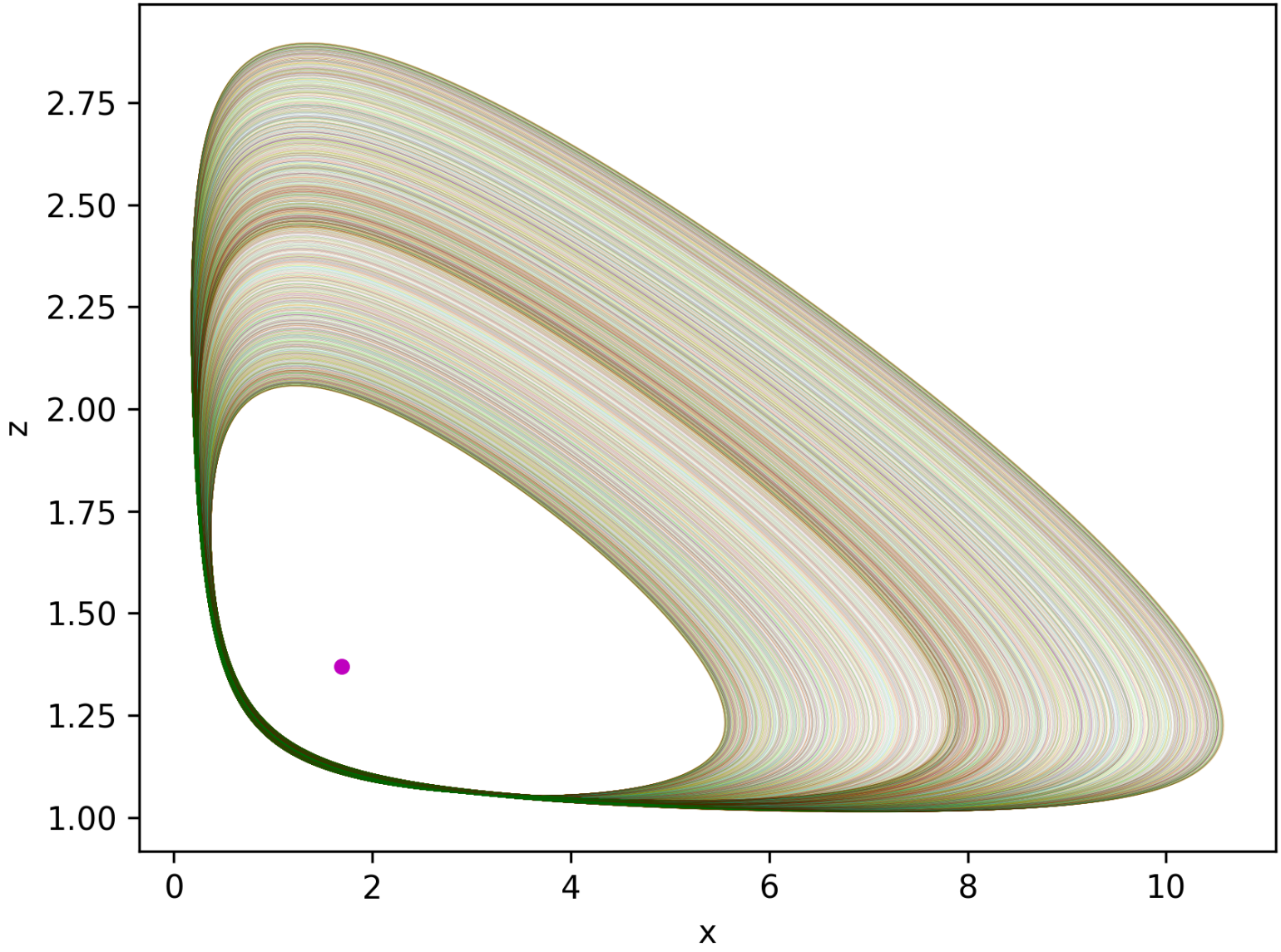


(54.6): a=0.36402, b=-1.32, d=-1.32, e=0.58, f=0.3   End=[1.07401, 1.15431, 1.19511]
StSt=(1.691, 1.912, 1.369) (-0.448, -0.912, 0.487)   Time=2000.0   Step=0.004   Start=1000

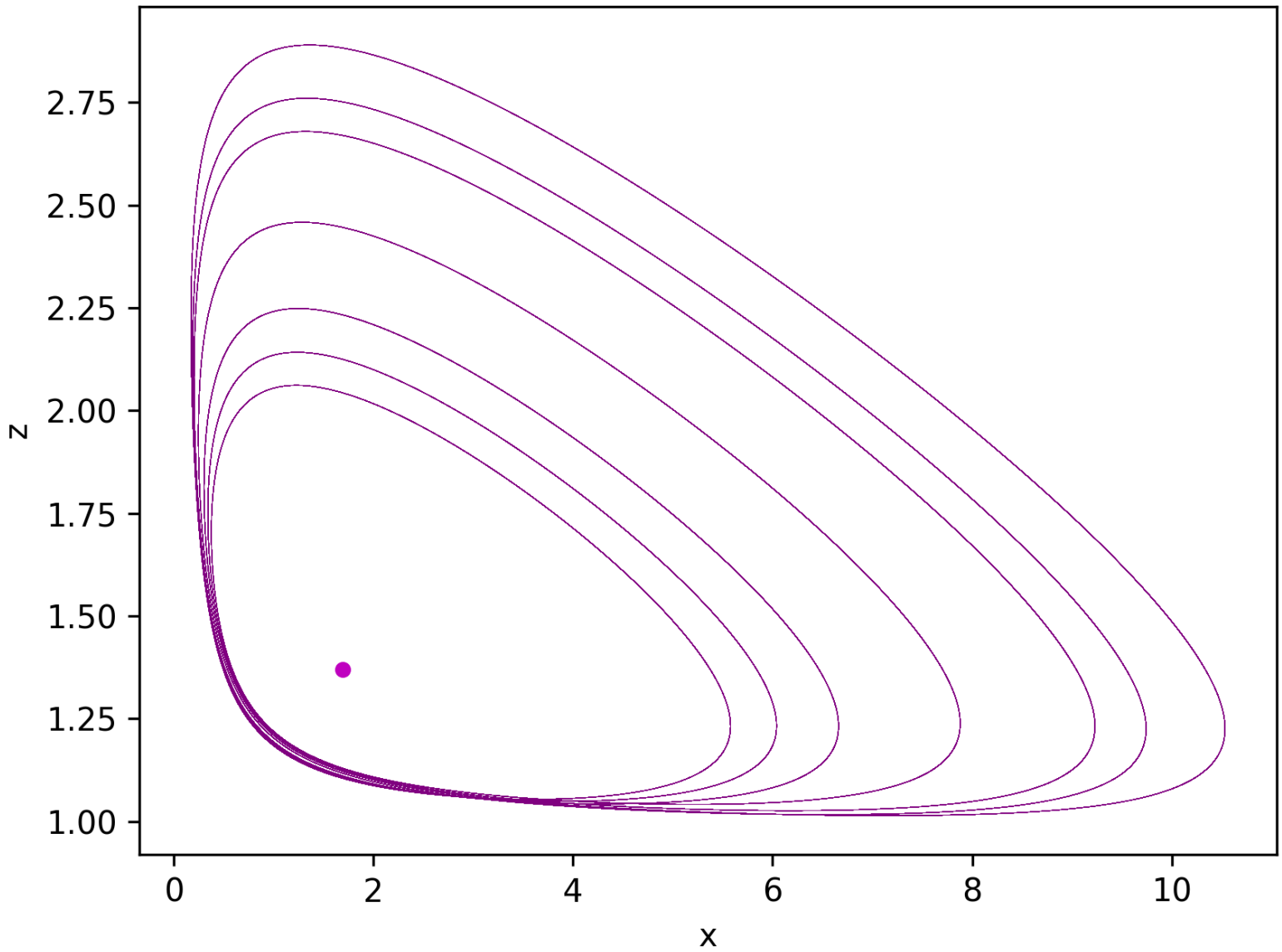



(54.6): a=0.3643, b=-1.32, d=-1.32, e=0.58, f=0.3 End=[0.38977, 2.8979, 1.48965]
StSt=(1.691, 1.912, 1.369) (-0.448, -0.912, 0.487) Time=3000.0 Step=0.004 Start=1000
2.75
2.50
2.25
2.00
1.75
1.50
1.25
1.00
z
0
2
4
6
8
10
x

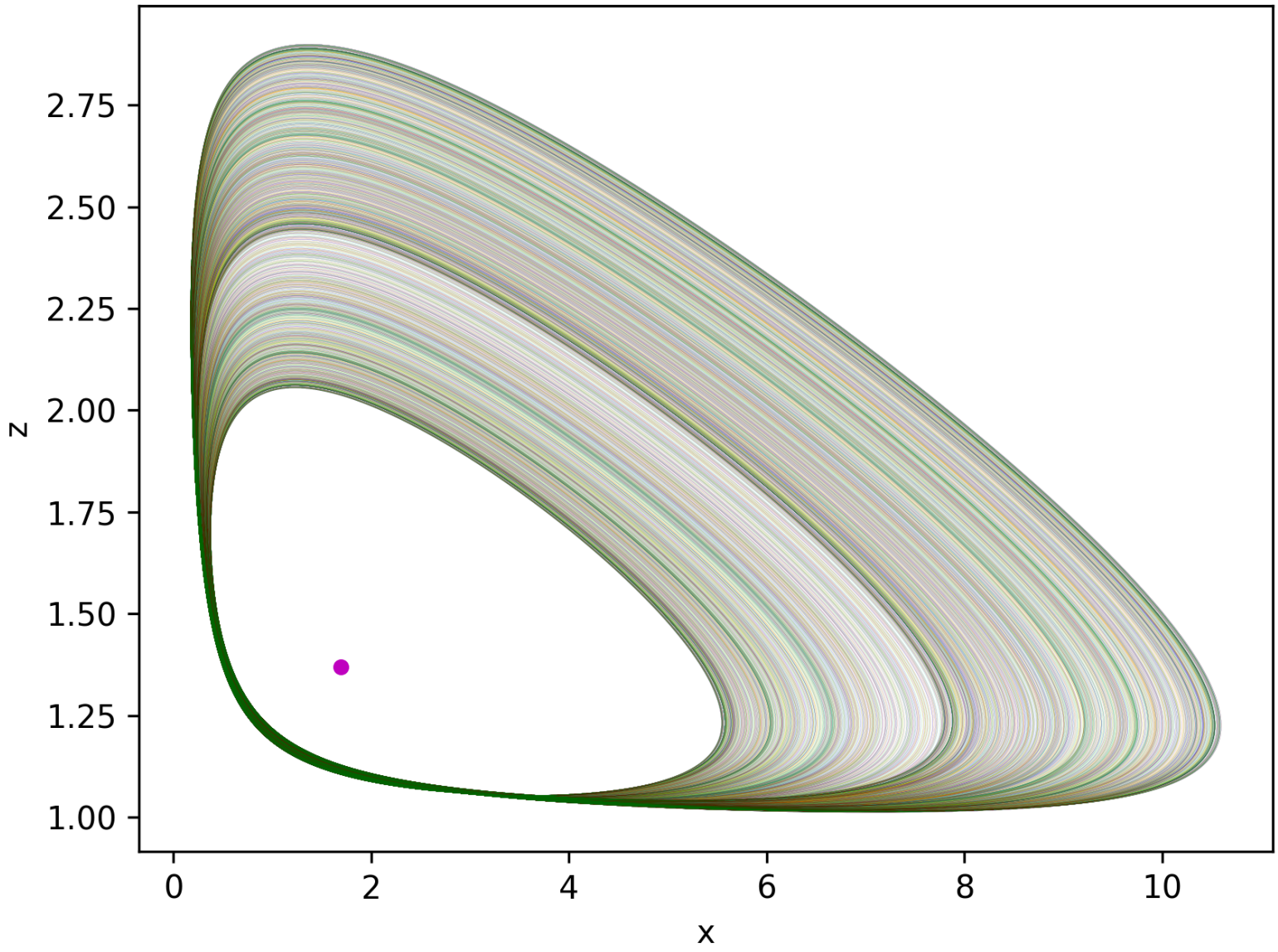
(54.6): a=0.36493, b=-1.32, d=-1.32, e=0.58, f=0.3   End=[1.09525, 1.15526, 1.19936]
StSt=(1.691, 1.912, 1.369) (-0.448, -0.912, 0.487)   Time=2500.0   Step=0.004   Start=1000



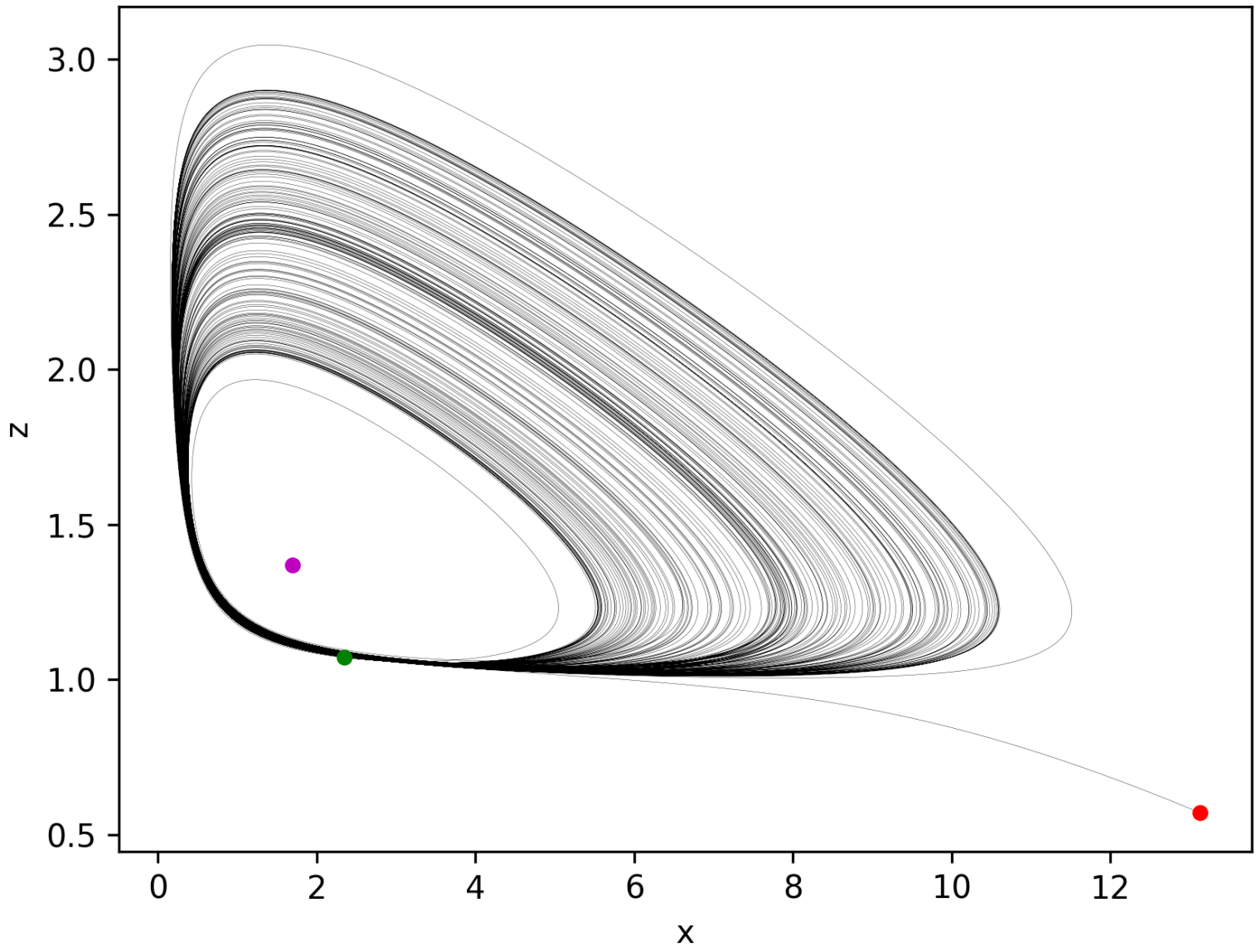
(54.6): a=0.36494, b=-1.32, d=-1.32, e=0.58, f=0.3   End=[1.10139, 1.13203, 1.1751]
StSt=(1.691, 1.912, 1.369) (-0.448, -0.912, 0.487)   Time=2000.0   Step=0.004   Start=1000



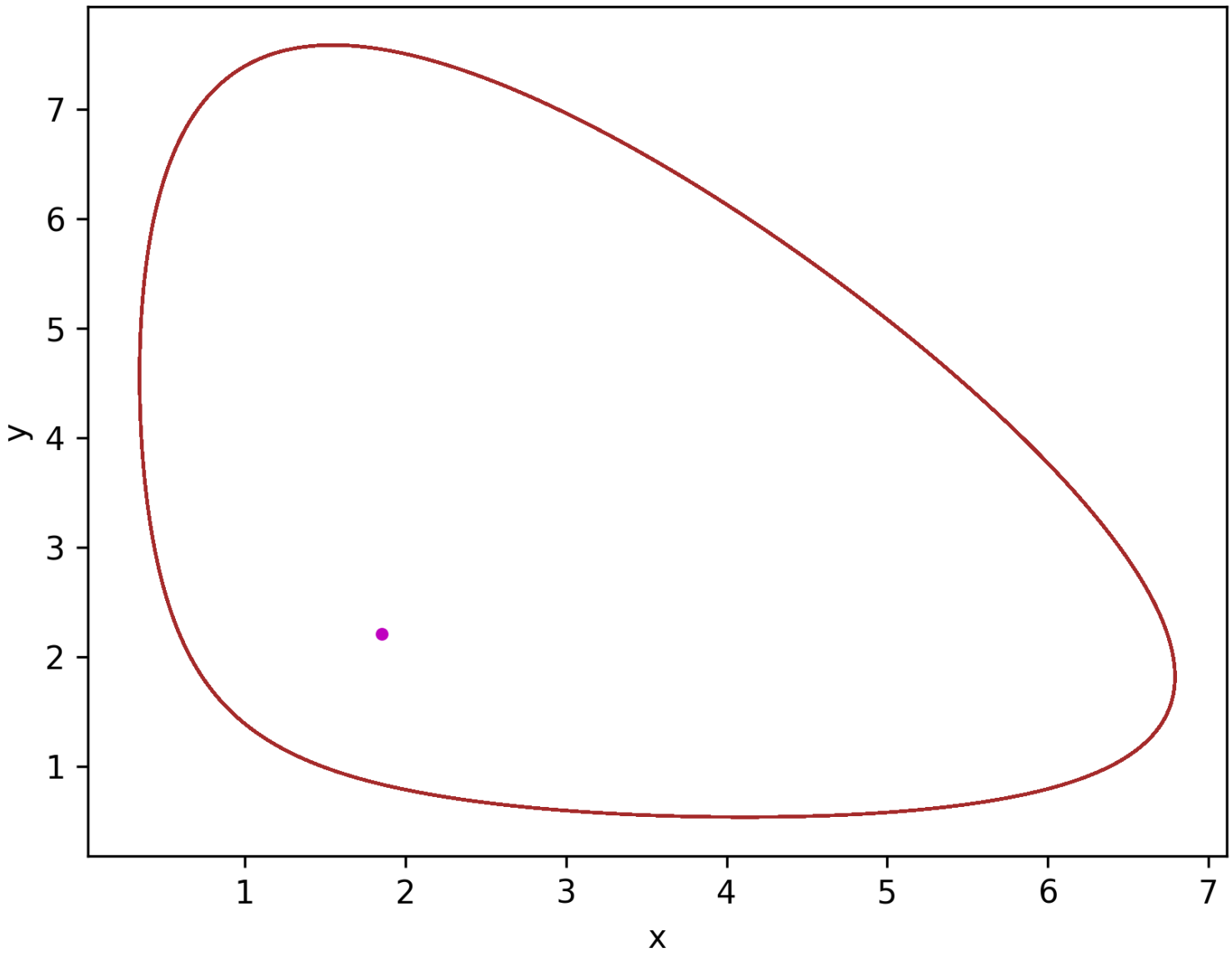
(54.6): a=0.364941, b=-1.32, d=-1.32, e=0.58, f=0.3   End=[5.95204, 0.42581, 1.04174]
StSt=(1.691, 1.912, 1.369) (-0.448, -0.912, 0.487)   Time=3000.0   Step=0.004   Start=1000



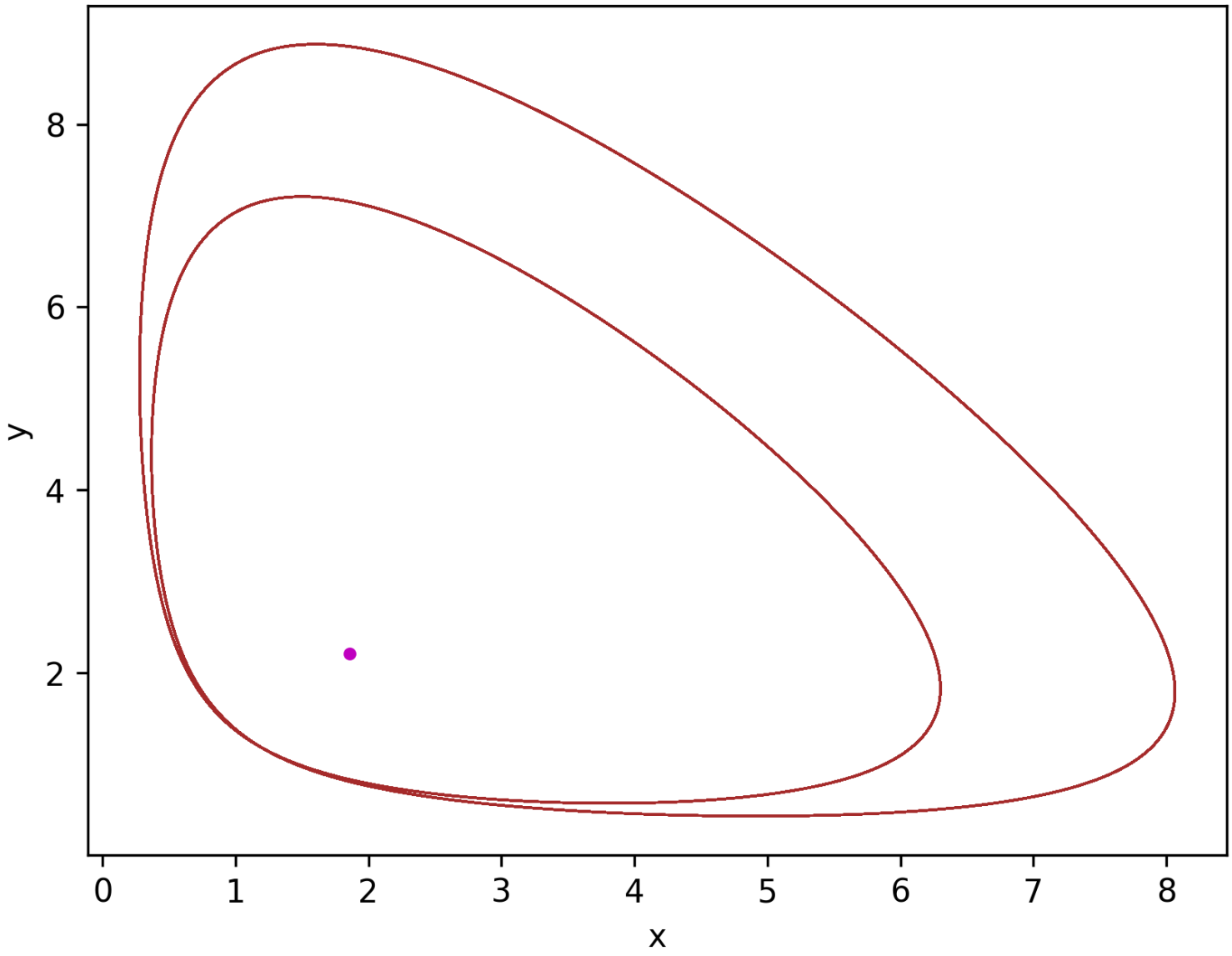
(54.6): a=0.364951, b=-1.32, d=-1.32, e=0.58, f=0.3   End=[13.13229, -2.1125, 0.57063]
StSt=(1.691, 1.912, 1.369) (-0.448, -0.912, 0.487)   Time=718.5   Step=0.004   Start=0



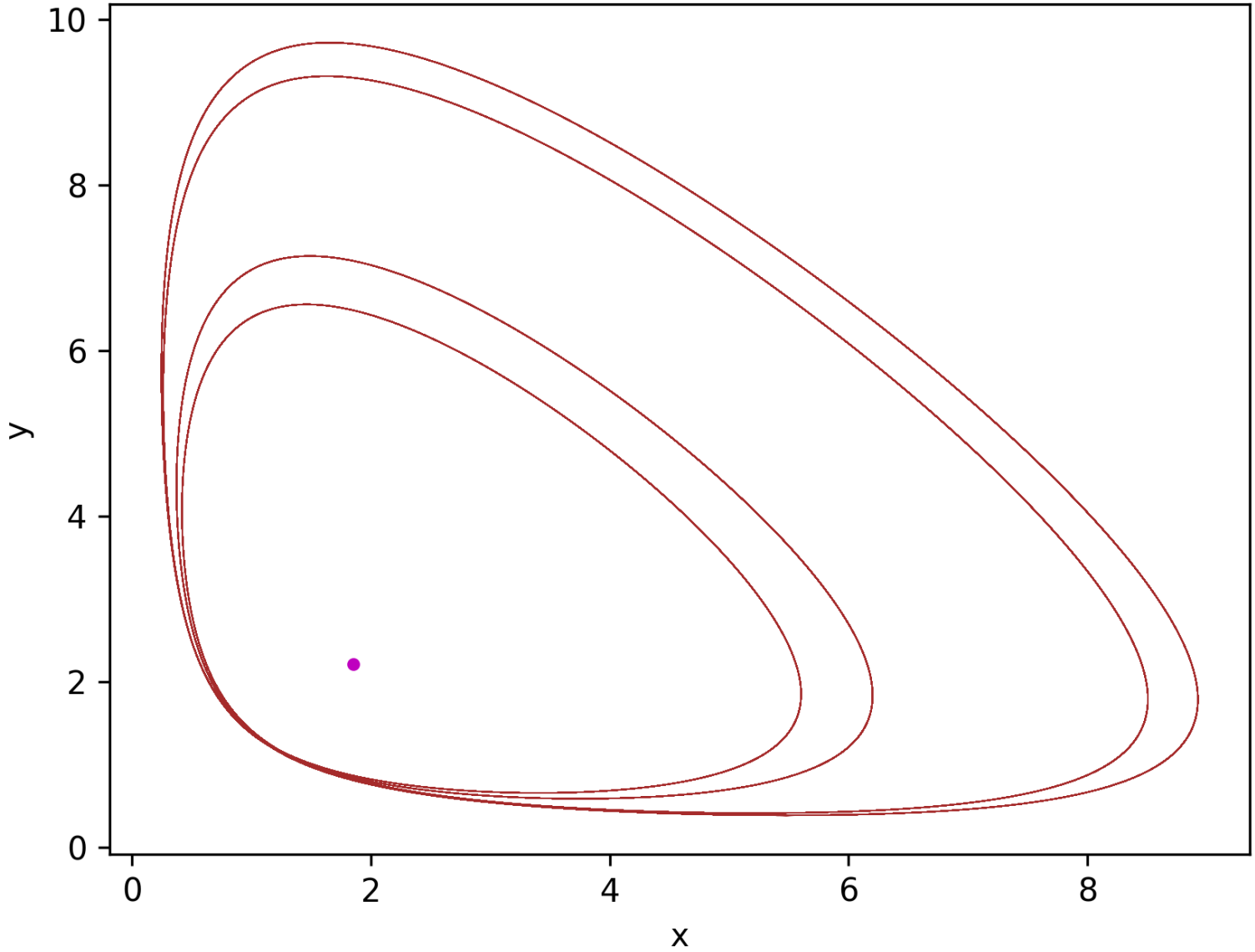
(54.7): a=0.29, b=-1.67, d=-1.89, e=0.75, f=0.19 End=[0.77132, 1.74016, 1.30746]
StSt=(1.8556, 2.2089, 1.454) (-0.3227, -1.4289, 0.7019) Time=1000.0 Step=0.002 Start=2000



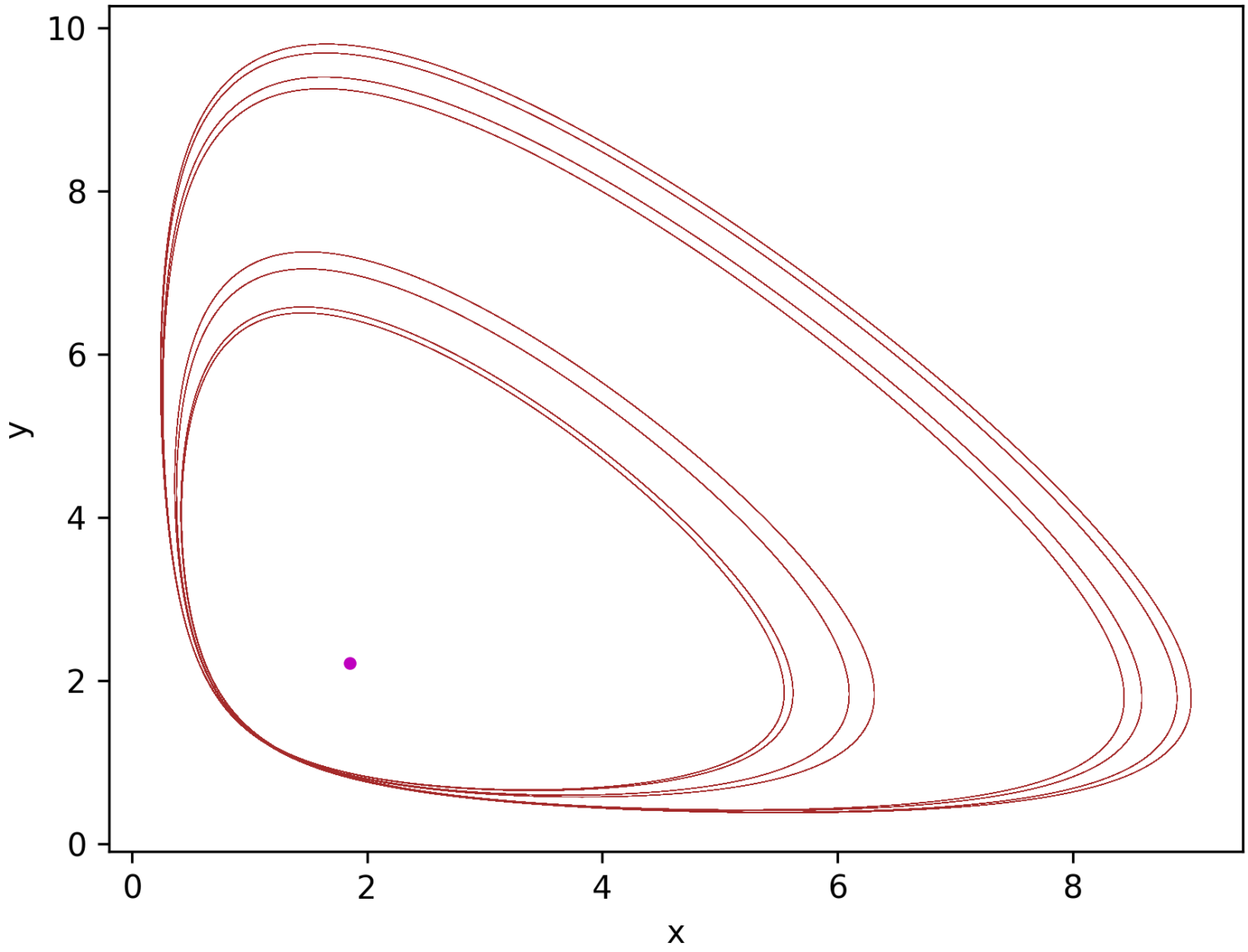
(54.7): a=0.302, b=-1.67, d=-1.89, e=0.75, f=0.19   End=[7.59429, 3.26049, 1.54672]
StSt=(1.8556, 2.2089, 1.454) (-0.3227, -1.4289, 0.7019)   Time=1000.0   Step=0.002   Start=2000



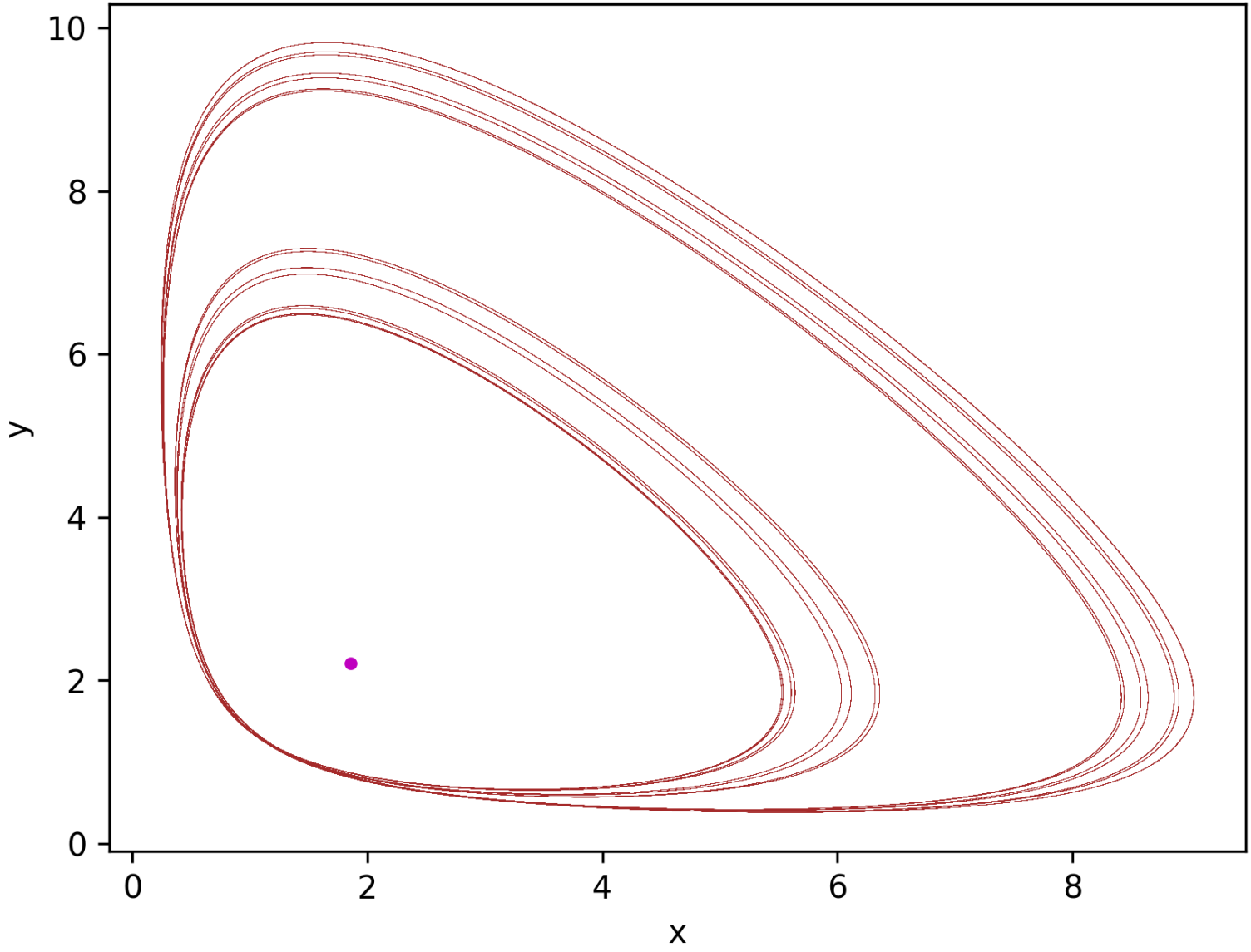
(54.7): a=0.3064, b=-1.67, d=-1.89, e=0.75, f=0.19   End=[6.8989, 4.99064, 1.78261]
StSt=(1.8556, 2.2089, 1.454) (-0.3227, -1.4289, 0.7019)   Time=1000.0   Step=0.002   Start=2000



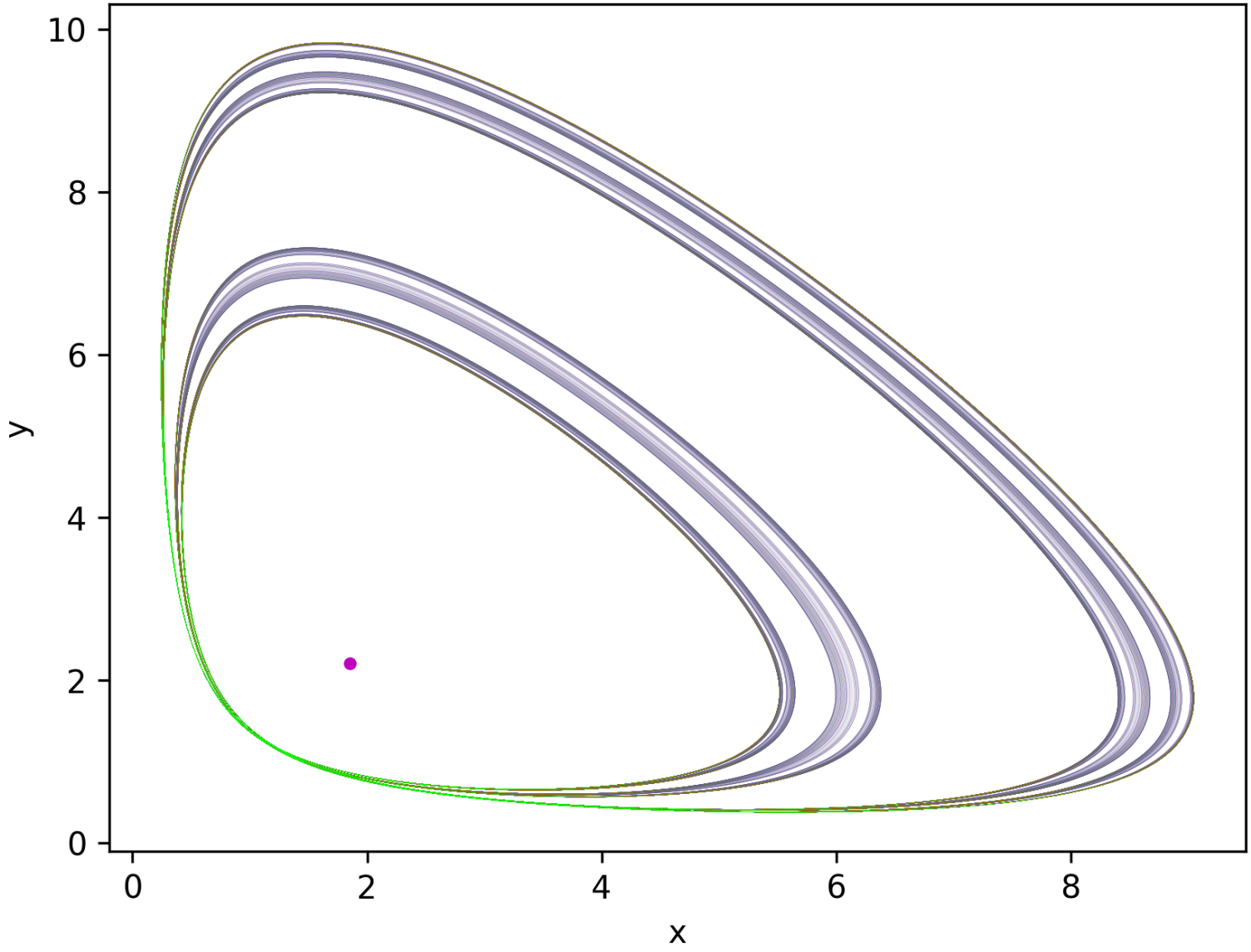
(54.7): a=0.3066, b=-1.67, d=-1.89, e=0.75, f=0.19   End=[0.55017, 2.28229, 1.35109]
StSt=(1.8556, 2.2089, 1.454) (-0.3227, -1.4289, 0.7019)   Time=2000.0   Step=0.002   Start=2000



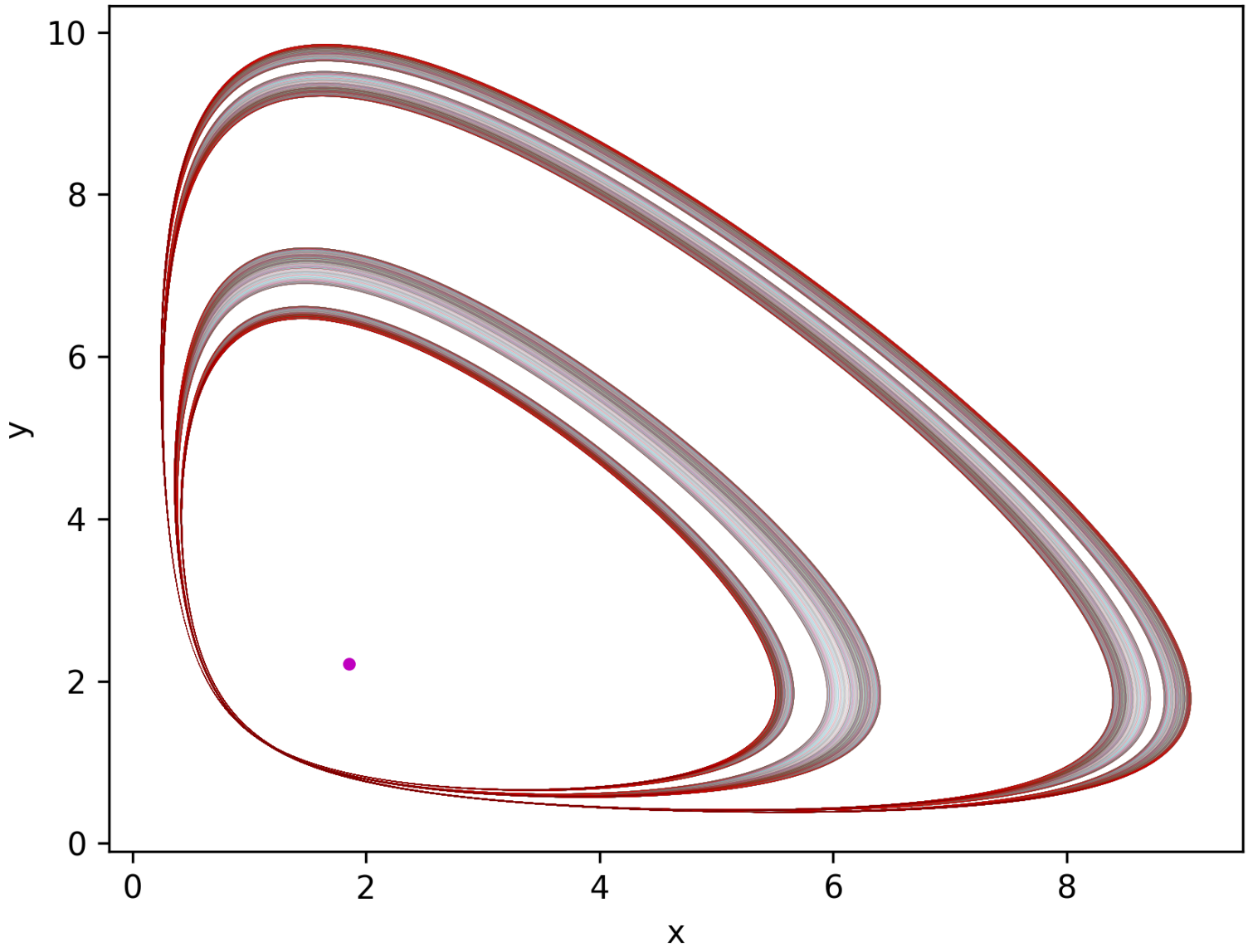
(54.7): a=0.3067, b=-1.67, d=-1.89, e=0.75, f=0.19   End=[0.63365, 2.01773, 1.31969]
StSt=(1.8556, 2.2089, 1.454) (-0.3227, -1.4289, 0.7019)   Time=2000.0   Step=0.002   Start=2000



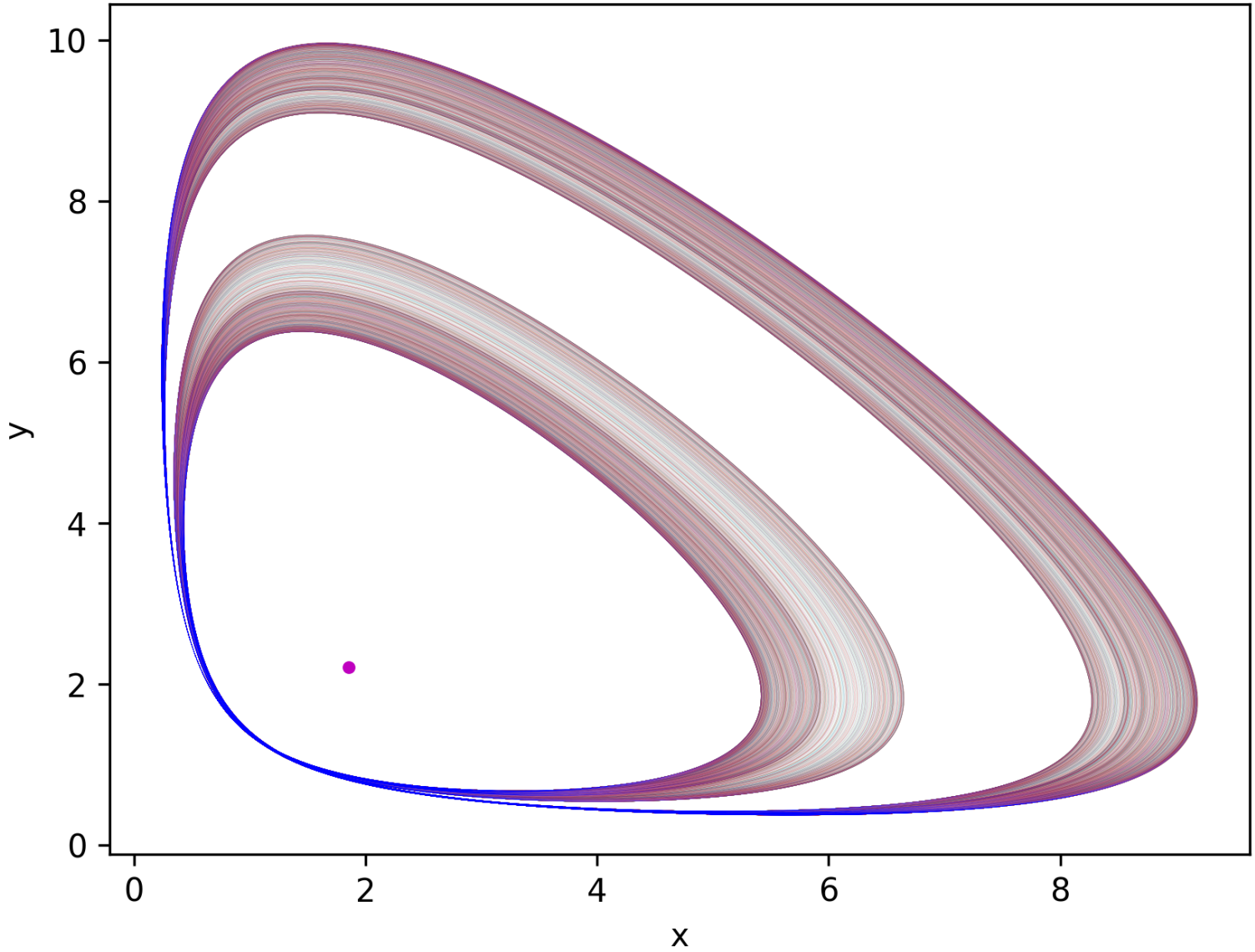
(54.7): a=0.30675, b=-1.67, d=-1.89, e=0.75, f=0.19   End=[3.04792, 0.62205, 1.16109]
StSt=(1.8556, 2.2089, 1.454) (-0.3227, -1.4289, 0.7019)   Time=3000.0   Step=0.002   Start=2000



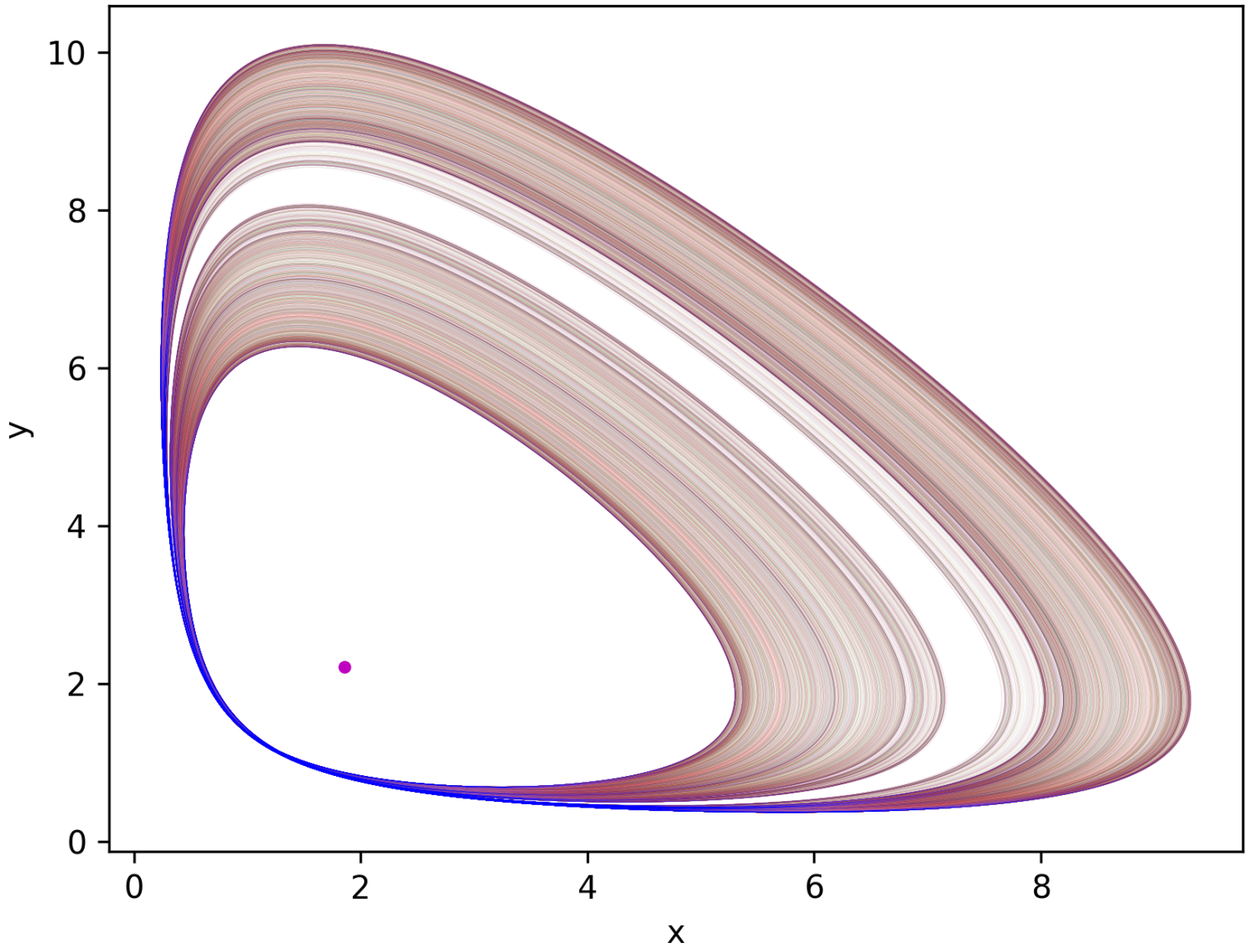
(54.7): a=0.3068, b=-1.67, d=-1.89, e=0.75, f=0.19   End=[1.32868, 1.08467, 1.21223]
StSt=(1.8556, 2.2089, 1.454) (-0.3227, -1.4289, 0.7019)   Time=3000.0   Step=0.002   Start=1000



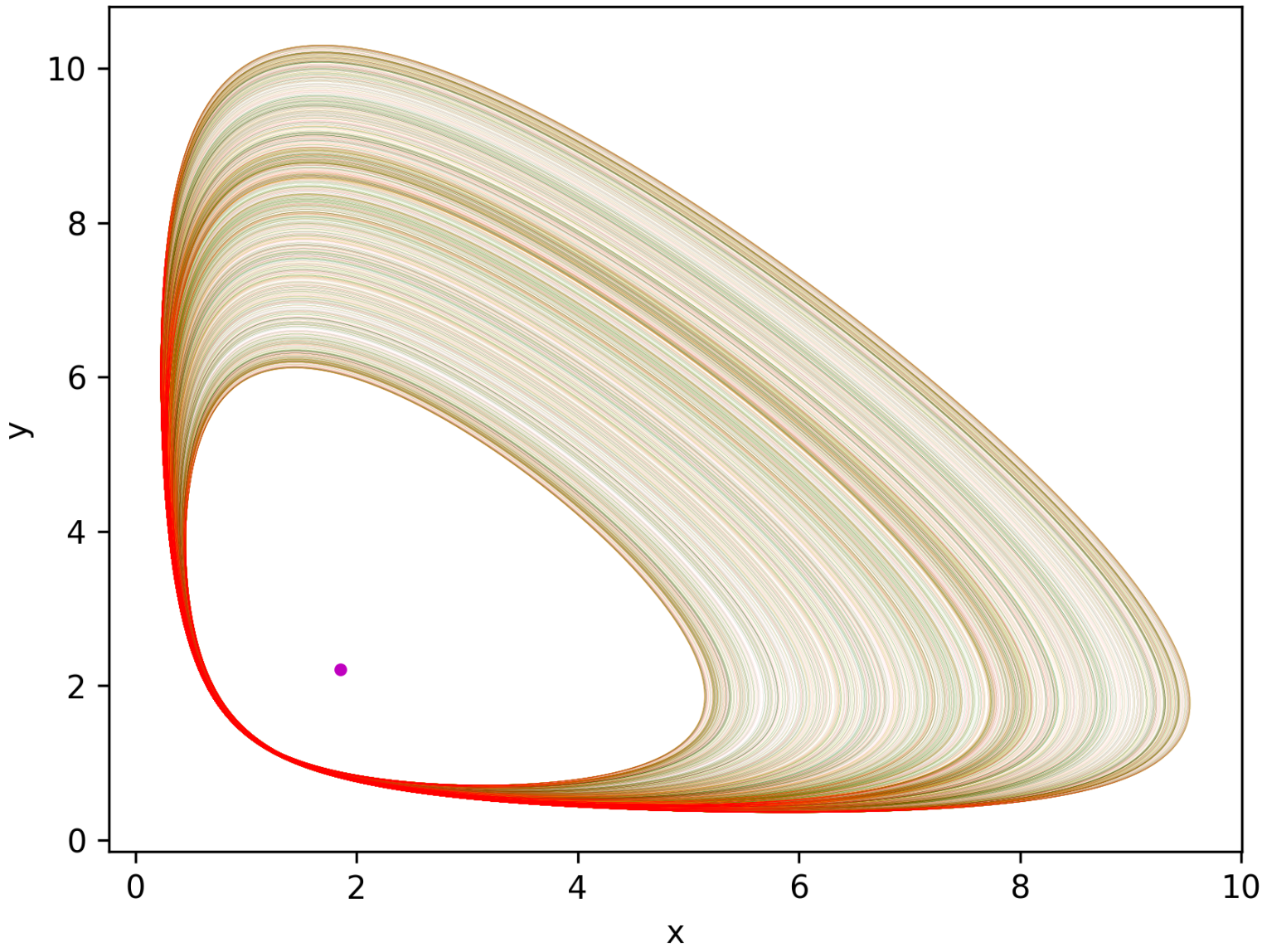
(54.7): a=0.3072, b=-1.67, d=-1.89, e=0.75, f=0.19   End=[0.8733, 1.53071, 1.26567]
StSt=(1.8556, 2.2089, 1.454) (-0.3227, -1.4289, 0.7019)   Time=3000.0   Step=0.002   Start=1000



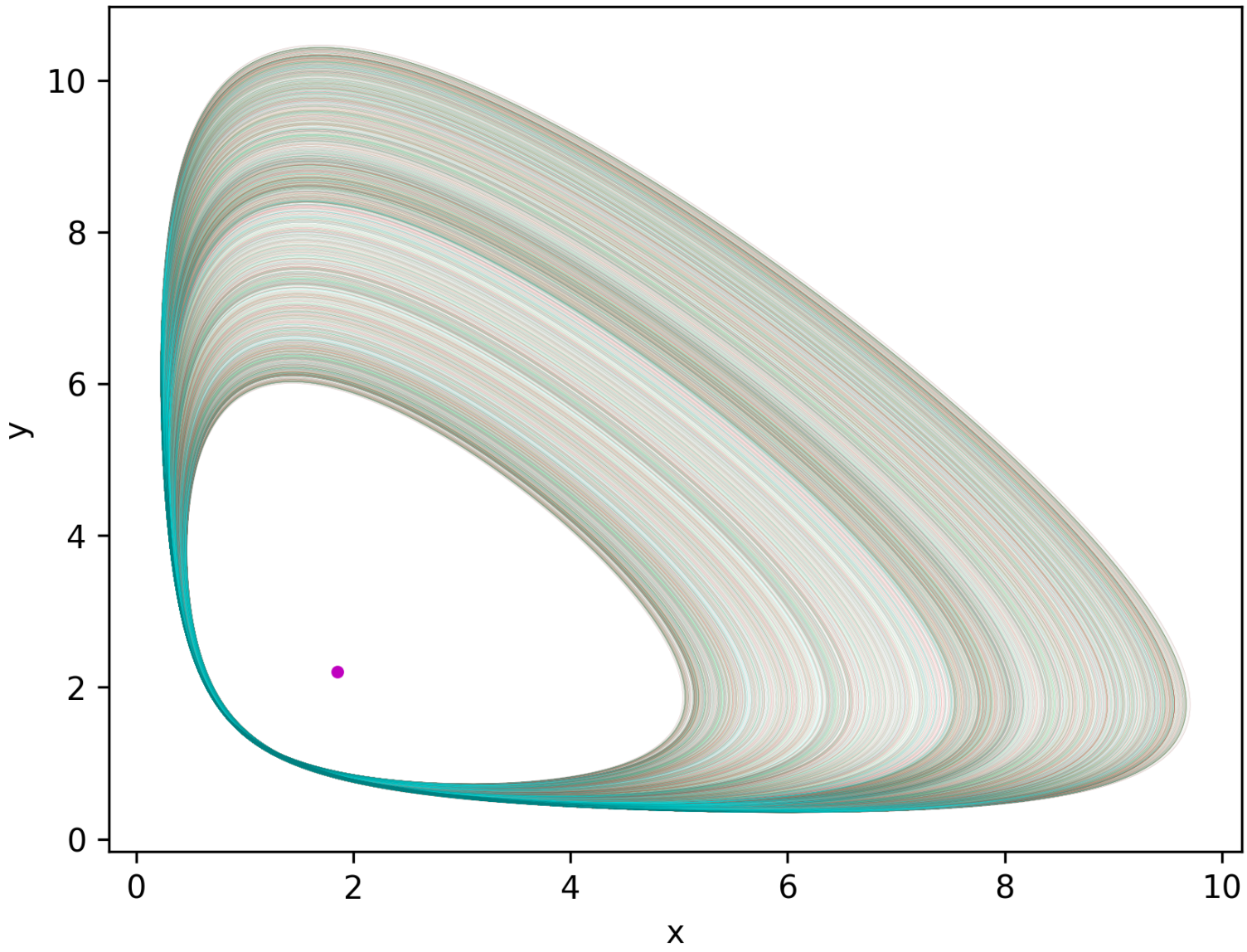
(54.7): a=0.3074, b=-1.67, d=-1.89, e=0.75, f=0.19   End=[0.75596, 1.73588, 1.28932]
StSt=(1.8556, 2.2089, 1.454) (-0.3227, -1.4289, 0.7019)   Time=3000.0   Step=0.002   Start=2000



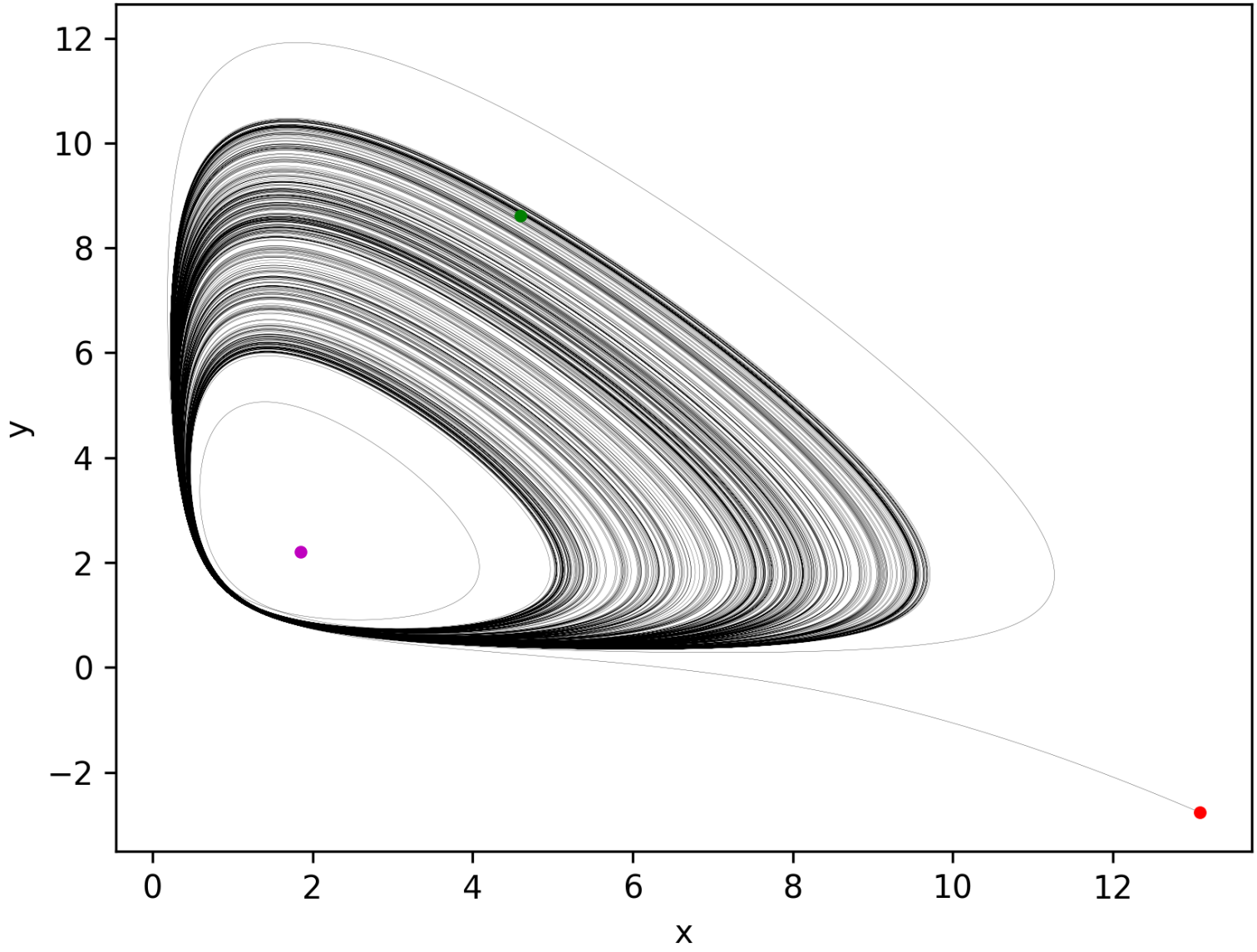
(54.7): a=0.308, b=-1.67, d=-1.89, e=0.75, f=0.19   End=[0.31024, 5.12126, 1.72719]
StSt=(1.8556, 2.2089, 1.454) (-0.3227, -1.4289, 0.7019)   Time=2500.0   Step=0.004   Start=1000



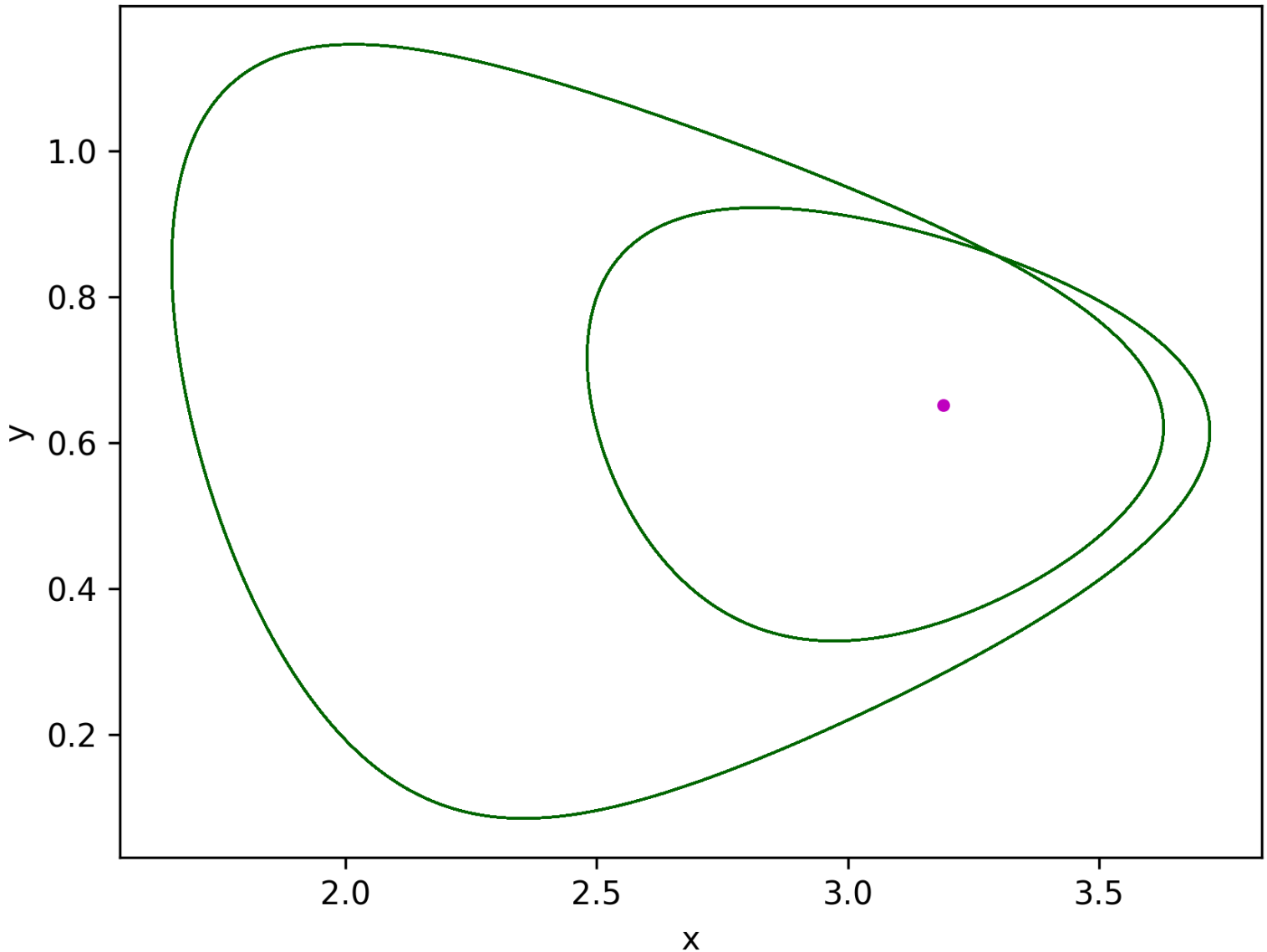
(54.7): a=0.30834, b=-1.67, d=-1.89, e=0.75, f=0.19   End=[2.09572, 8.87867, 2.27951]
StSt=(1.8556, 2.2089, 1.454) (-0.3227, -1.4289, 0.7019)   Time=2500.0   Step=0.002   Start=8000

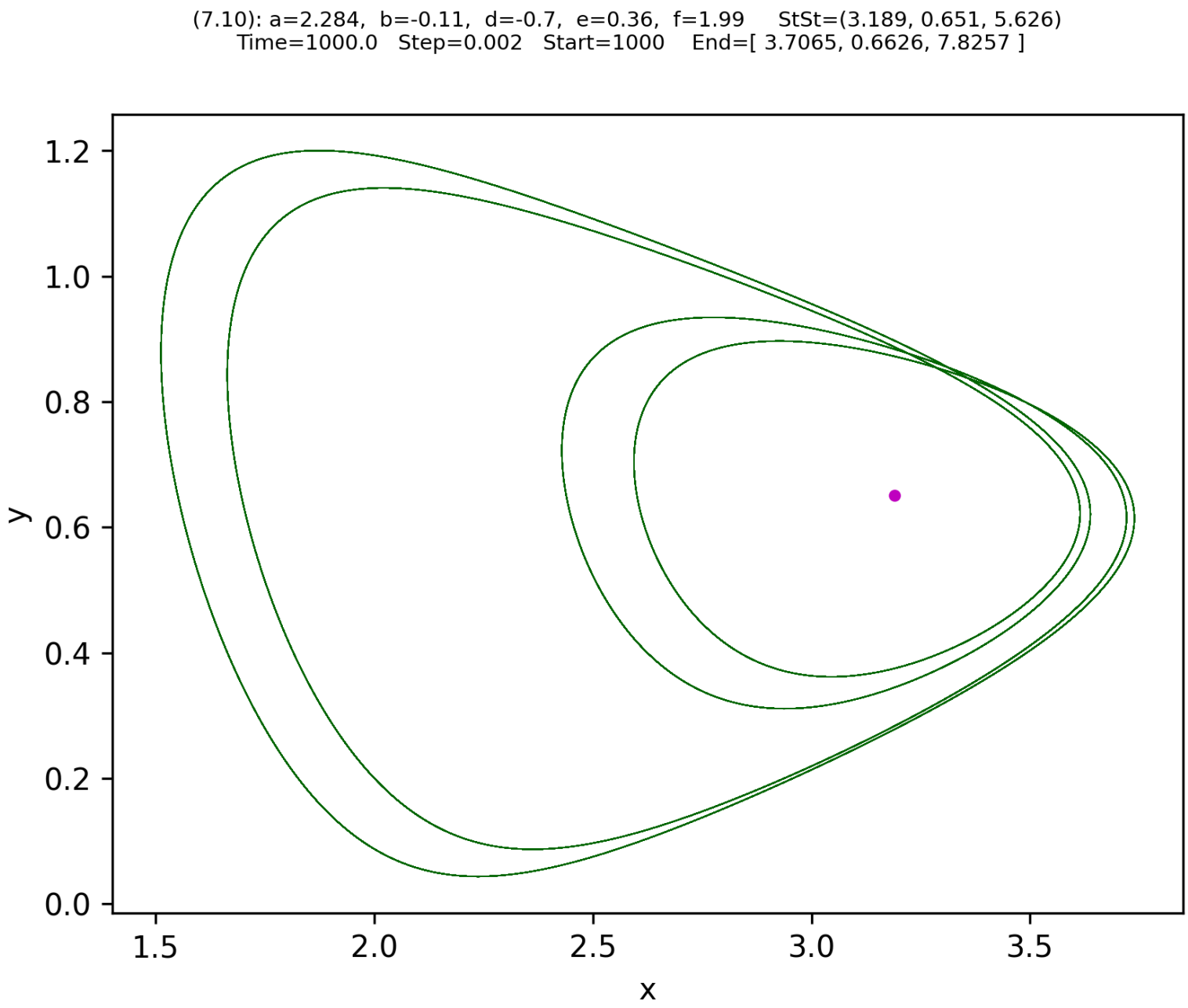


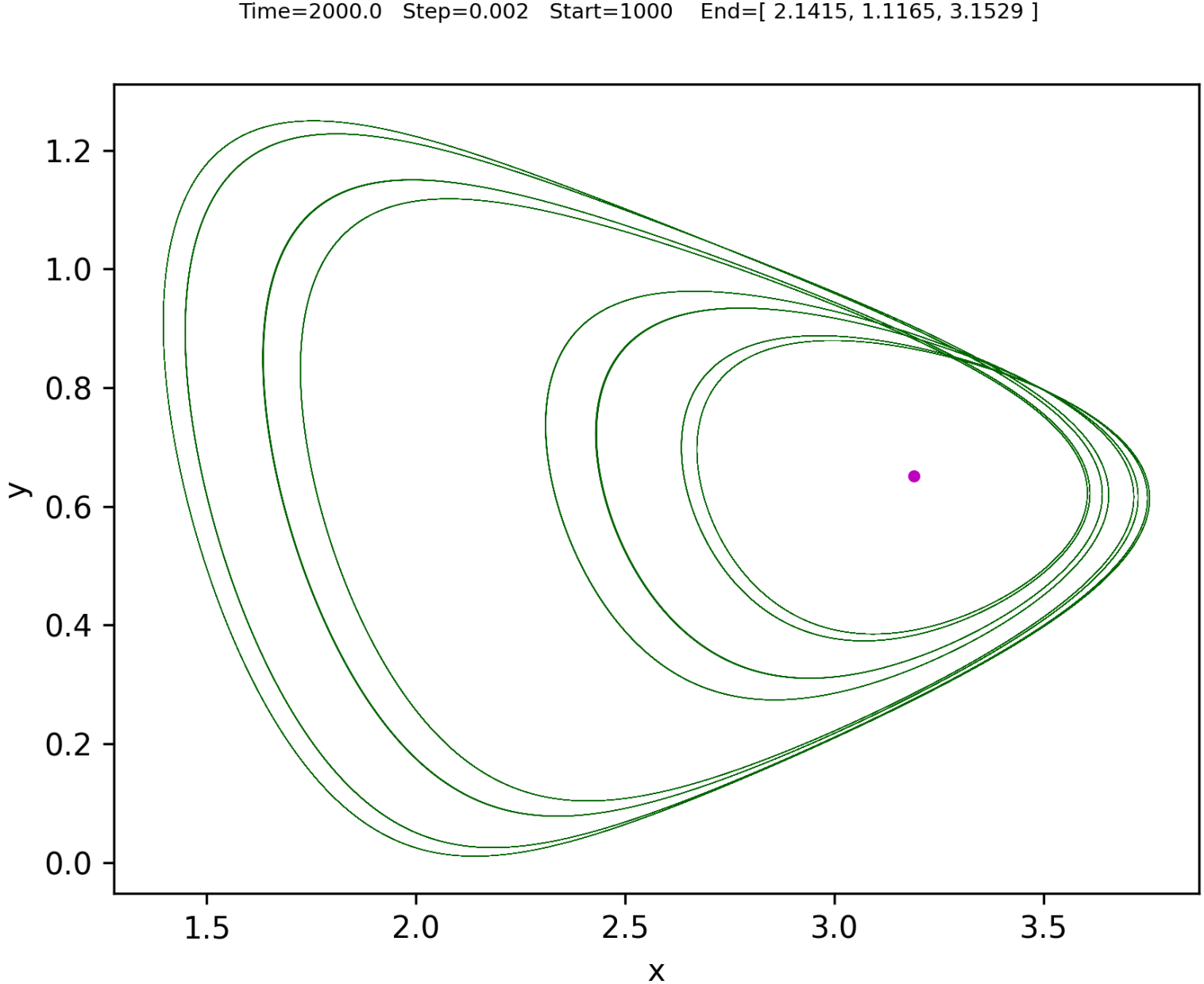
(54.7): a=0.30836, b=-1.67, d=-1.89, e=0.75, f=0.19   End=[13.092, -2.76482, 0.73941]
StSt=(1.8556, 2.2089, 1.454) (-0.3227, -1.4289, 0.7019)   Time=1270.3   Step=0.004   Start=2000



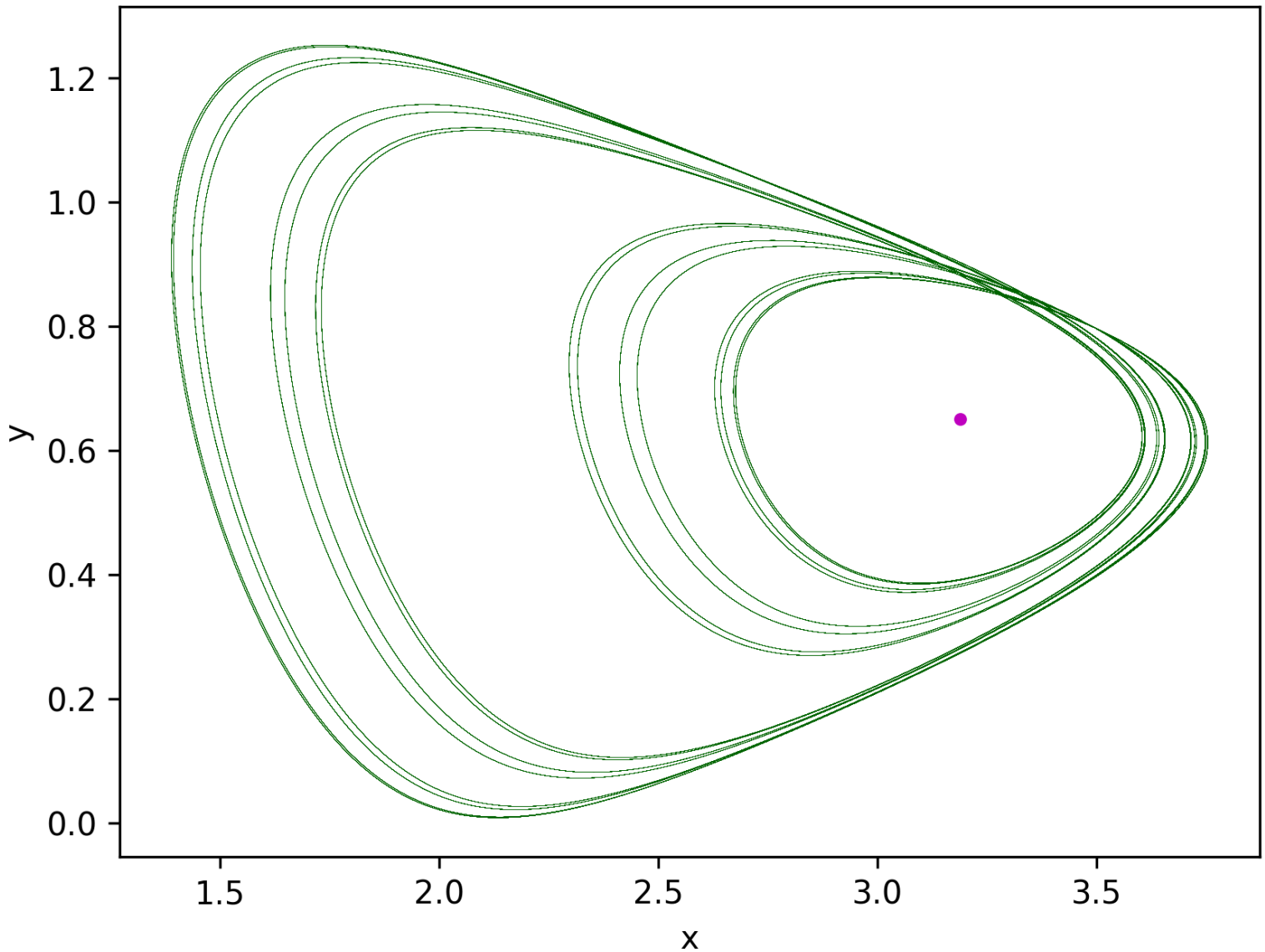
(7.10): a=2.28, b=-0.11, d=-0.7, e=0.36, f=1.99   StSt=(3.189, 0.651, 5.626)
Time=1000.0   Step=0.002   Start=1000   End=[3.5064, 0.4758, 6.7237]

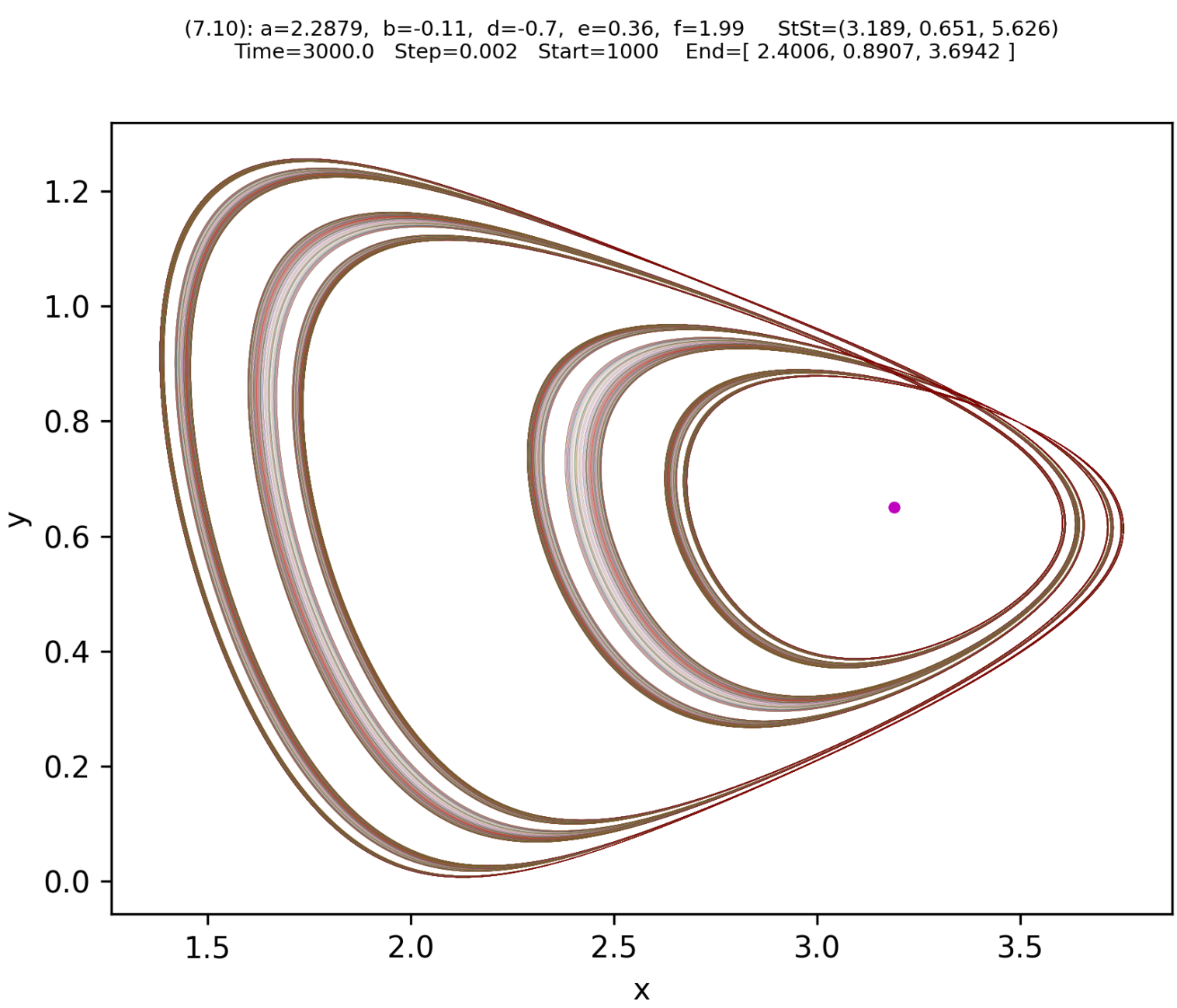


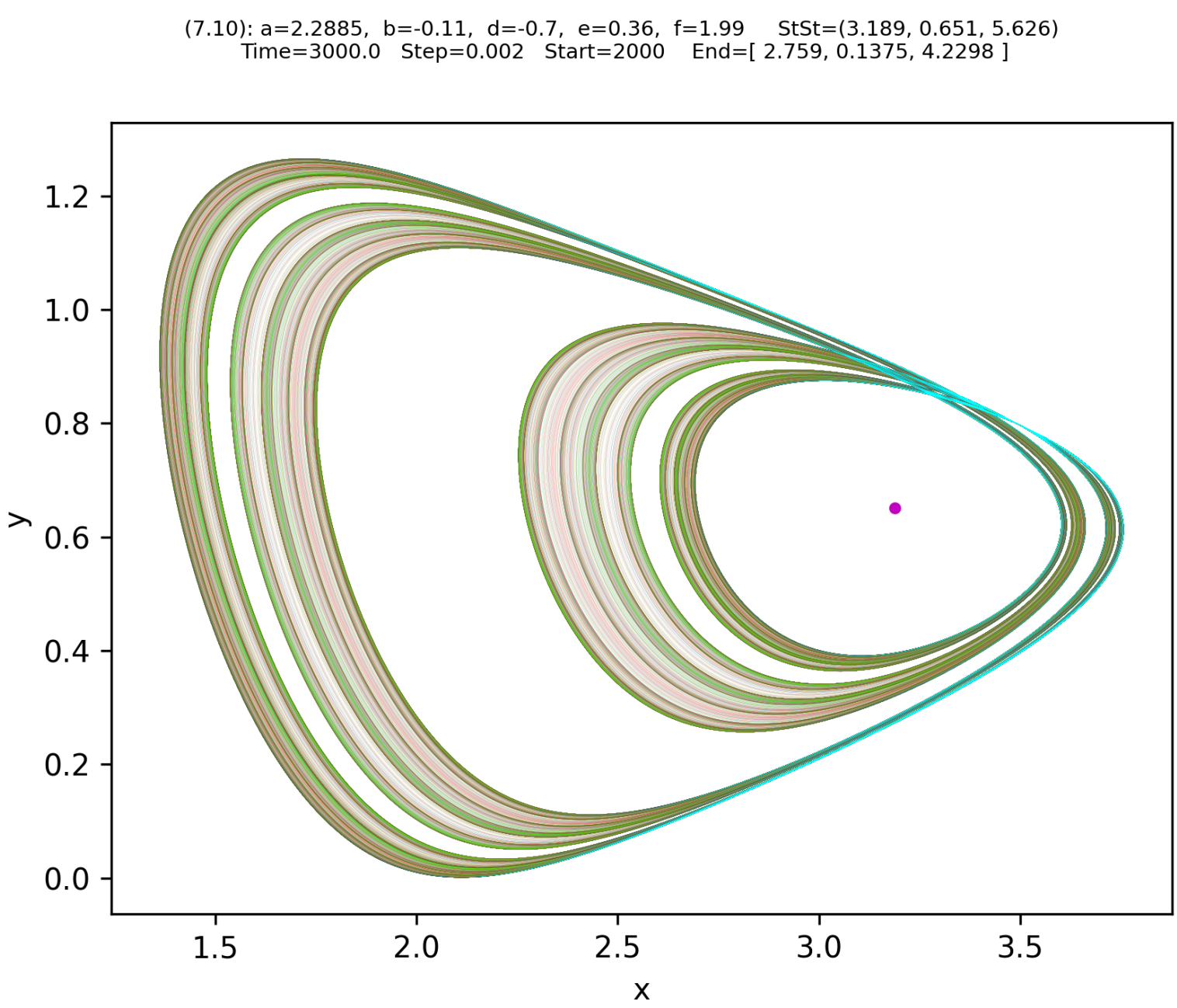

(7.10): a=2.284, b=-0.11, d=-0.7, e=0.36, f=1.99 StSt=(3.189, 0.651, 5.626)
Time=1000.0 Step=0.002 Start=1000 End=[3.7065, 0.6626, 7.8257]
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
y
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
x


(7.10): a=2.2875, b=-0.11, d=-0.7, e=0.36, f=1.99 StSt=(3.189, 0.651, 5.626)
Time=2000.0 Step=0.002 Start=1000 End=[2.1415, 1.1165, 3.1529]
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
y
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
x

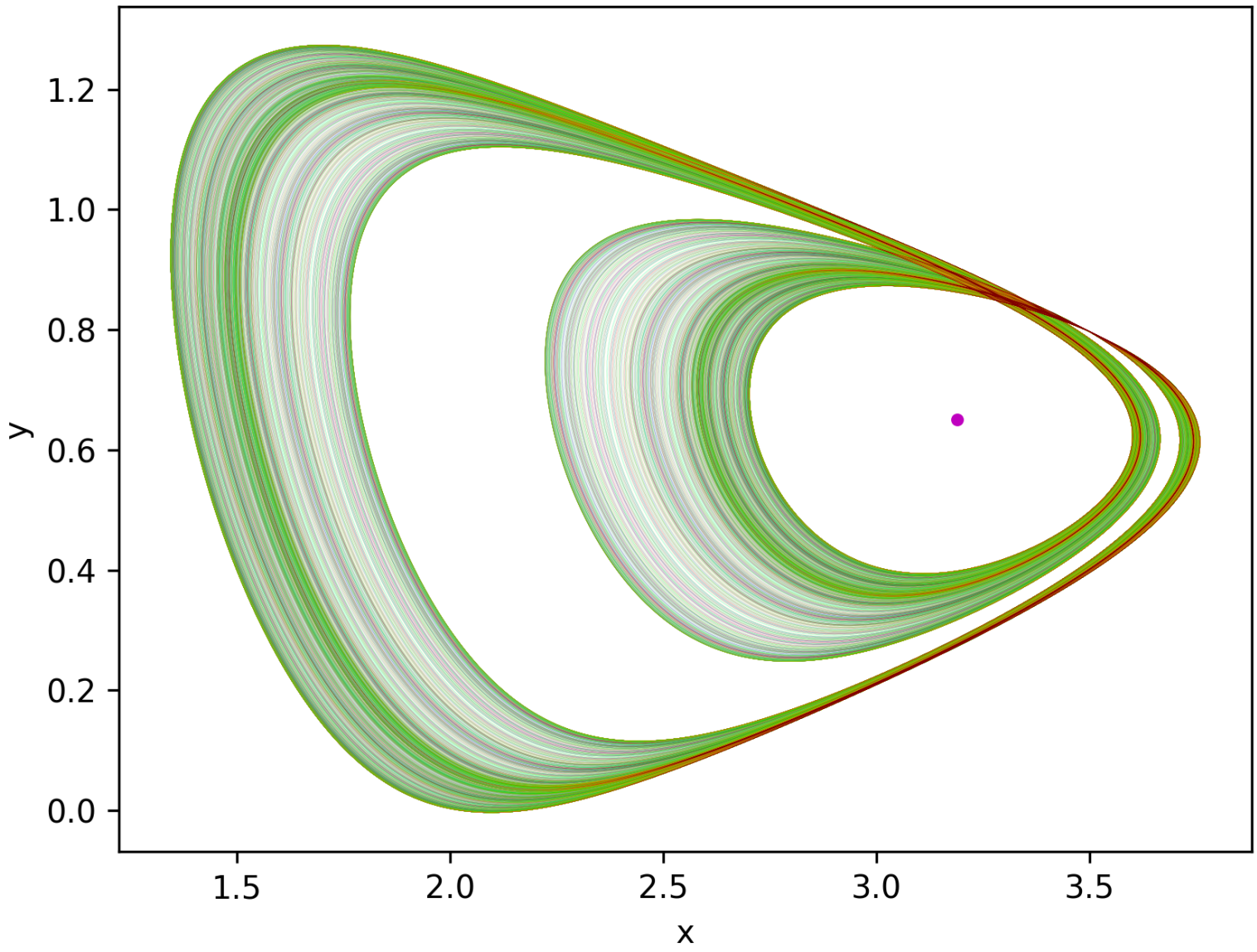
(7.10): a=2.2877, b=-0.11, d=-0.7, e=0.36, f=1.99   StSt=(3.189, 0.651, 5.626)
Time=2000.0   Step=0.002   Start=1000   End=[3.3062, 0.4097, 5.9563]

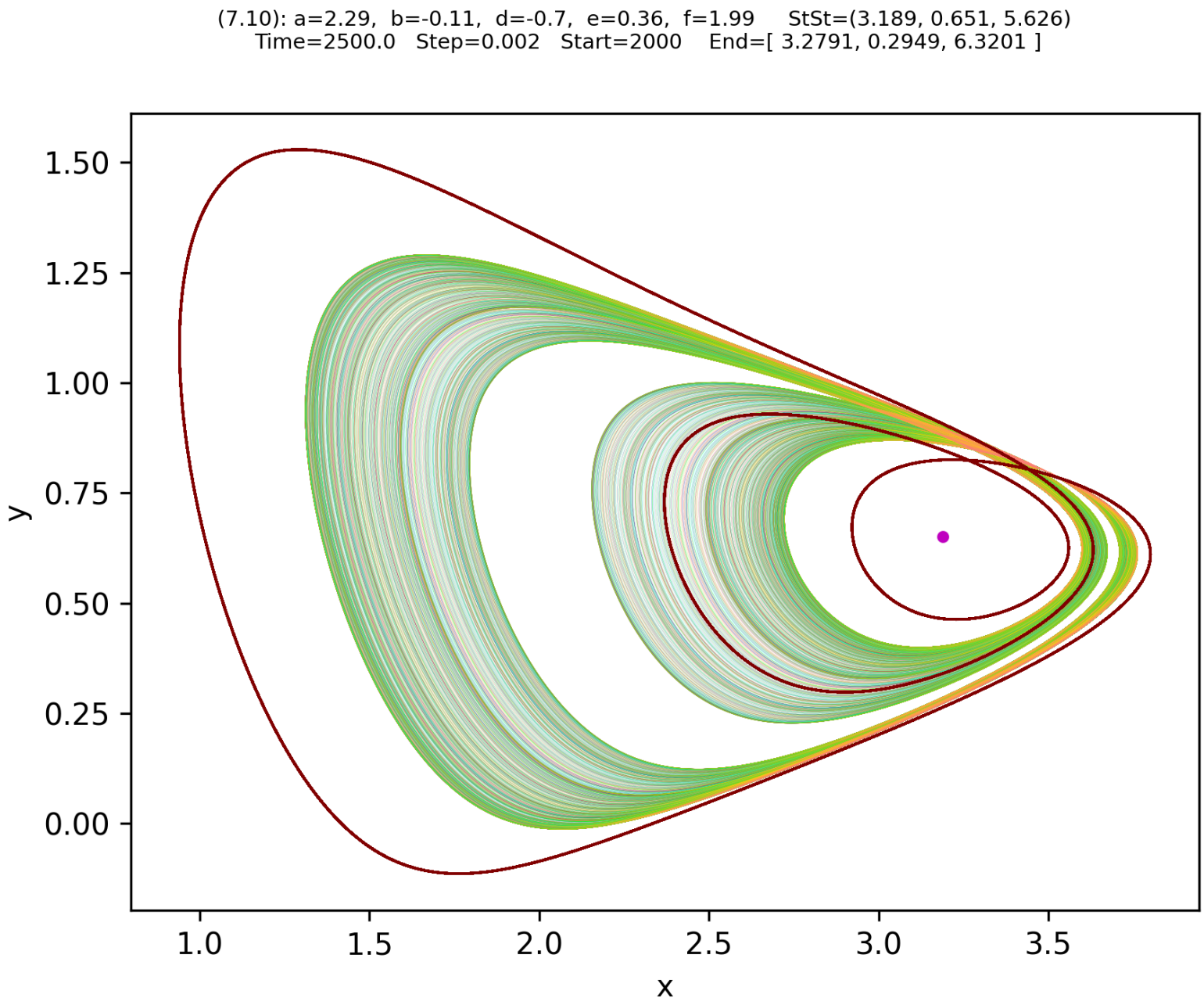


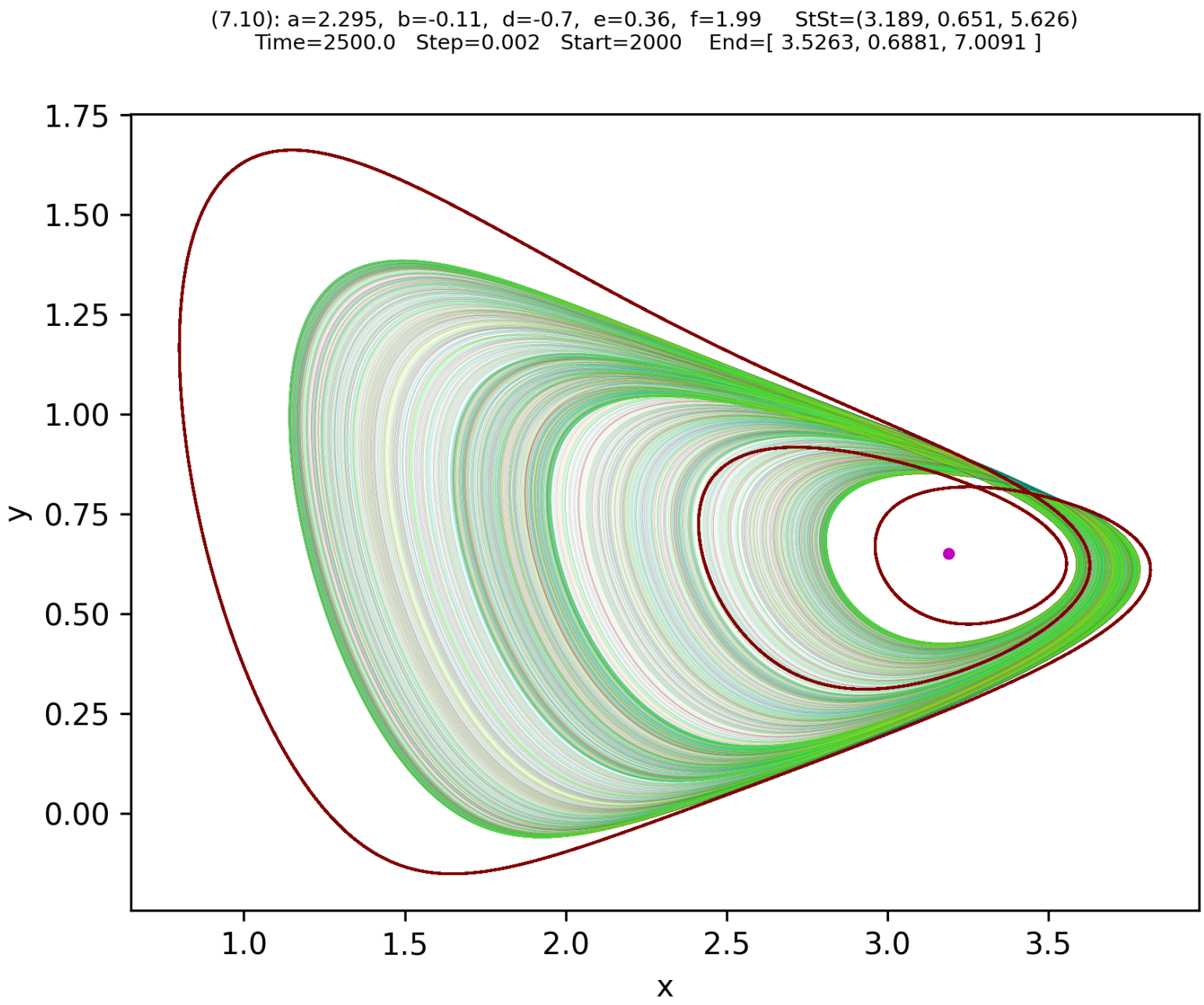

(7.10): a=2.2879, b=-0.11, d=-0.7, e=0.36, f=1.99 StSt=(3.189, 0.651, 5.626)
Time=3000.0 Step=0.002 Start=1000 End=[2.4006, 0.8907, 3.6942]
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
y
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
x


(7.10): a=2.2885, b=-0.11, d=-0.7, e=0.36, f=1.99 StSt=(3.189, 0.651, 5.626)
Time=3000.0 Step=0.002 Start=2000 End=[2.759, 0.1375, 4.2298]
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
y
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
x

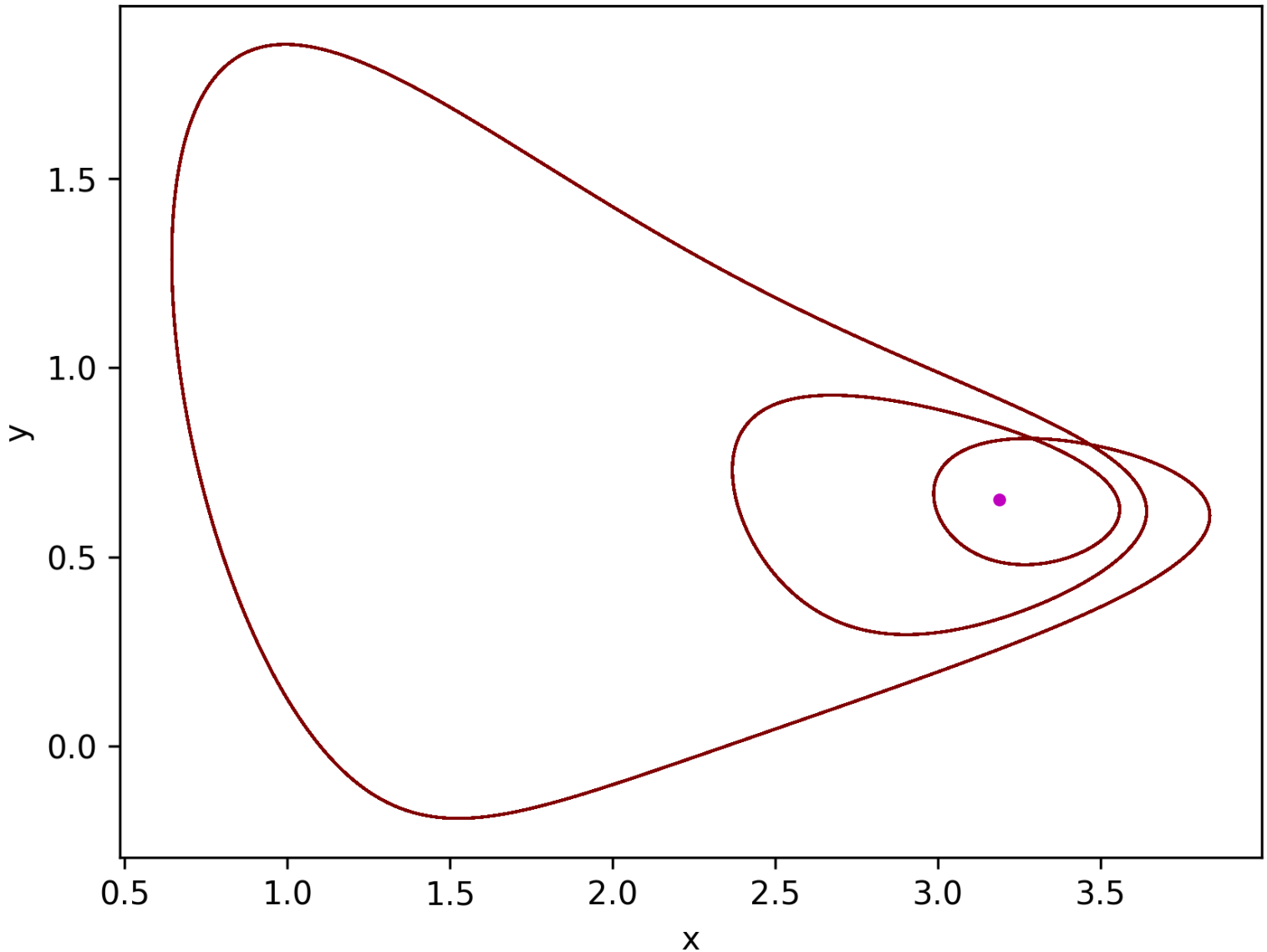
(7.10): a=2.289, b=-0.11, d=-0.7, e=0.36, f=1.99   StSt=(3.189, 0.651, 5.626)
Time=3000.0   Step=0.002   Start=2000   End=[3.0154, 0.9561, 5.603]

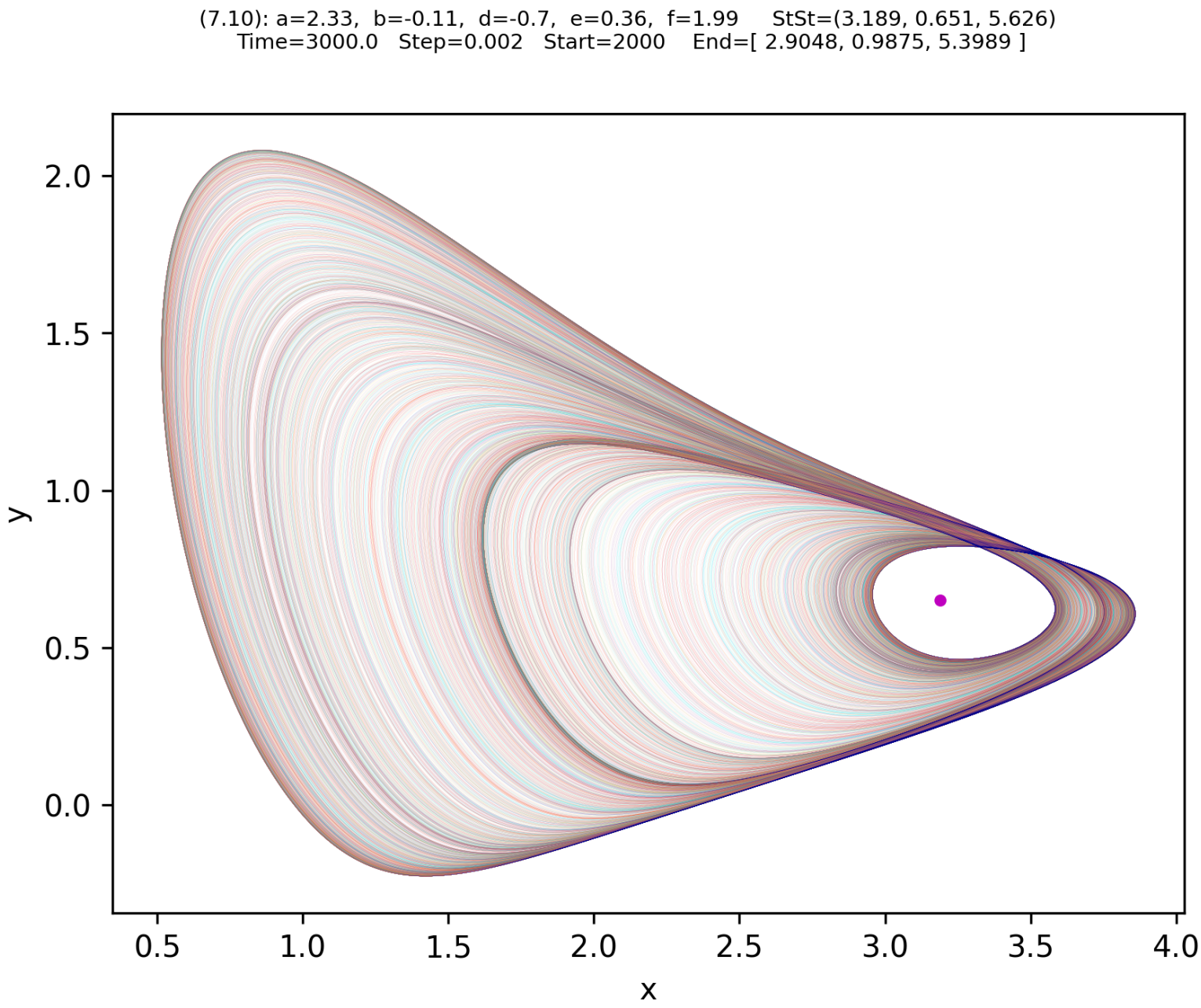


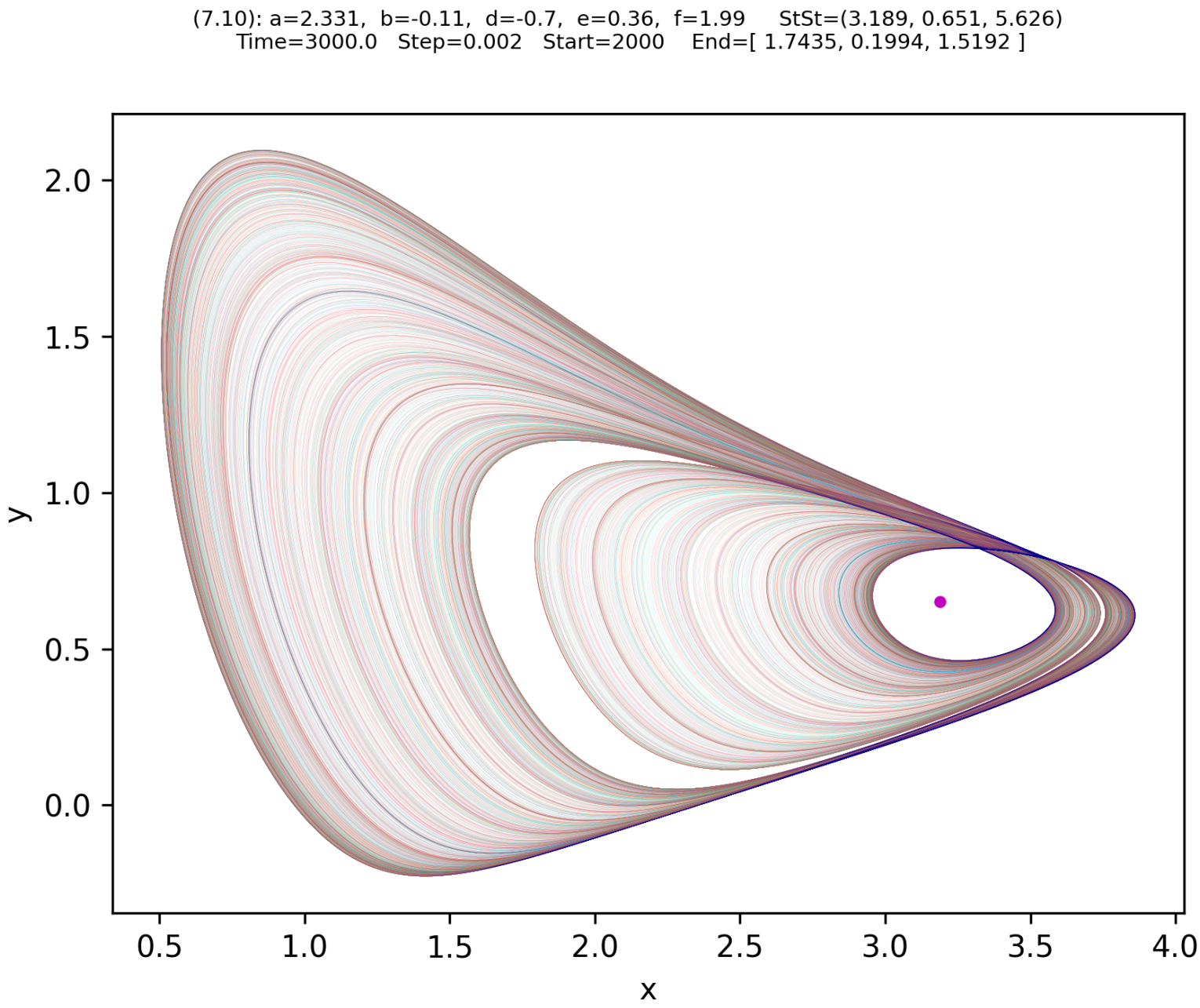

(7.10): a=2.29, b=-0.11, d=-0.7, e=0.36, f=1.99 StSt=(3.189, 0.651, 5.626)
Time=2500.0 Step=0.002 Start=2000 End=[3.2791, 0.2949, 6.3201]
1.50
1.25
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
y
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
x


(7.10): a=2.295, b=-0.11, d=-0.7, e=0.36, f=1.99 StSt=(3.189, 0.651, 5.626)
Time=2500.0 Step=0.002 Start=2000 End=[3.5263, 0.6881, 7.0091]
1.75
1.50
1.25
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
y
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
x

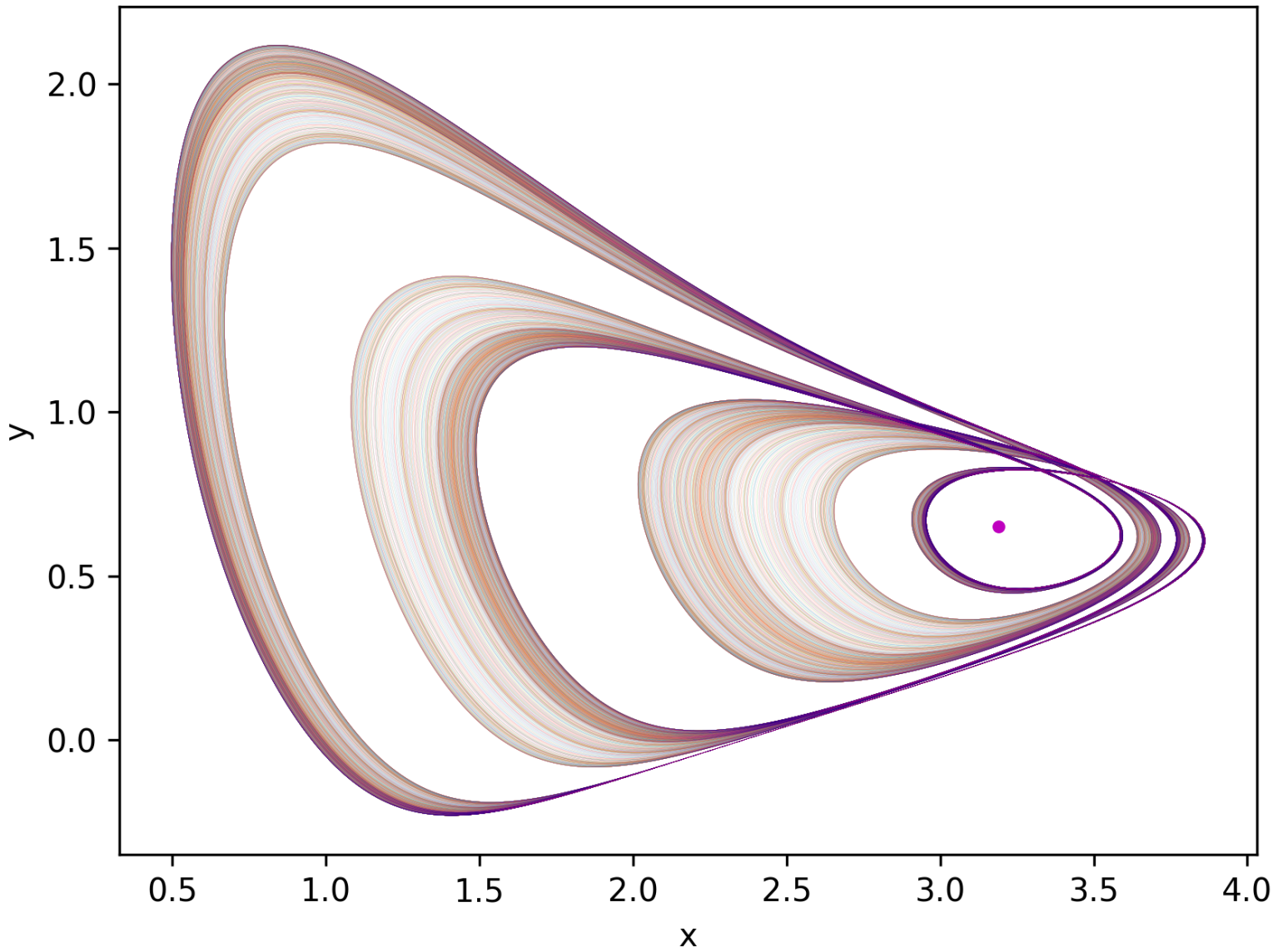
(7.10): a=2.305, b=-0.11, d=-0.7, e=0.36, f=1.99   StSt=(3.189, 0.651, 5.626)
Time=2000.0   Step=0.002   Start=2000   End=[3.549, 0.5913, 7.0075]

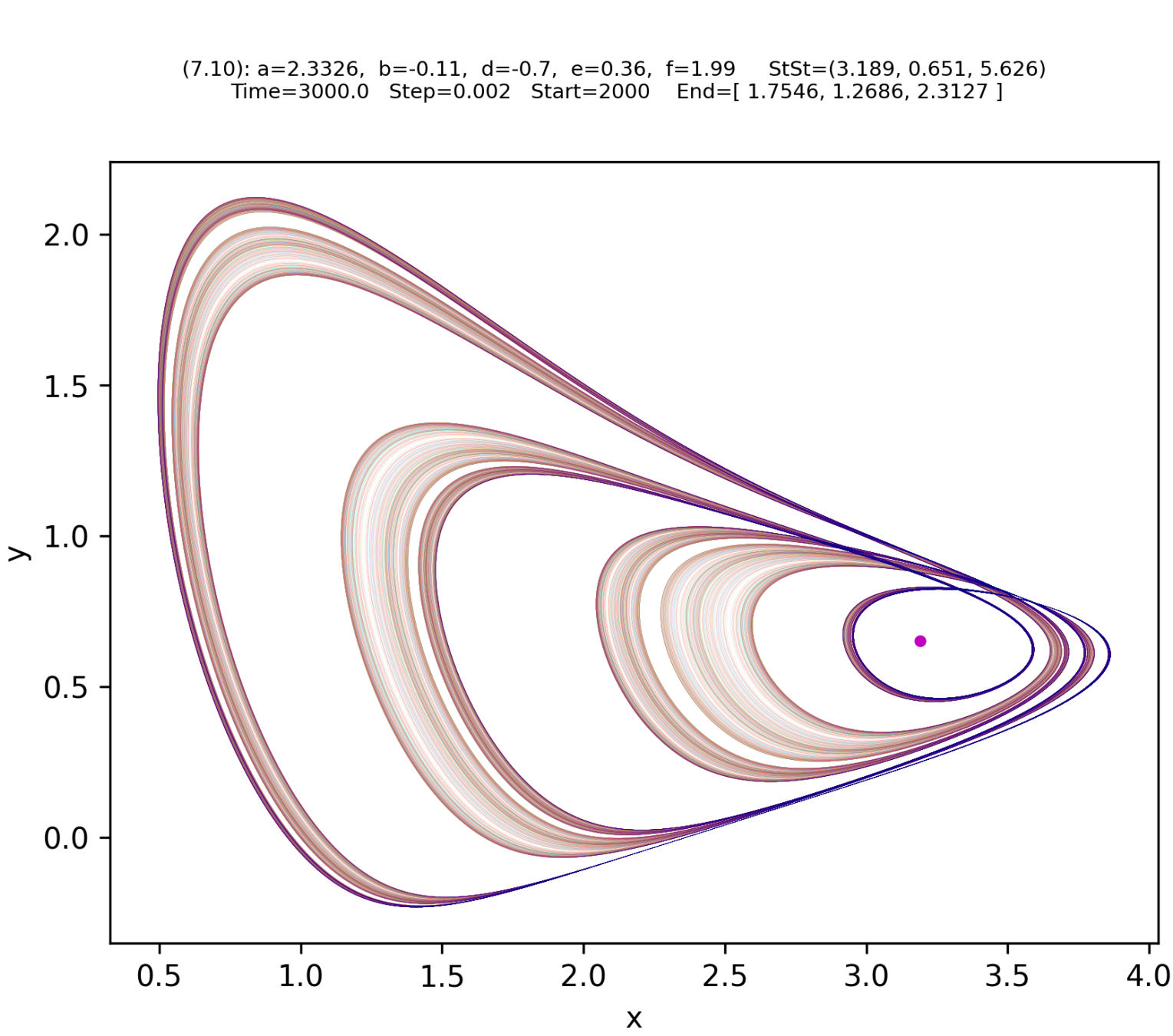


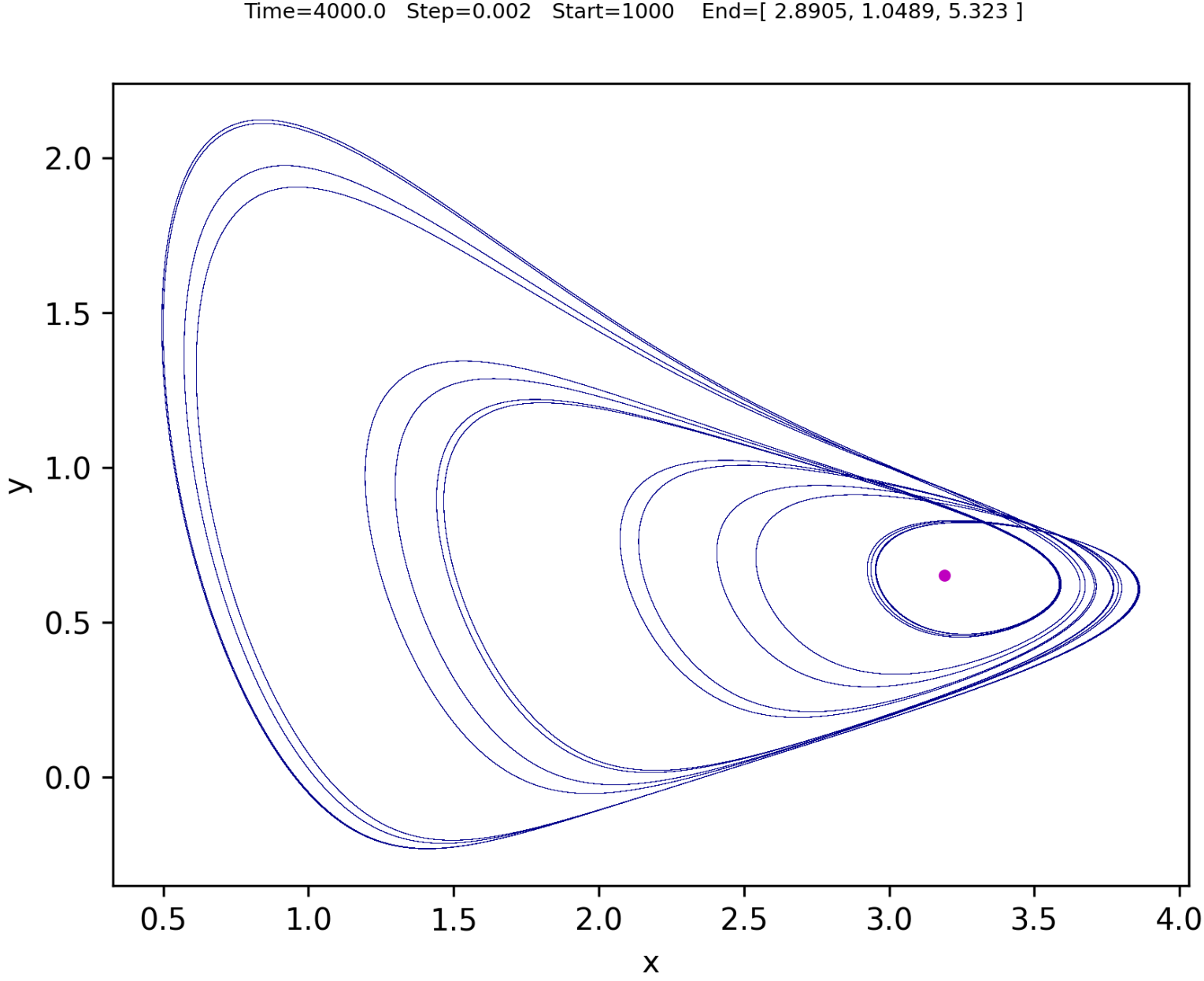

(7.10): a=2.33, b=-0.11, d=-0.7, e=0.36, f=1.99 StSt=(3.189, 0.651, 5.626)
Time=3000.0 Step=0.002 Start=2000 End=[2.9048, 0.9875, 5.3989]
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
y
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
x

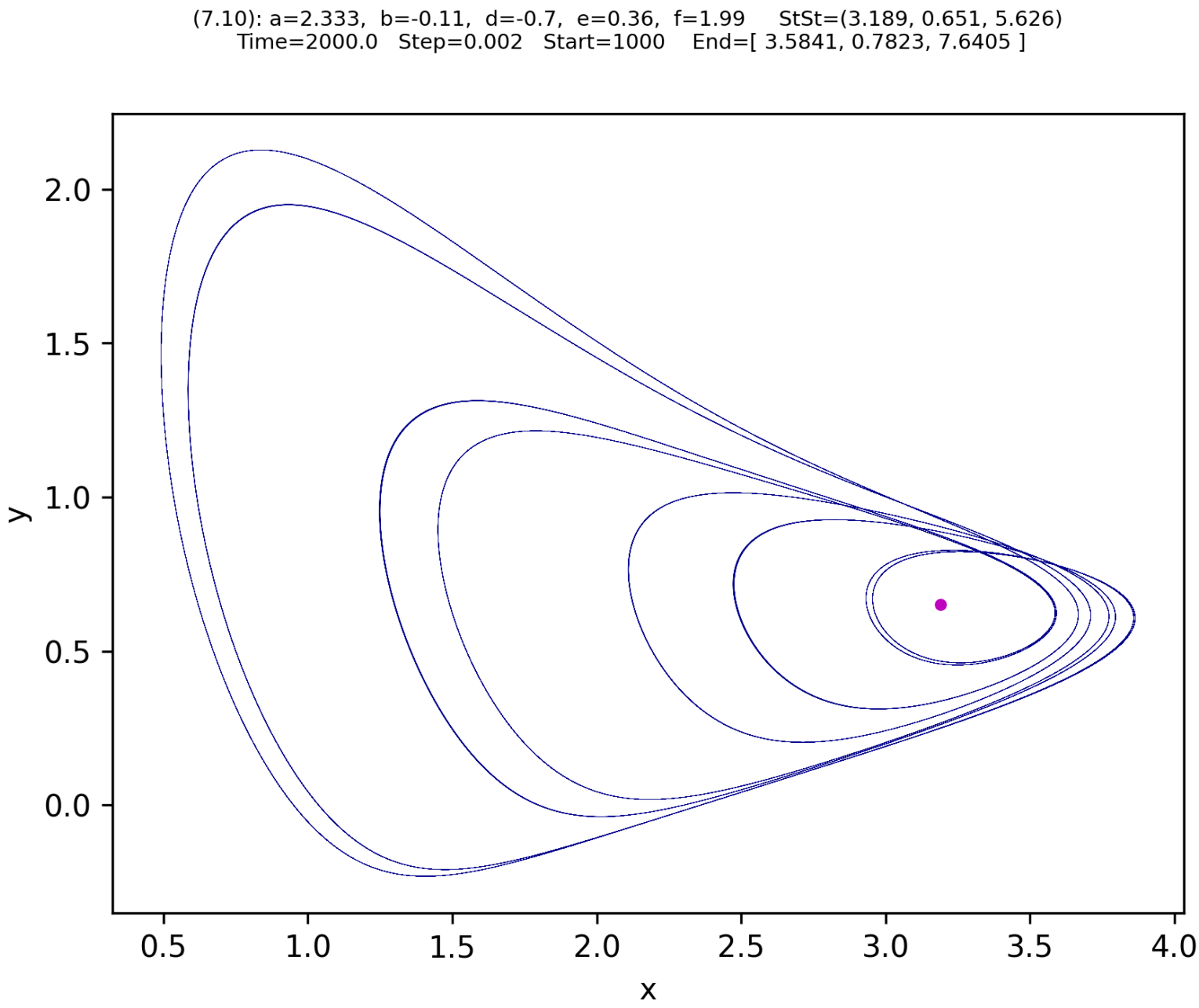

(7.10): a=2.331, b=-0.11, d=-0.7, e=0.36, f=1.99 StSt=(3.189, 0.651, 5.626)
Time=3000.0 Step=0.002 Start=2000 End=[1.7435, 0.1994, 1.5192]
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
y
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
x

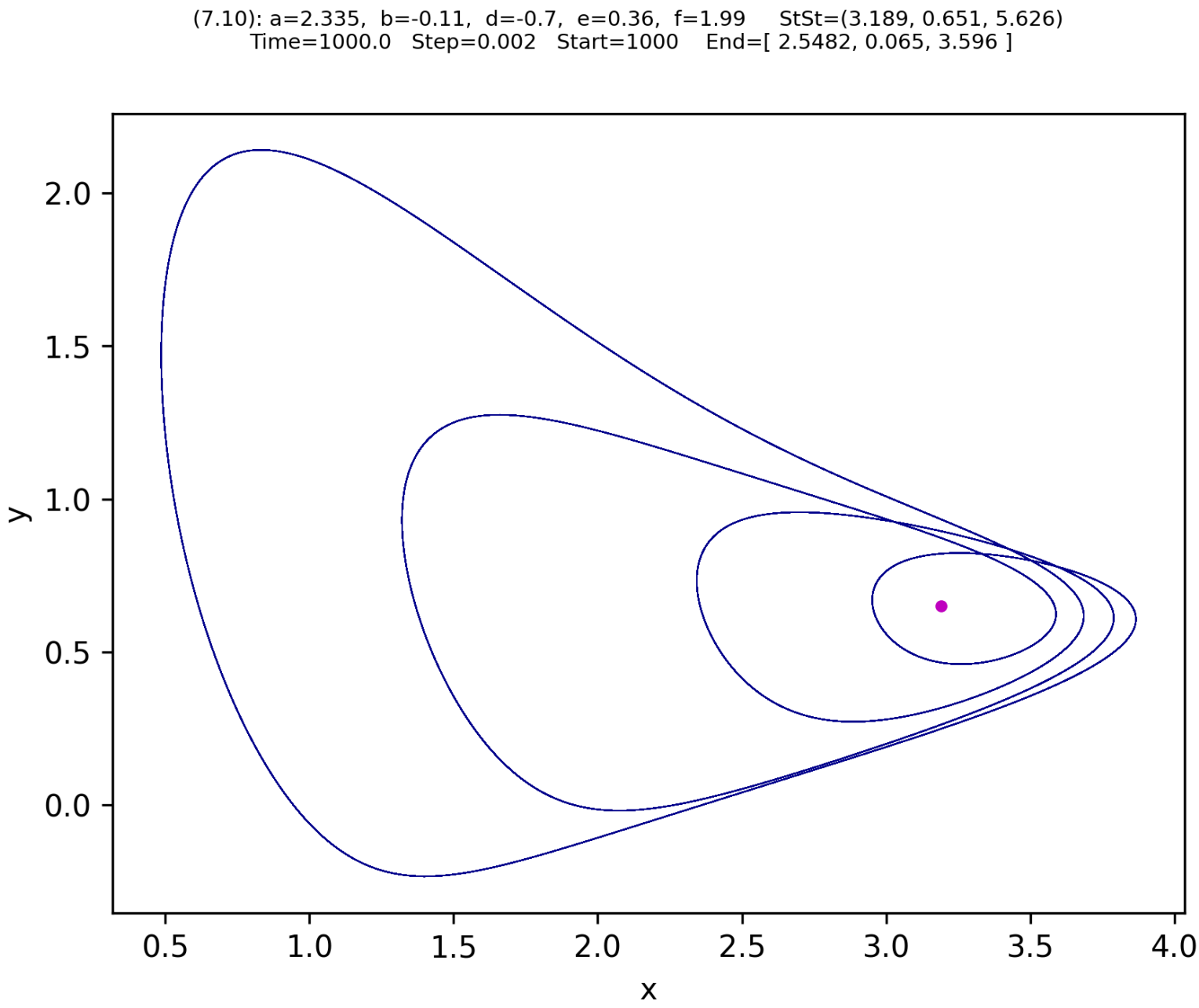
(7.10): a=2.3324, b=-0.11, d=-0.7, e=0.36, f=1.99   StSt=(3.189, 0.651, 5.626)
Time=3000.0   Step=0.002   Start=2000   End=[1.2921, 1.2561, 1.3564]

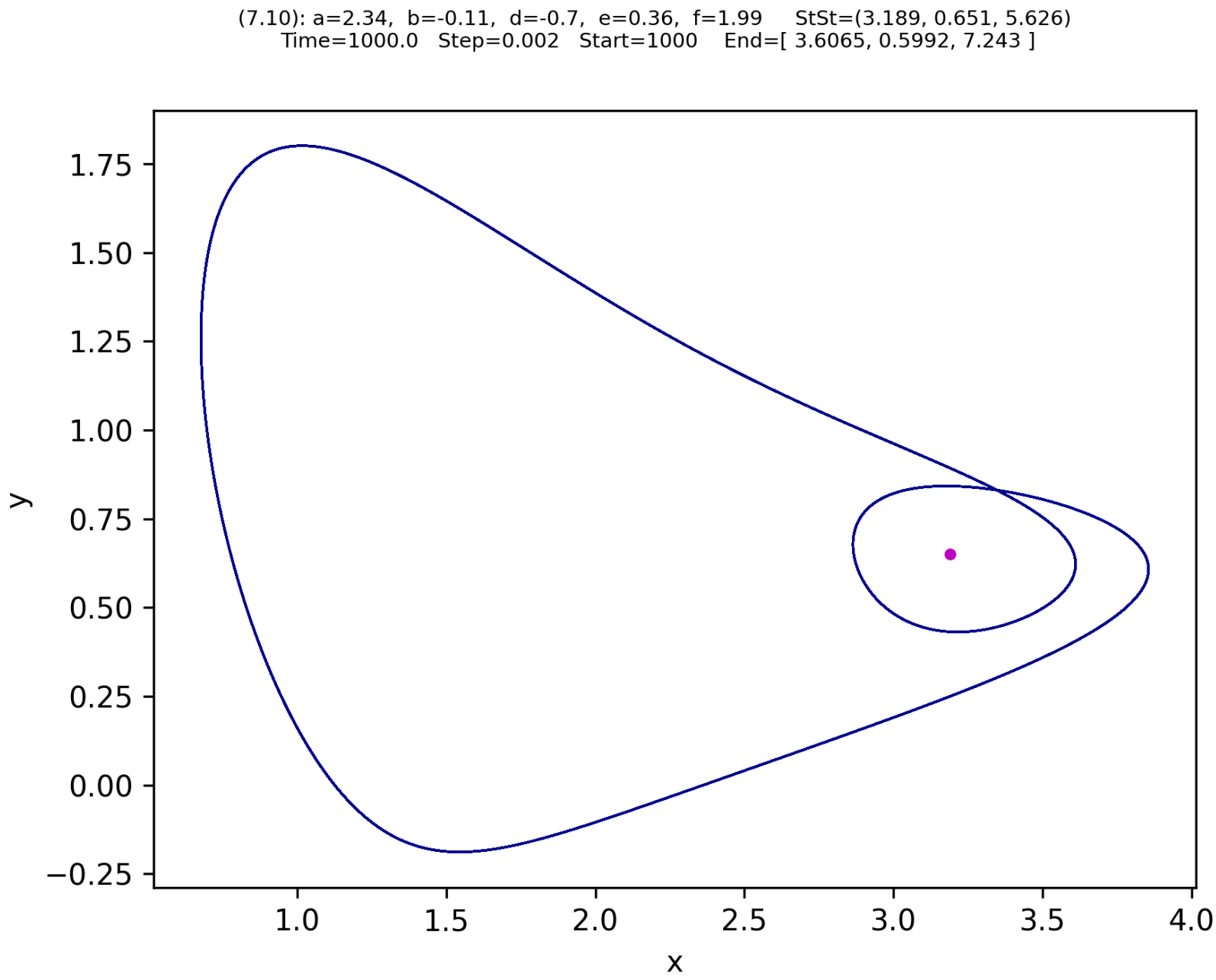



(7.10): a=2.3326, b=-0.11, d=-0.7, e=0.36, f=1.99 StSt=(3.189, 0.651, 5.626)
Time=3000.0 Step=0.002 Start=2000 End=[1.7546, 1.2686, 2.3127]
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
y
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
x

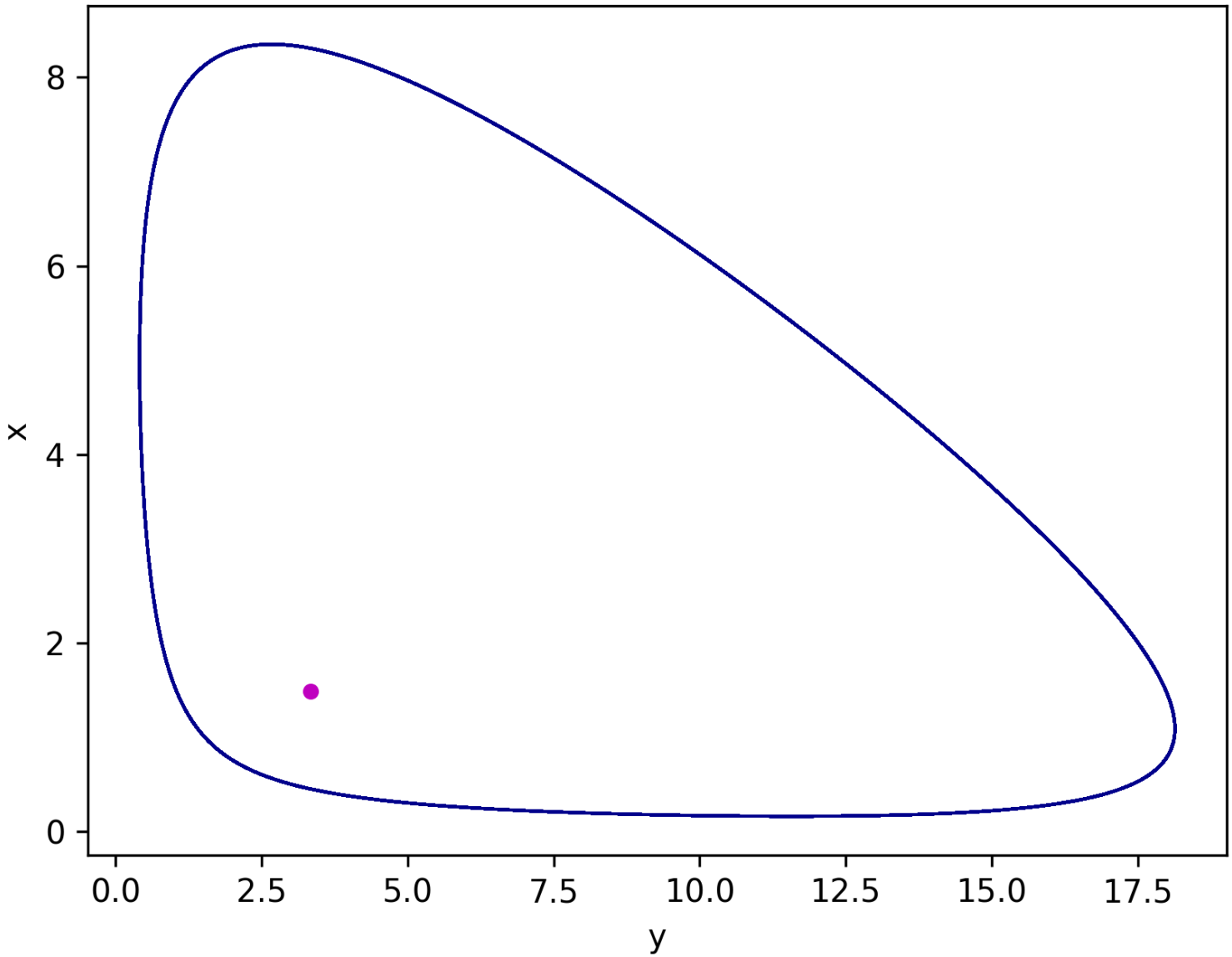

(7.10): a=2.3328, b=-0.11, d=-0.7, e=0.36, f=1.99 StSt=(3.189, 0.651, 5.626)
Time=4000.0 Step=0.002 Start=1000 End=[2.8905, 1.0489, 5.323]
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
y
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
x

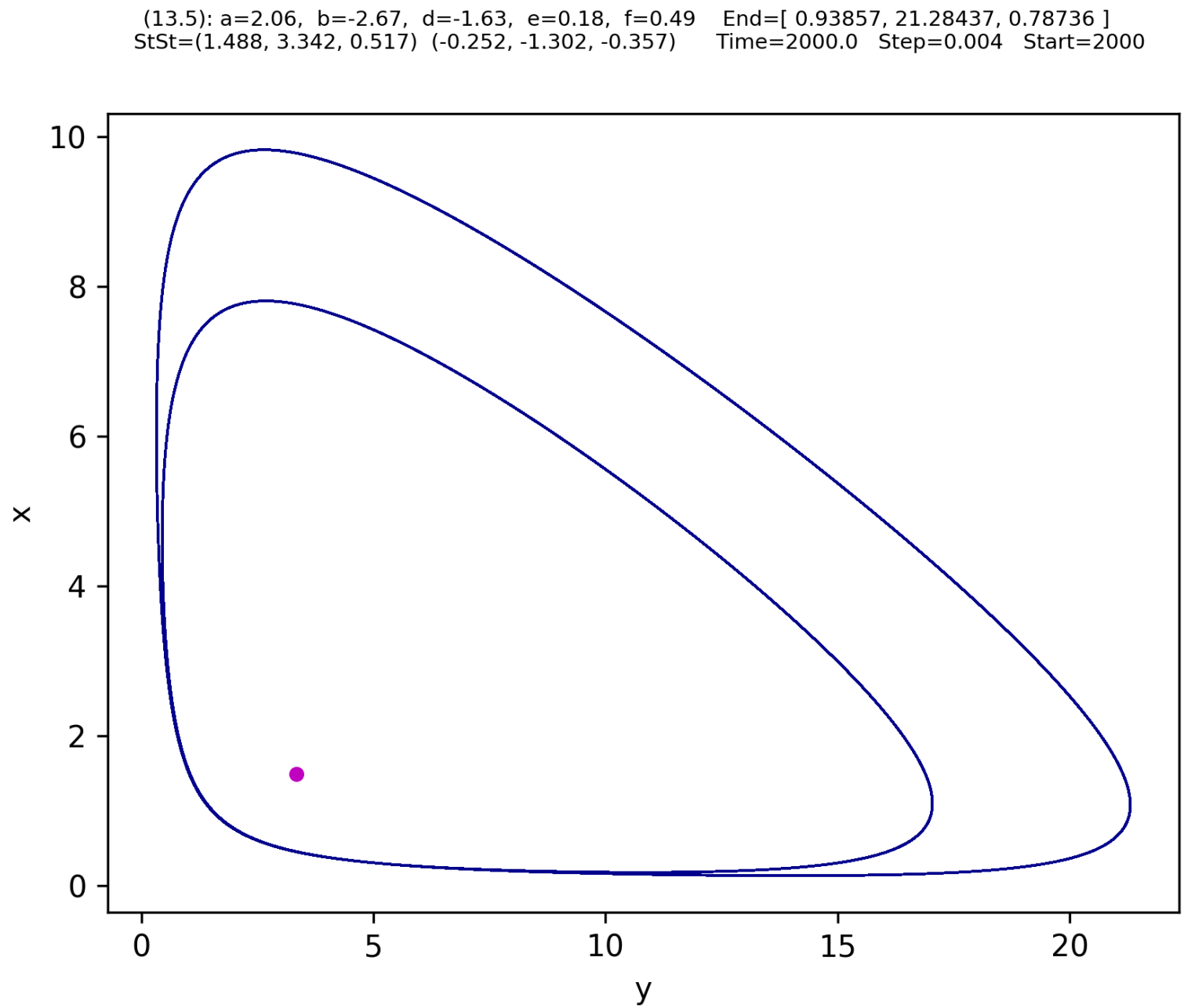

(7.10): a=2.333, b=-0.11, d=-0.7, e=0.36, f=1.99 StSt=(3.189, 0.651, 5.626)
Time=2000.0 Step=0.002 Start=1000 End=[3.5841, 0.7823, 7.6405]
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
y
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
x


(7.10): a=2.335, b=-0.11, d=-0.7, e=0.36, f=1.99 StSt=(3.189, 0.651, 5.626)
Time=1000.0 Step=0.002 Start=1000 End=[2.5482, 0.065, 3.596]
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
y
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
x

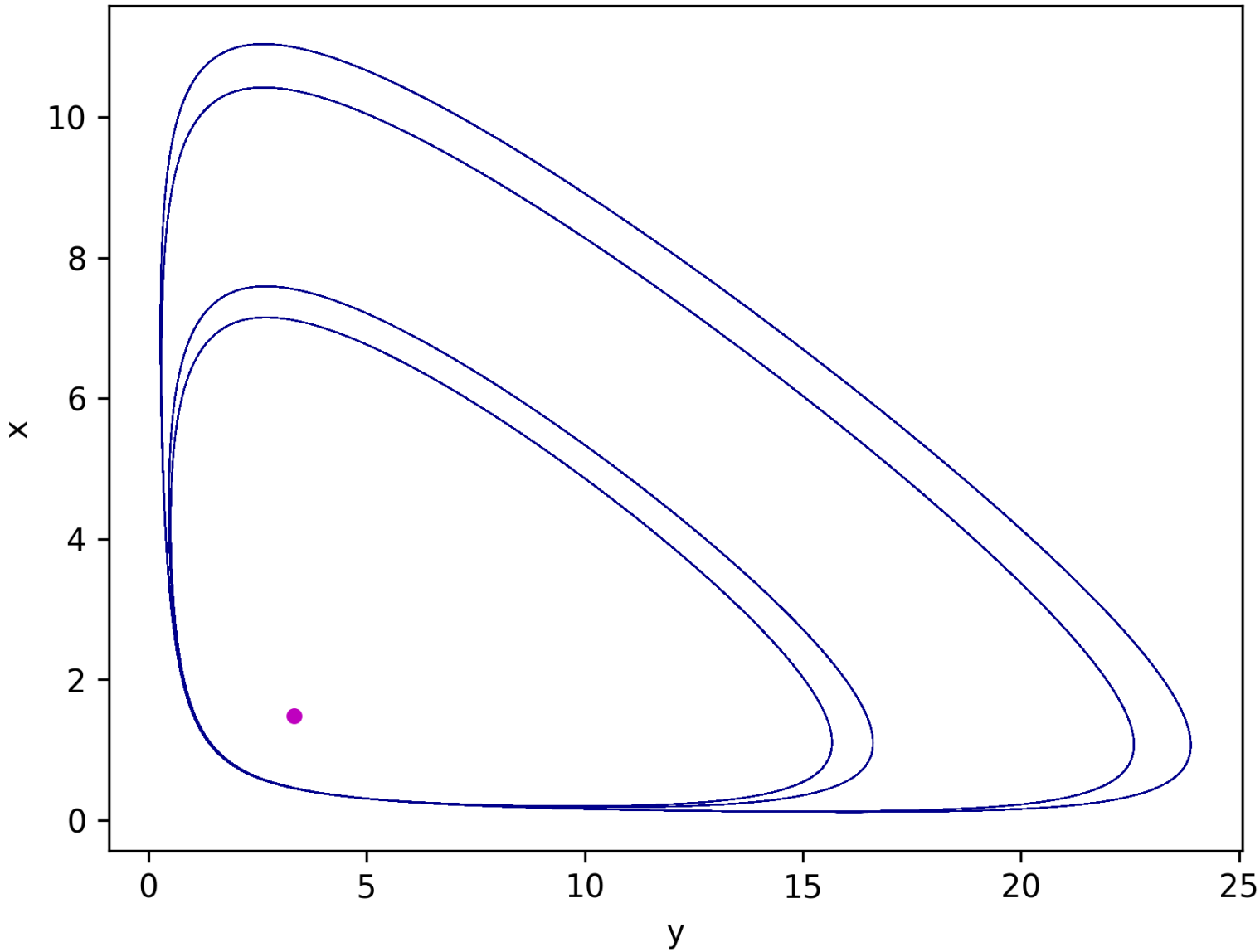

(7.10): a=2.34, b=-0.11, d=-0.7, e=0.36, f=1.99 StSt=(3.189, 0.651, 5.626)
Time=1000.0 Step=0.002 Start=1000 End=[3.6065, 0.5992, 7.243]
1.75
1.50
1.25
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
y
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
x

(13.5): a=2.05, b=-2.67, d=-1.63, e=0.18, f=0.49   End=[0.21736, 7.14338, 0.6384]
StSt=(1.488, 3.342, 0.517) (-0.252, -1.302, -0.357)   Time=2000.0   Step=0.004   Start=2000

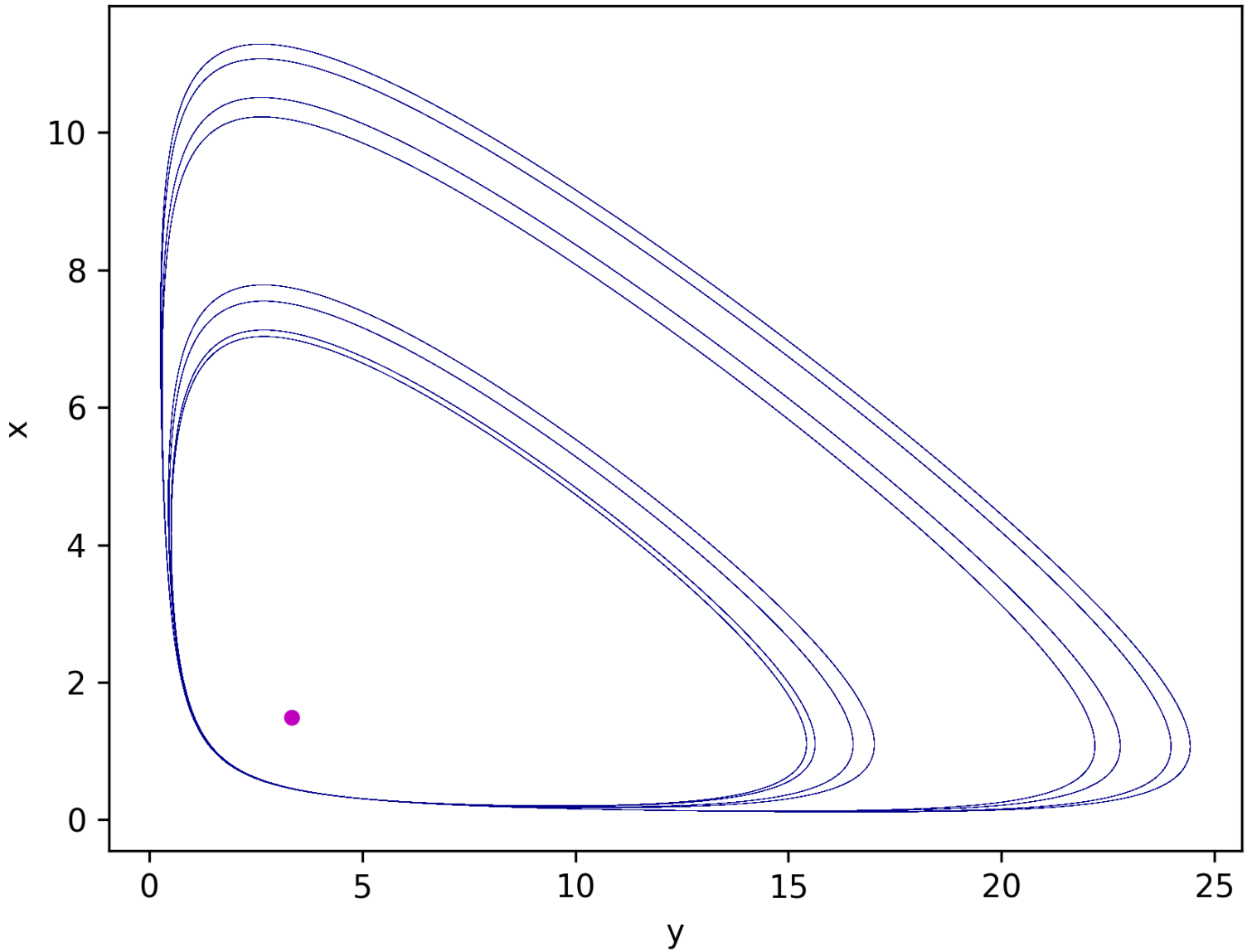



(13.5): a=2.06, b=-2.67, d=-1.63, e=0.18, f=0.49 End=[0.93857, 21.28437, 0.78736]
StSt=(1.488, 3.342, 0.517) (-0.252, -1.302, -0.357) Time=2000.0 Step=0.004 Start=2000
10
8
6
4
2
0
x
0
5
10
15
20
y

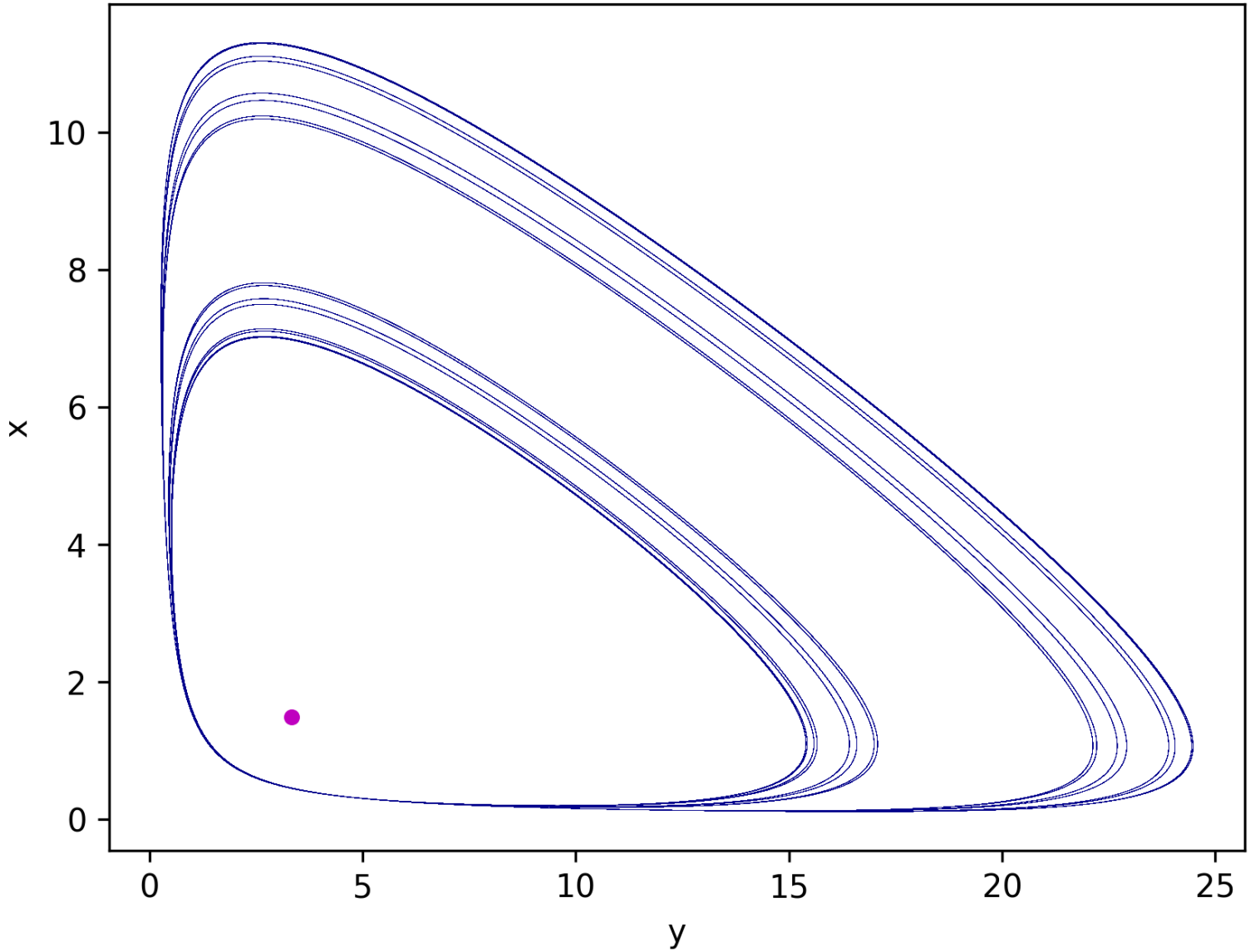
(13.5): a=2.0634, b=-2.67, d=-1.63, e=0.18, f=0.49   End=[1.77134, 0.89691, 0.55342]
StSt=(1.488, 3.342, 0.517) (-0.252, -1.302, -0.357)   Time=2000.0   Step=0.004   Start=2000



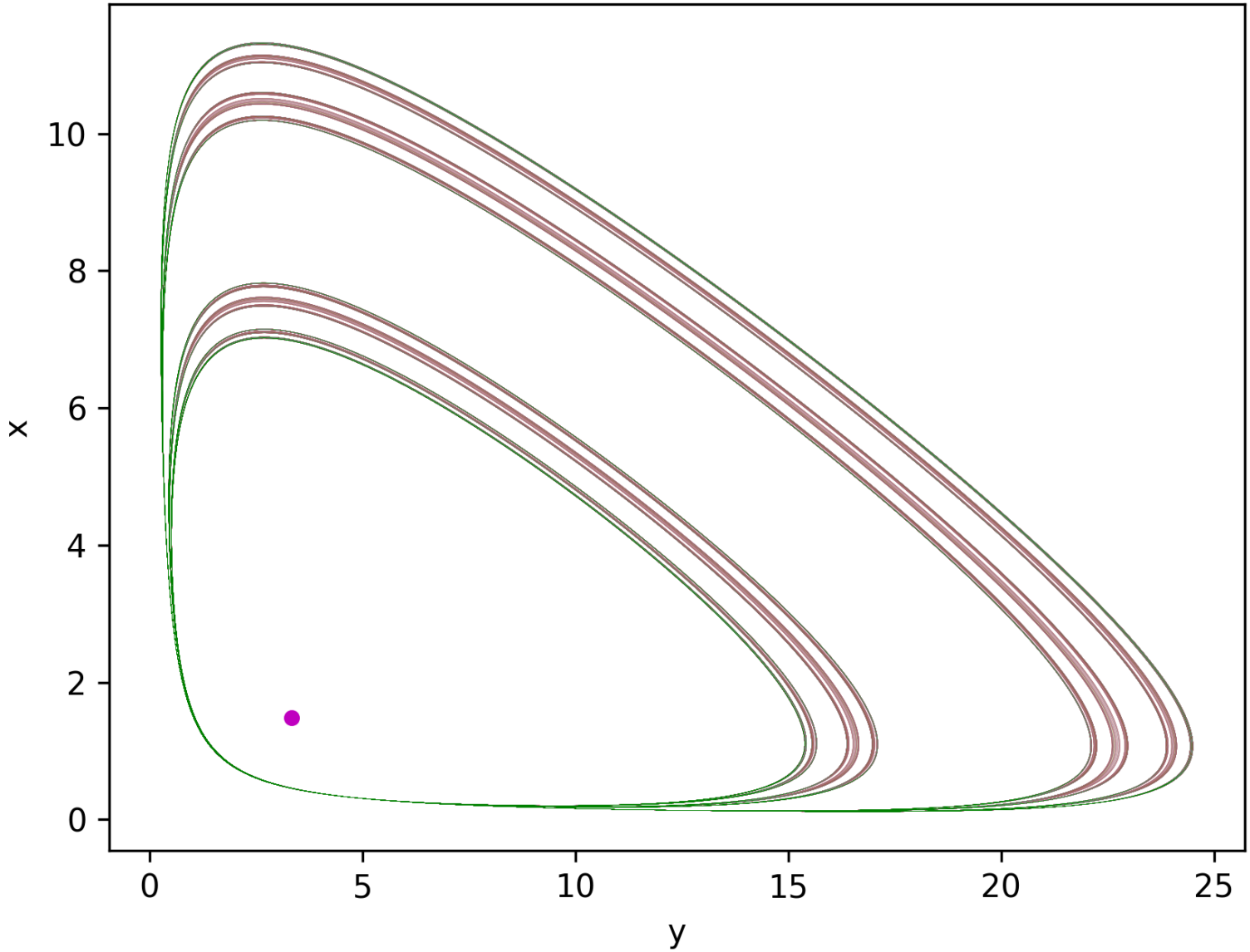
(13.5): a=2.06383, b=-2.67, d=-1.63, e=0.18, f=0.49   End=[3.46196, 0.5387, 0.57666]
StSt=(1.488, 3.342, 0.517) (-0.252, -1.302, -0.357)   Time=2000.0   Step=0.004   Start=2000



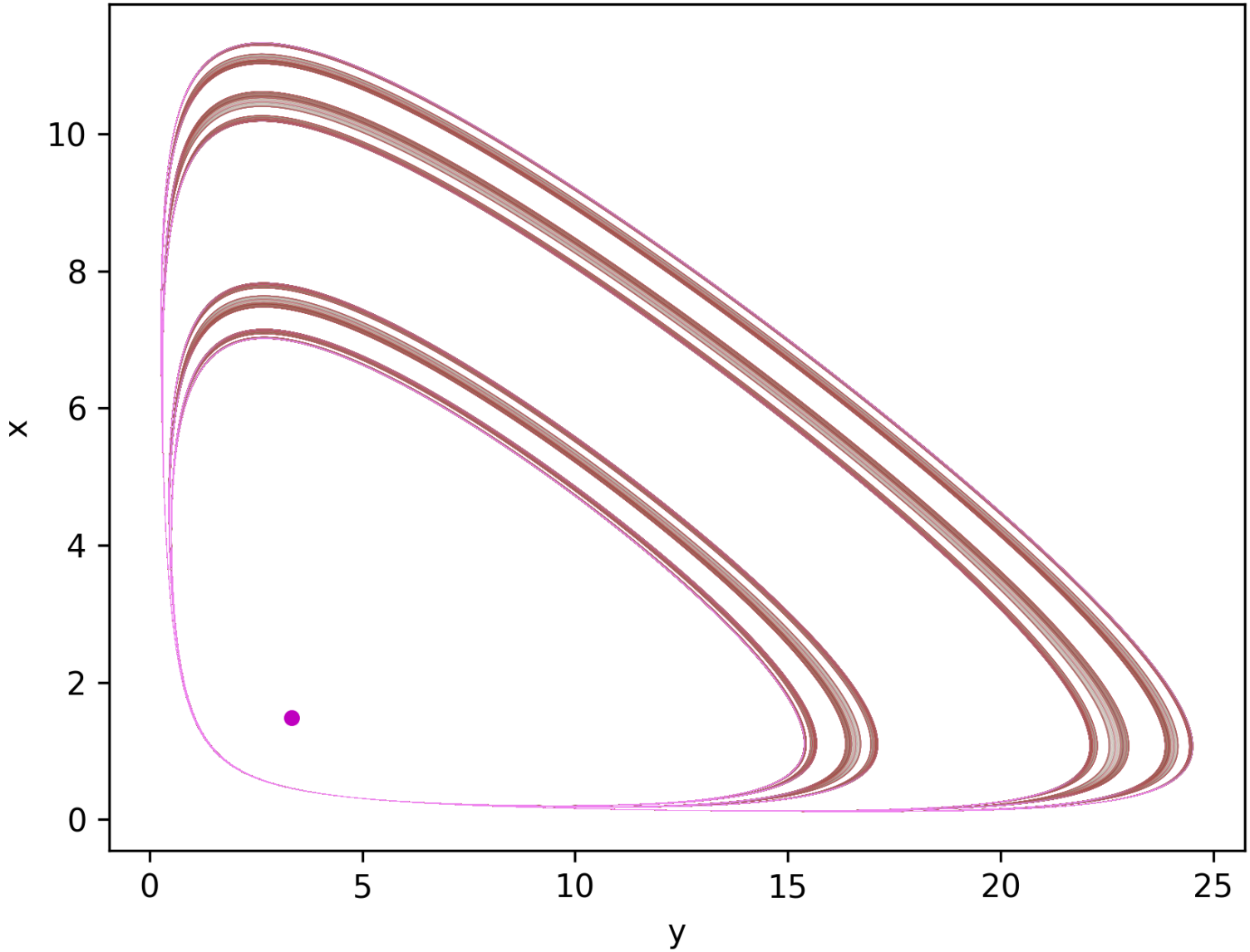
(13.5): a=2.06387, b=-2.67, d=-1.63, e=0.18, f=0.49   End=[3.96135, 0.47997, 0.58258]
StSt=(1.488, 3.342, 0.517) (-0.252, -1.302, -0.357)   Time=4000.0   Step=0.004   Start=2000

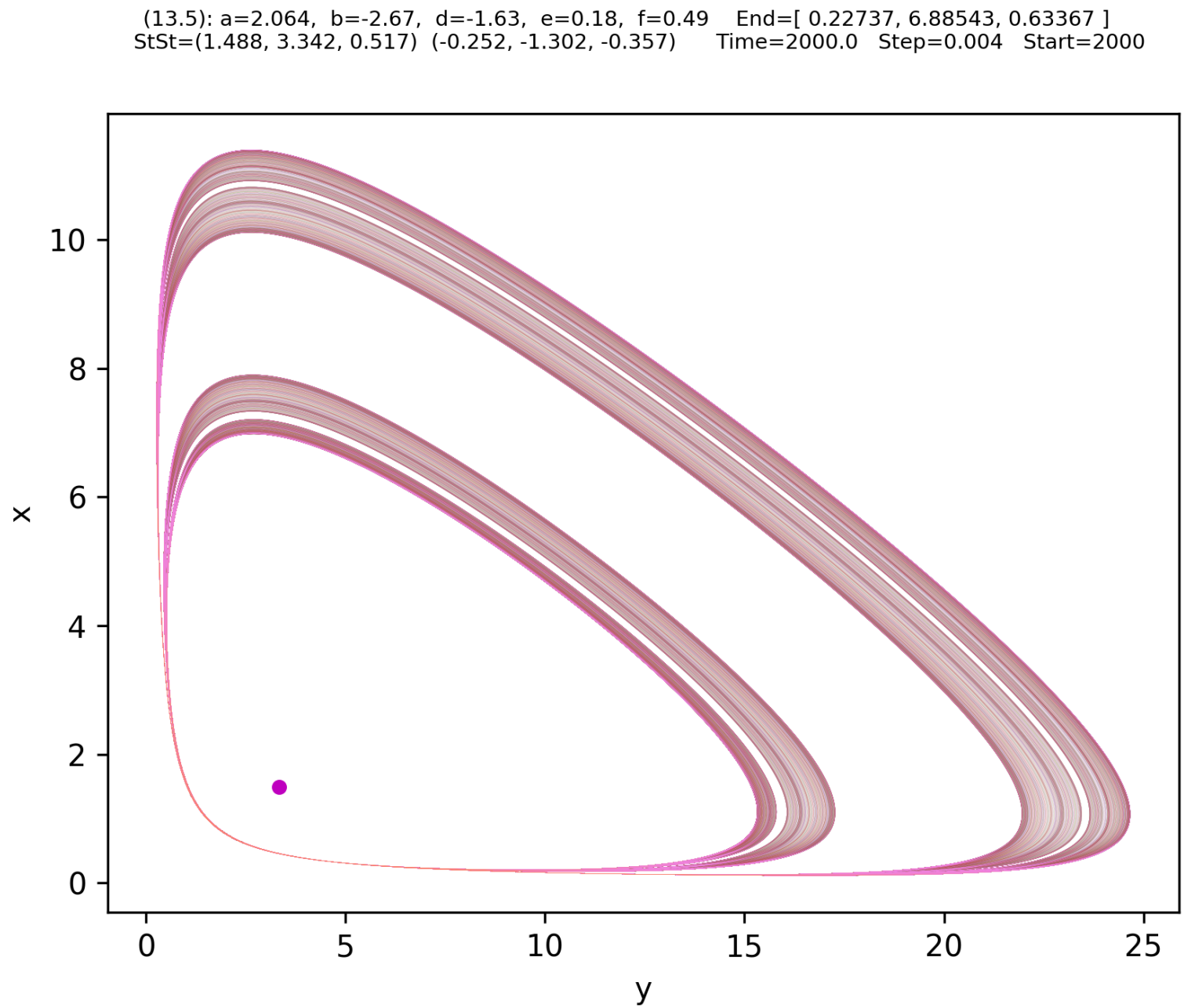


(13.5): a=2.06389, b=-2.67, d=-1.63, e=0.18, f=0.49   End=[3.07935, 0.58165, 0.57117]
StSt=(1.488, 3.342, 0.517) (-0.252, -1.302, -0.357)   Time=2000.0   Step=0.004   Start=2000

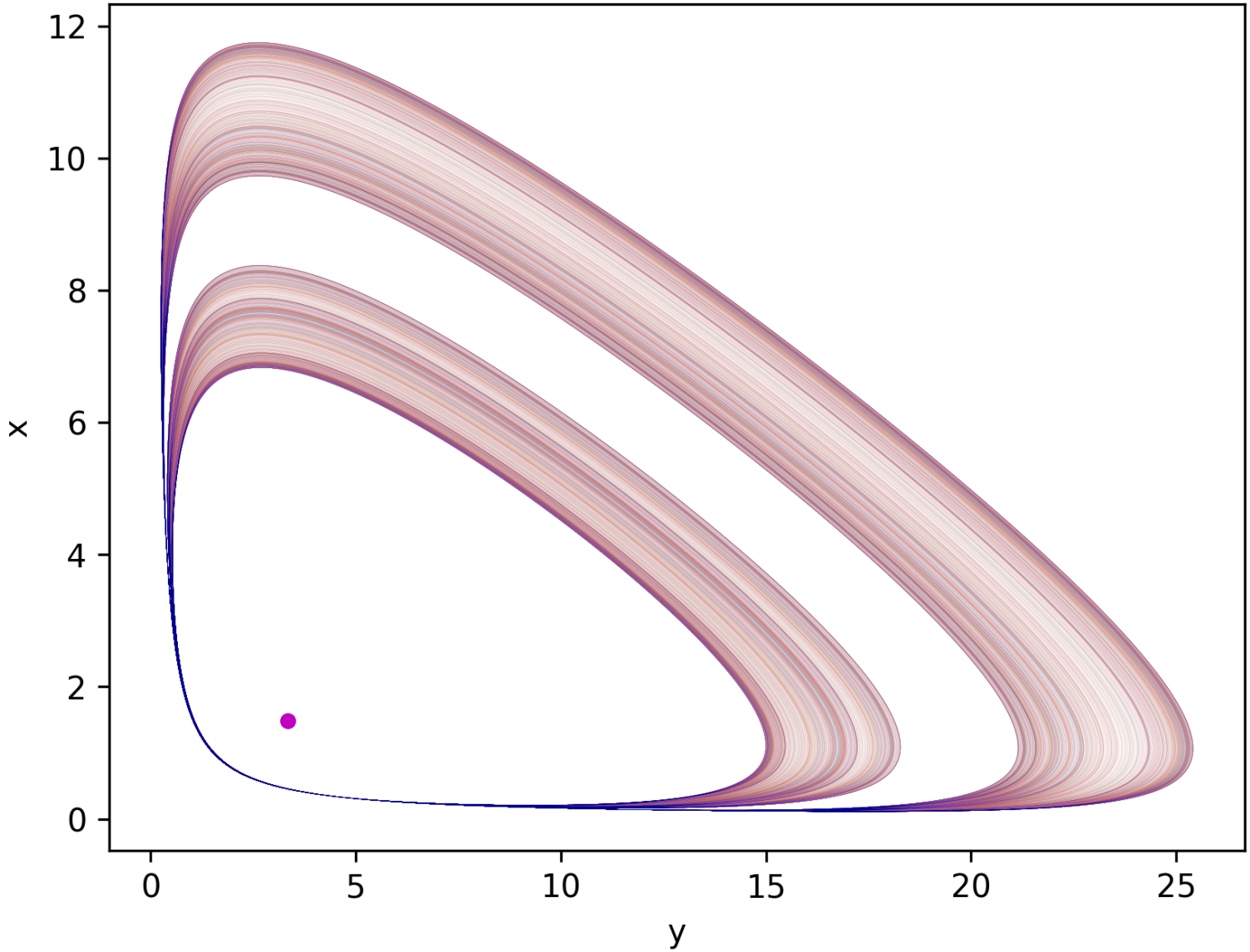


(13.5): a=2.0639, b=-2.67, d=-1.63, e=0.18, f=0.49   End=[1.42751, 1.07387, 0.53851]
StSt=(1.488, 3.342, 0.517) (-0.252, -1.302, -0.357)   Time=2500.0   Step=0.004   Start=2000

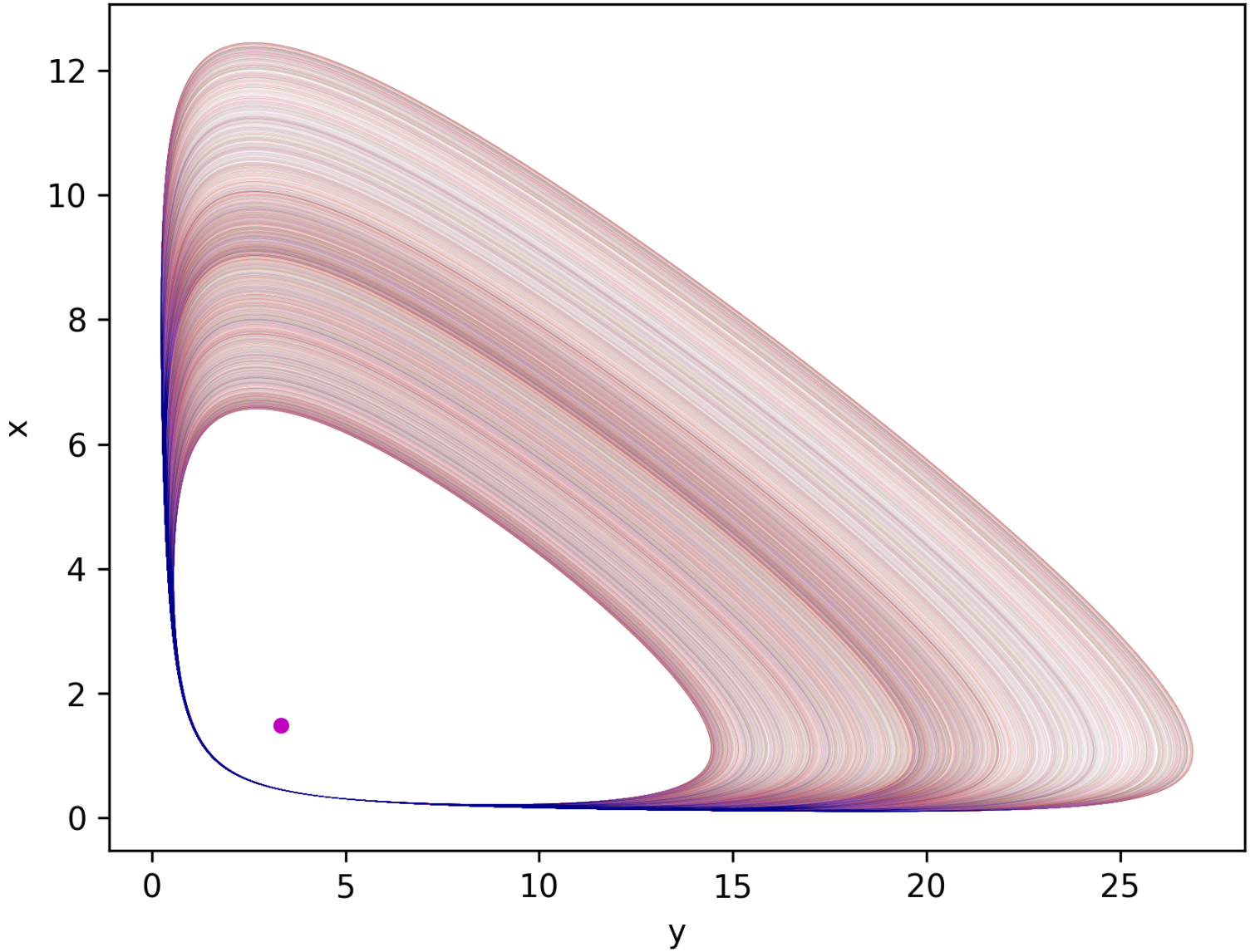



(13.5): a=2.064, b=-2.67, d=-1.63, e=0.18, f=0.49 End=[0.22737, 6.88543, 0.63367]
StSt=(1.488, 3.342, 0.517) (-0.252, -1.302, -0.357) Time=2000.0 Step=0.004 Start=2000
x
y
0
2
4
6
8
10
0
5
10
15
20
25

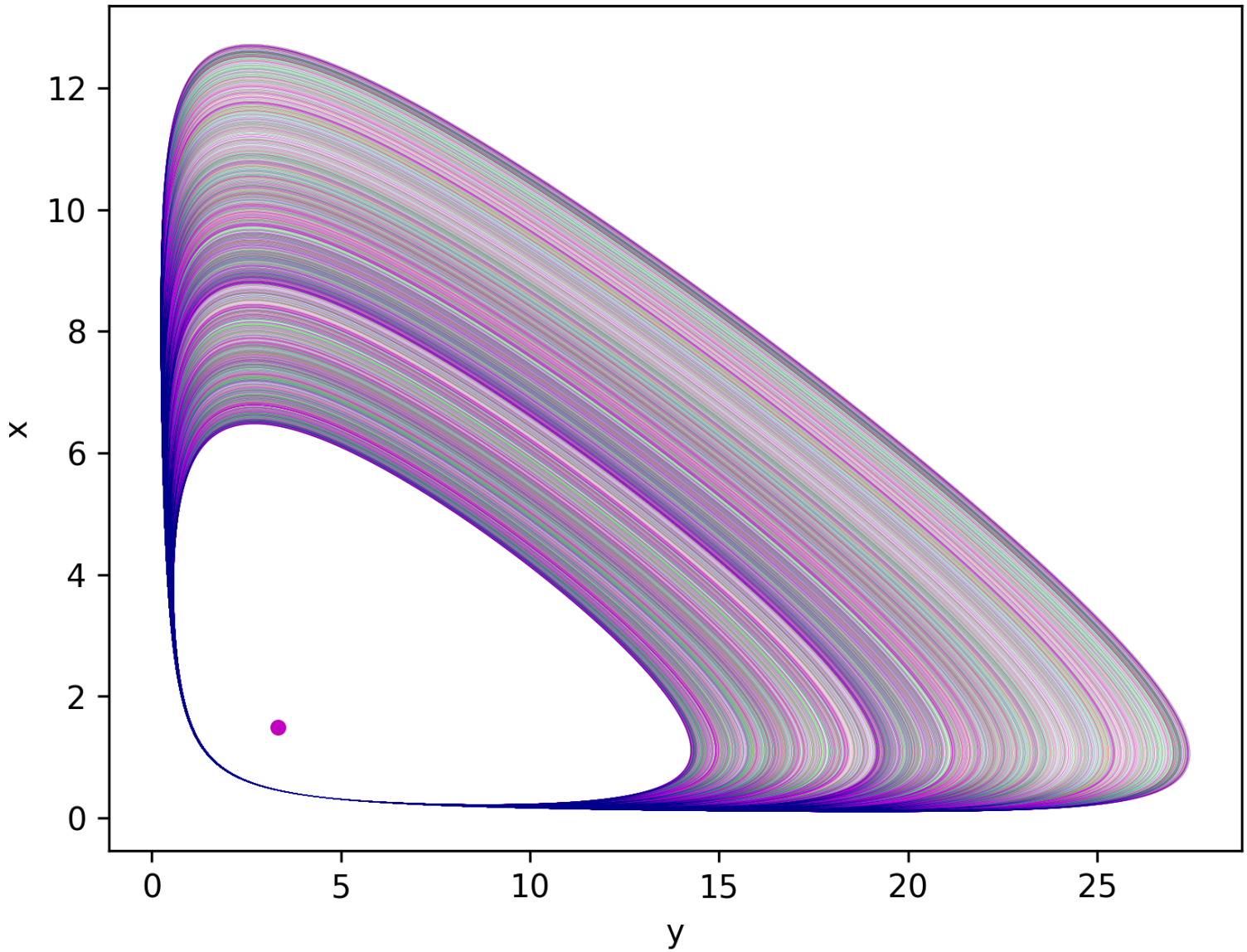
(13.5): a=2.0644, b=-2.67, d=-1.63, e=0.18, f=0.49   End=[0.59023, 2.60642, 0.59275]
StSt=(1.488, 3.342, 0.517) (-0.252, -1.302, -0.357)   Time=2000.0   Step=0.004   Start=2000



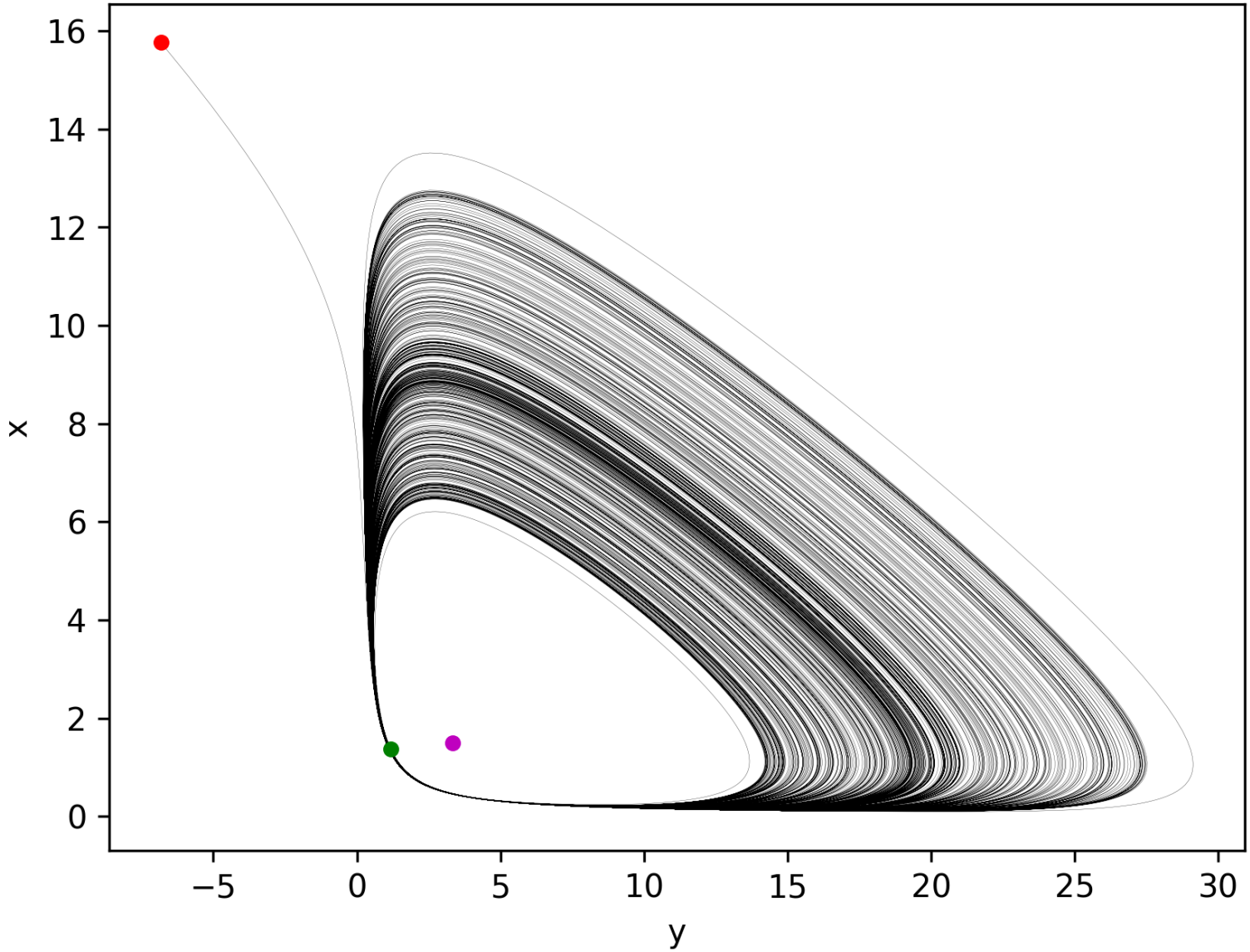
(13.5): a=2.065, b=-2.67, d=-1.63, e=0.18, f=0.49   End=[0.94836, 1.59716, 0.54667]
StSt=(1.488, 3.342, 0.517) (-0.252, -1.302, -0.357)   Time=2500.0   Step=0.004   Start=2000

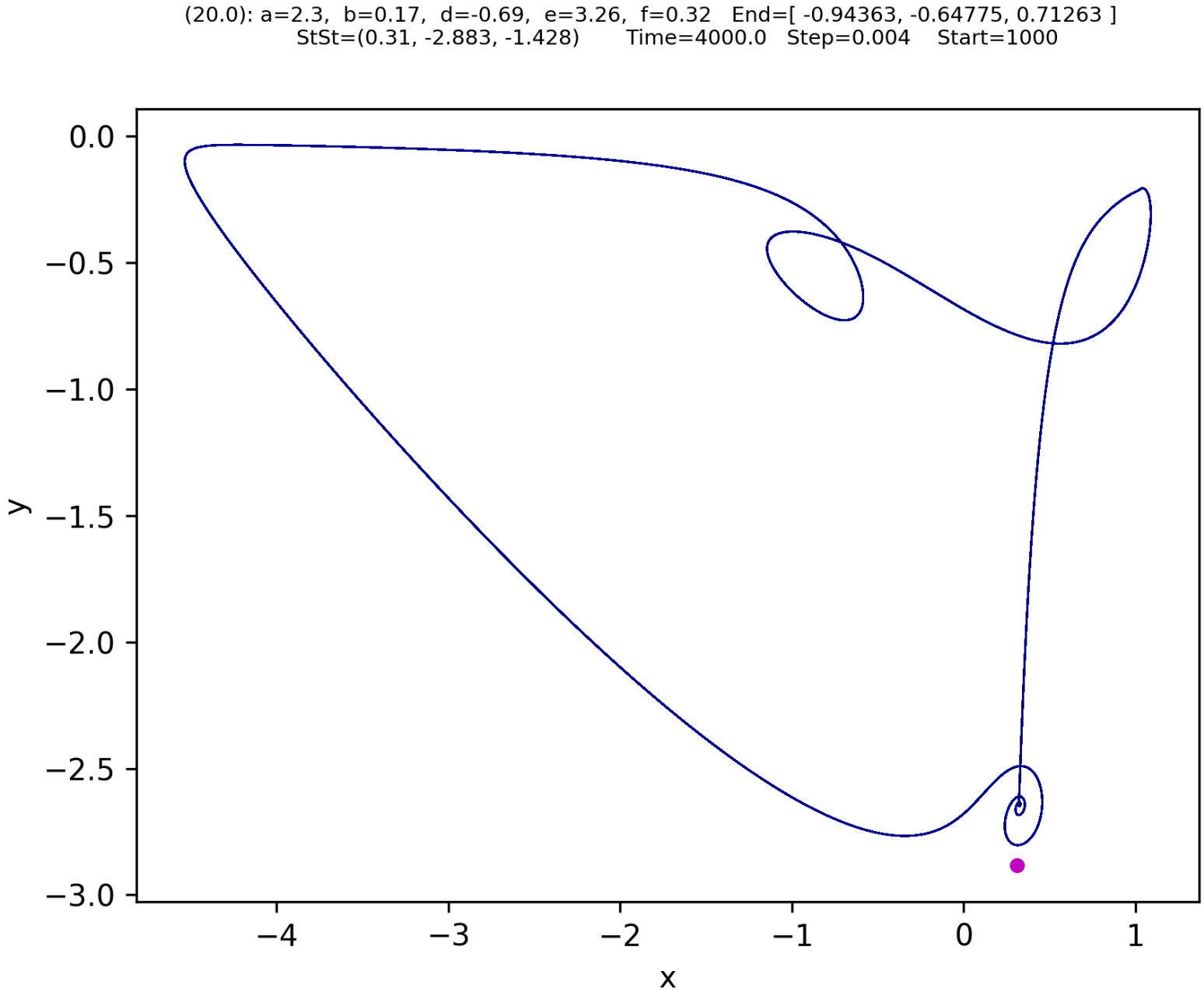


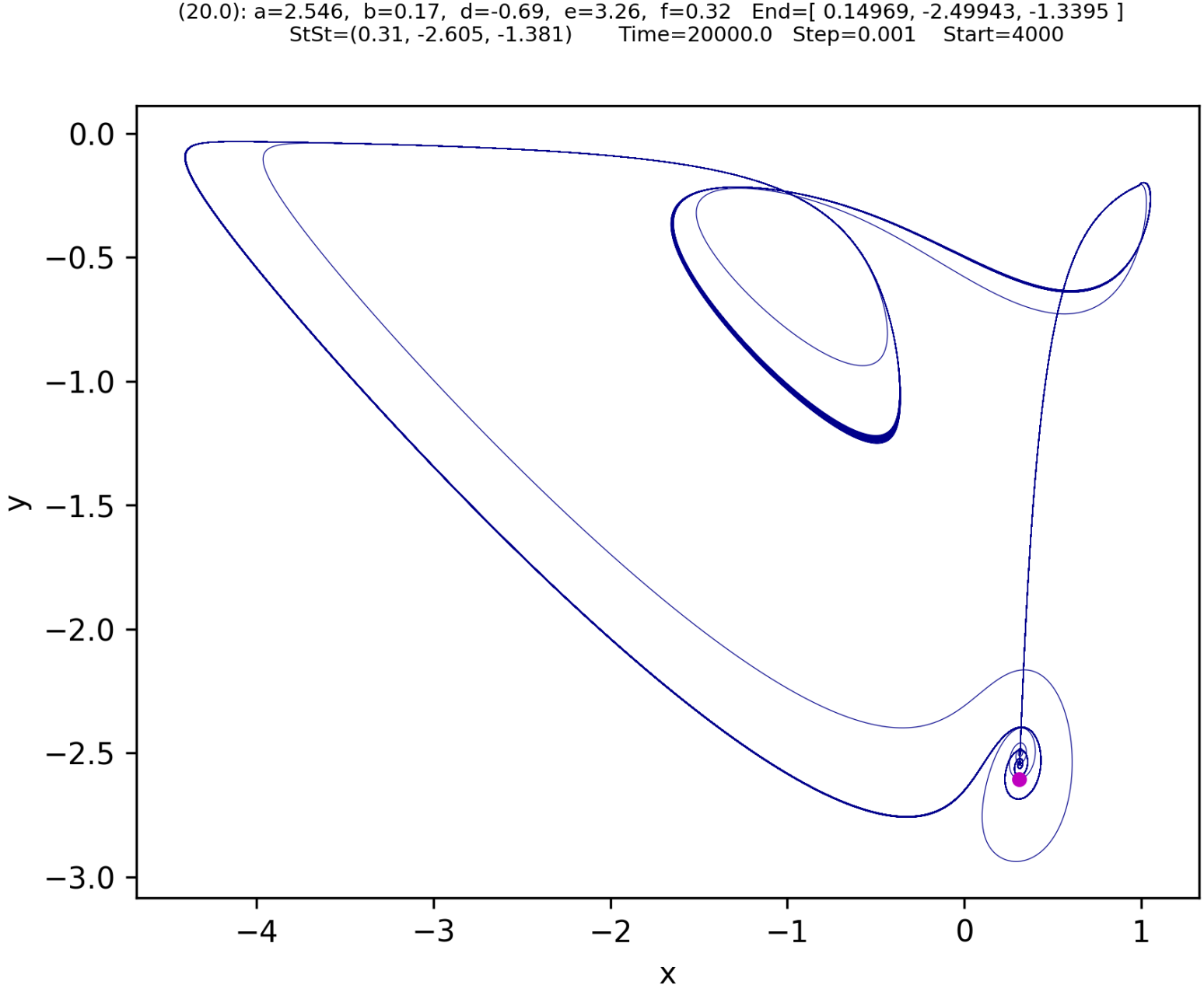
(13.5): a=2.06515, b=-2.67, d=-1.63, e=0.18, f=0.49   End=[5.58698, 0.33495, 0.60997]
StSt=(1.488, 3.342, 0.517) (-0.252, -1.302, -0.357)   Time=3000.0   Step=0.004   Start=2000

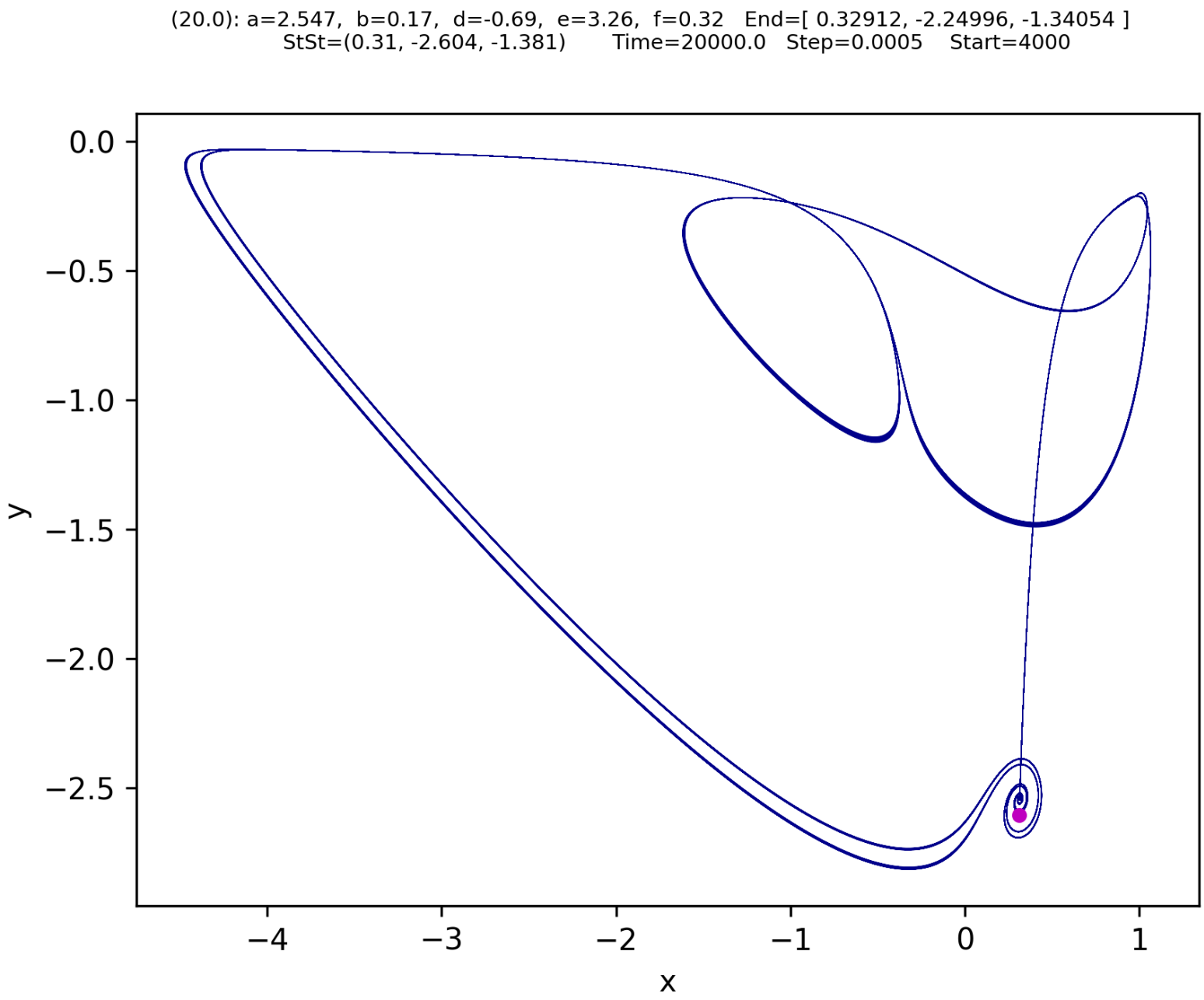


(13.5): a=2.065165, b=-2.67, d=-1.63, e=0.18, f=0.49 End=[15.76125, -6.82651, 0.77074]
StSt=(1.488 3.342 0.517) (-0.252 -1.302 -0.357) Time=1097.2 Step=0.005 Start=0

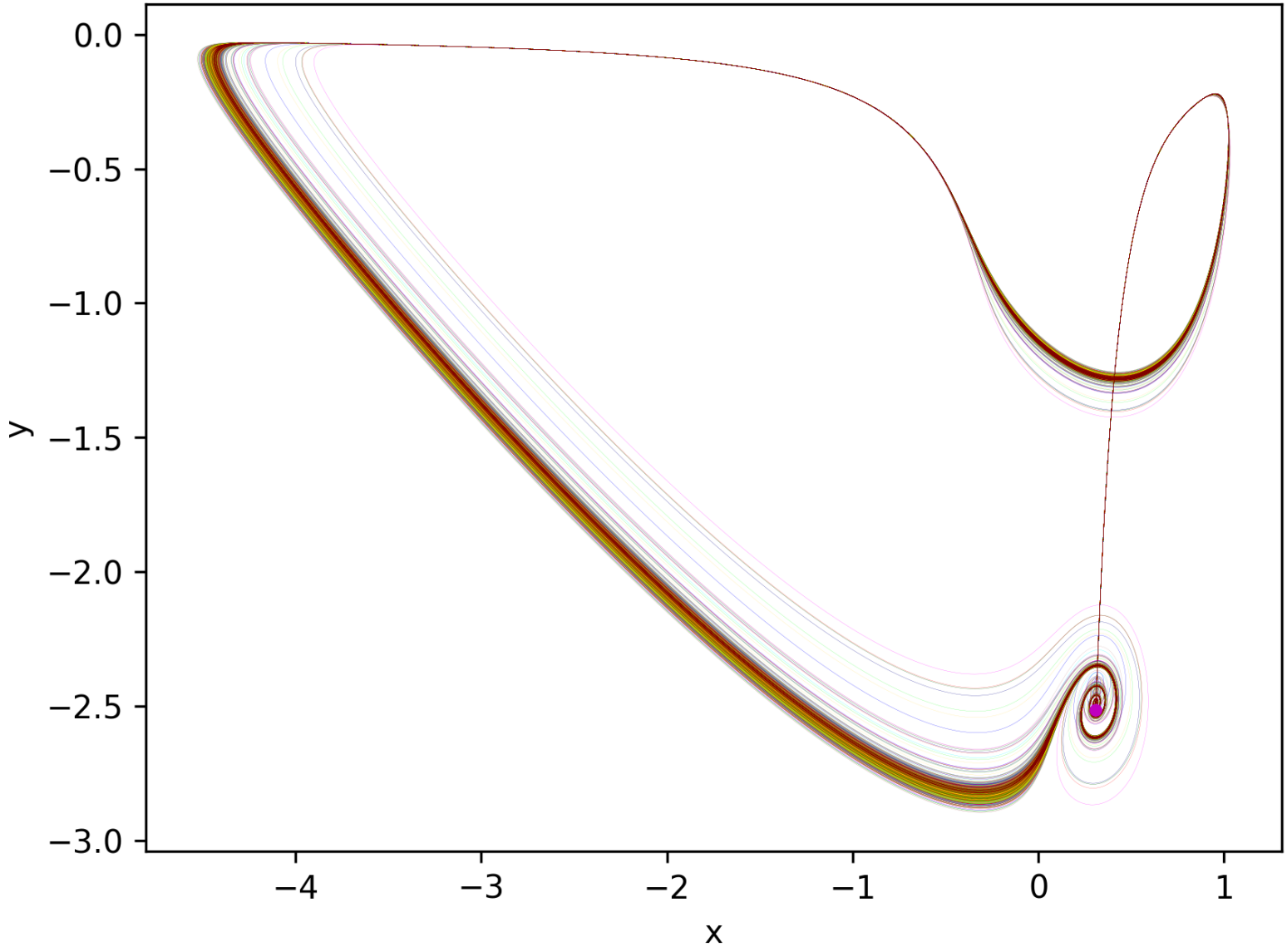


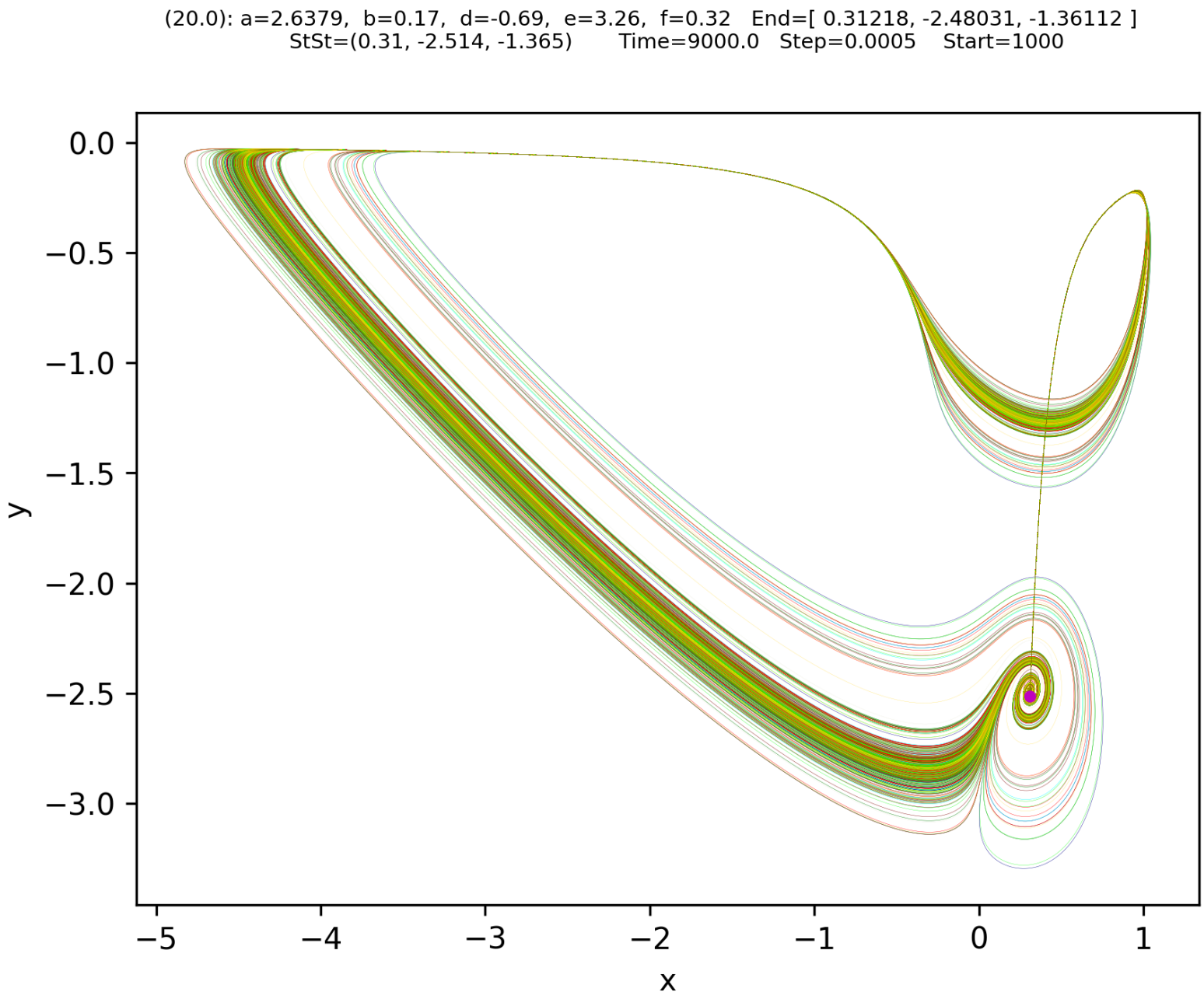

(20.0): a=2.3, b=0.17, d=-0.69, e=3.26, f=0.32 End=[-0.94363, -0.64775, 0.71263]
StSt=(0.31, -2.883, -1.428) Time=4000.0 Step=0.004 Start=1000
0.0
−0.5
−1.0
−1.5
−2.0
−2.5
−3.0
y
−4
−3
−2
−1
0
1
x

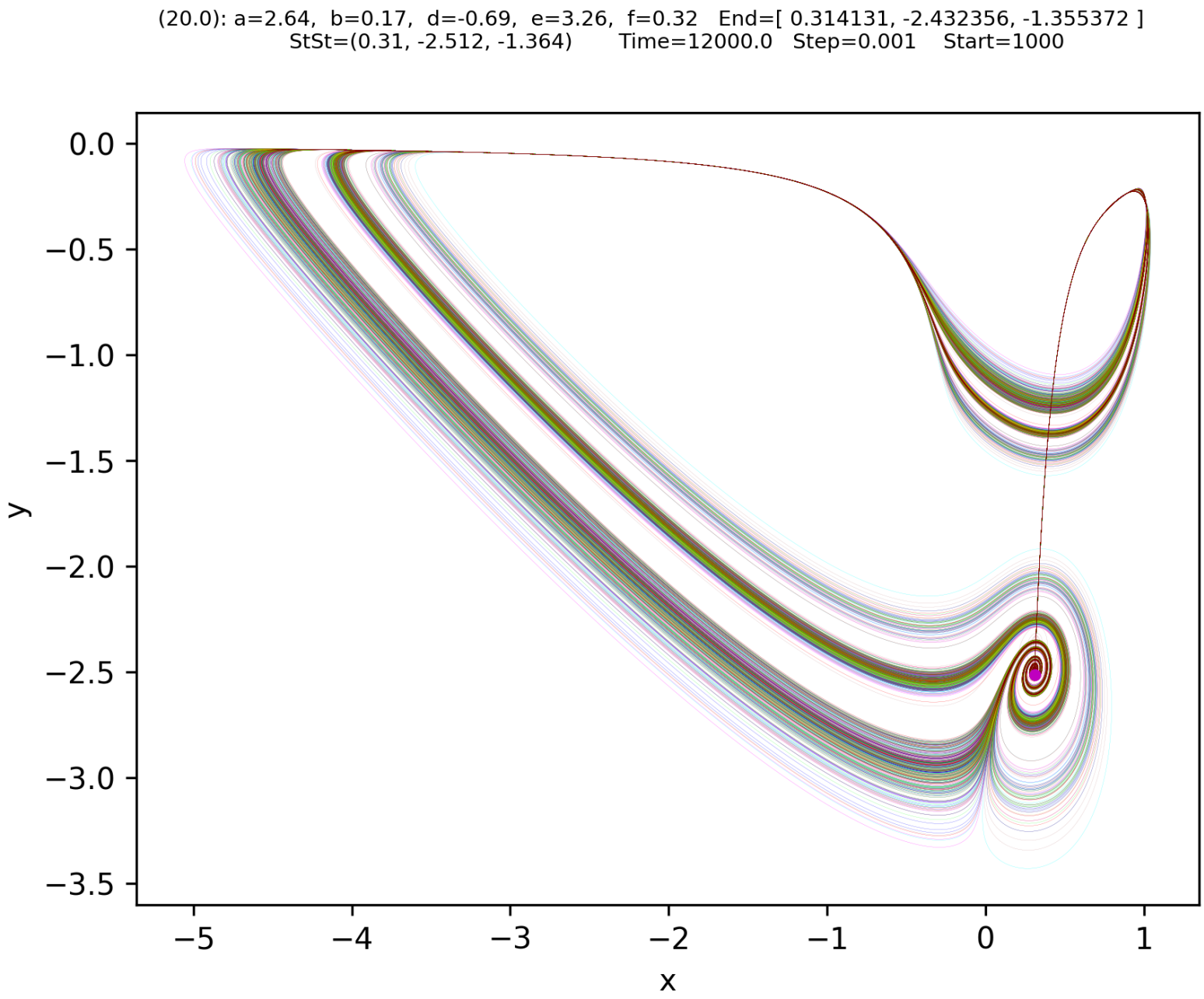

(20.0): a=2.546, b=0.17, d=-0.69, e=3.26, f=0.32 End=[0.14969, -2.49943, -1.3395]
StSt=(0.31, -2.605, -1.381) Time=20000.0 Step=0.001 Start=4000
0.0
−0.5
−1.0
−1.5
−2.0
−2.5
−3.0
y
−4
−3
−2
−1
0
1
x

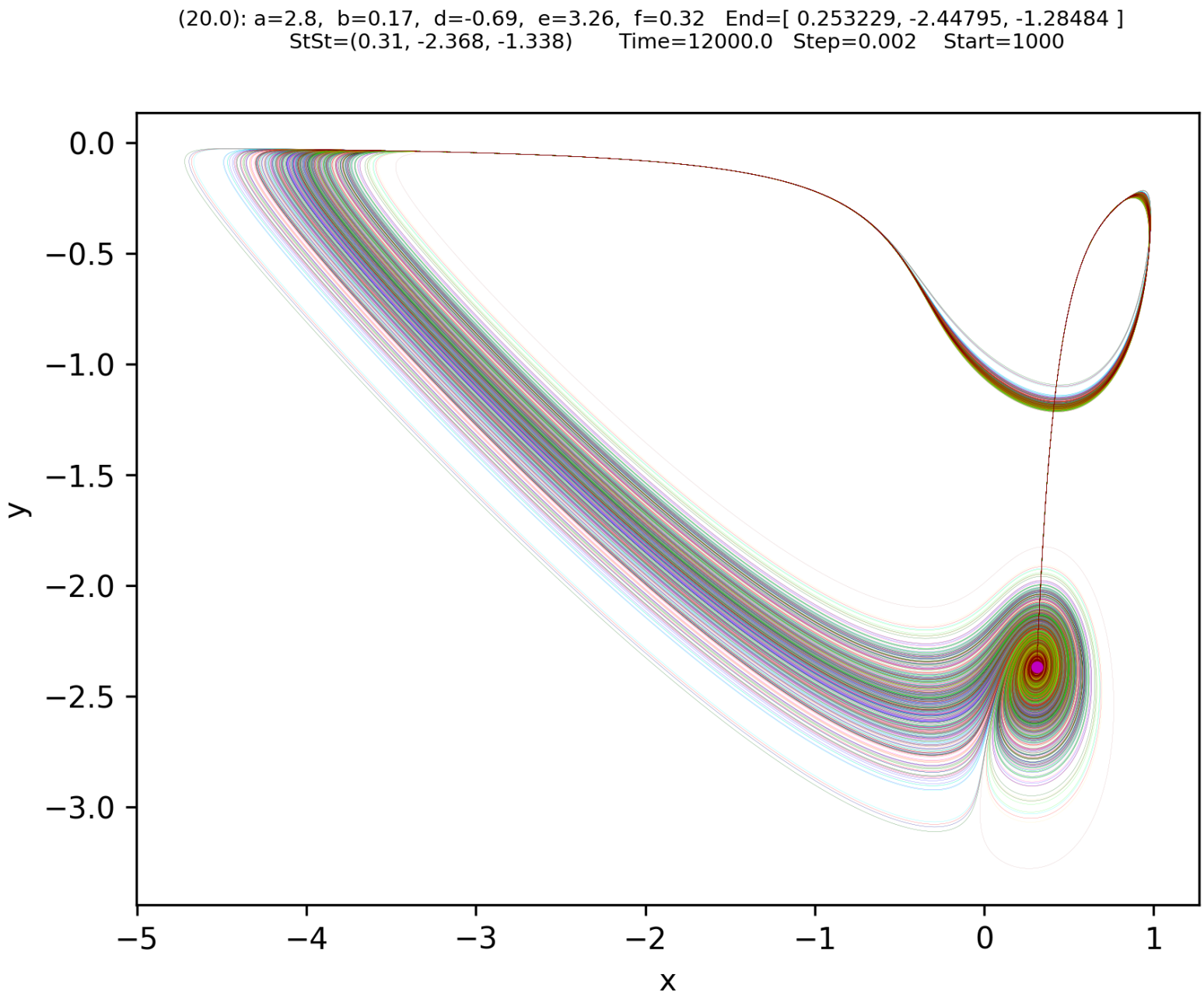

(20.0): a=2.547, b=0.17, d=-0.69, e=3.26, f=0.32 End=[0.32912, -2.24996, -1.34054]
StSt=(0.31, -2.604, -1.381) Time=20000.0 Step=0.0005 Start=4000
0.0
−0.5
−1.0
−1.5
−2.0
−2.5
y
−4
−3
−2
−1
0
1
x

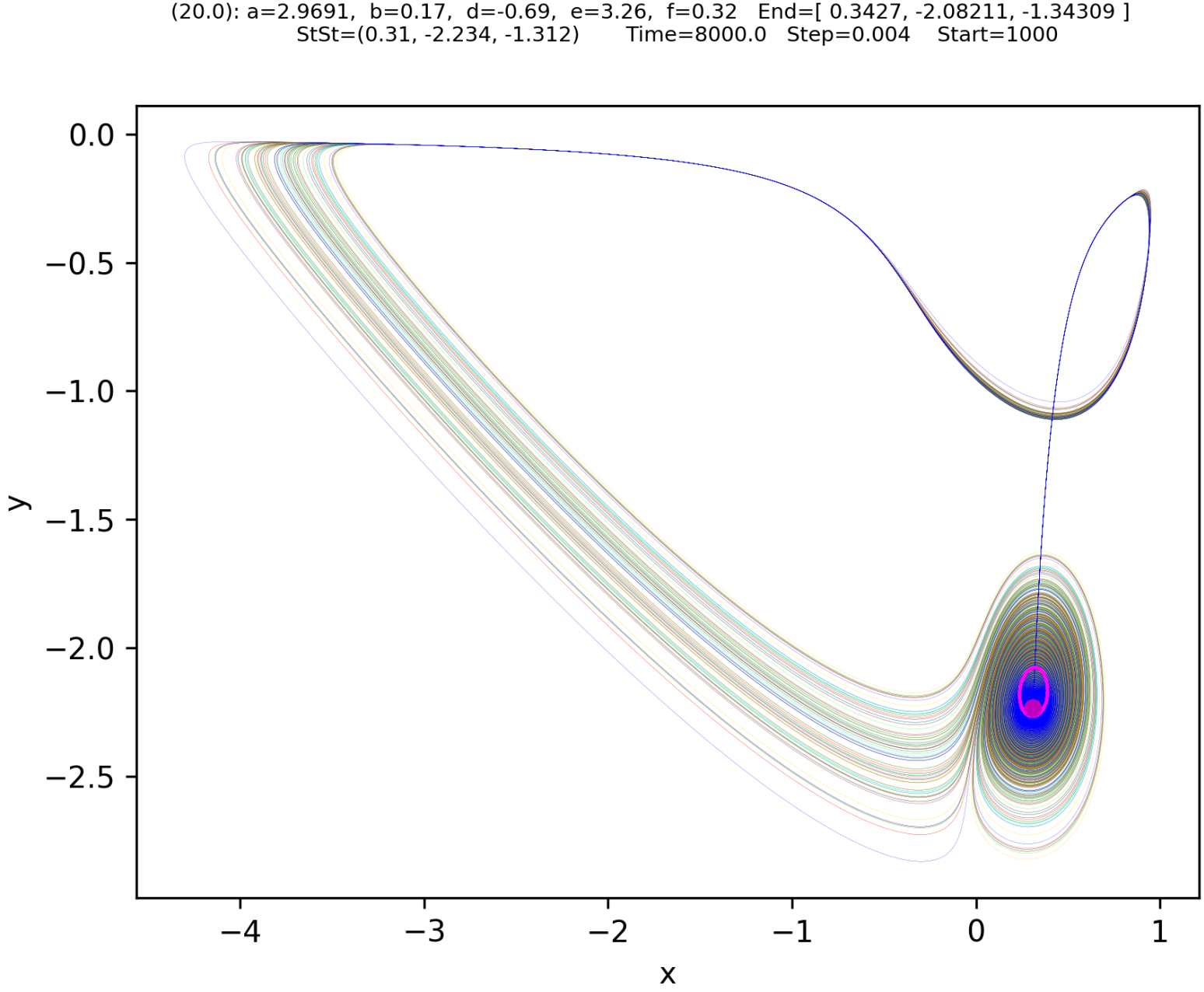
(20.0): a=2.6378, b=0.17, d=-0.69, e=3.26, f=0.32   End=[0.313873, -2.439255, -1.356293]
StSt=(0.31, -2.514, -1.365)   Time=15000.0   Step=0.001   Start=1000

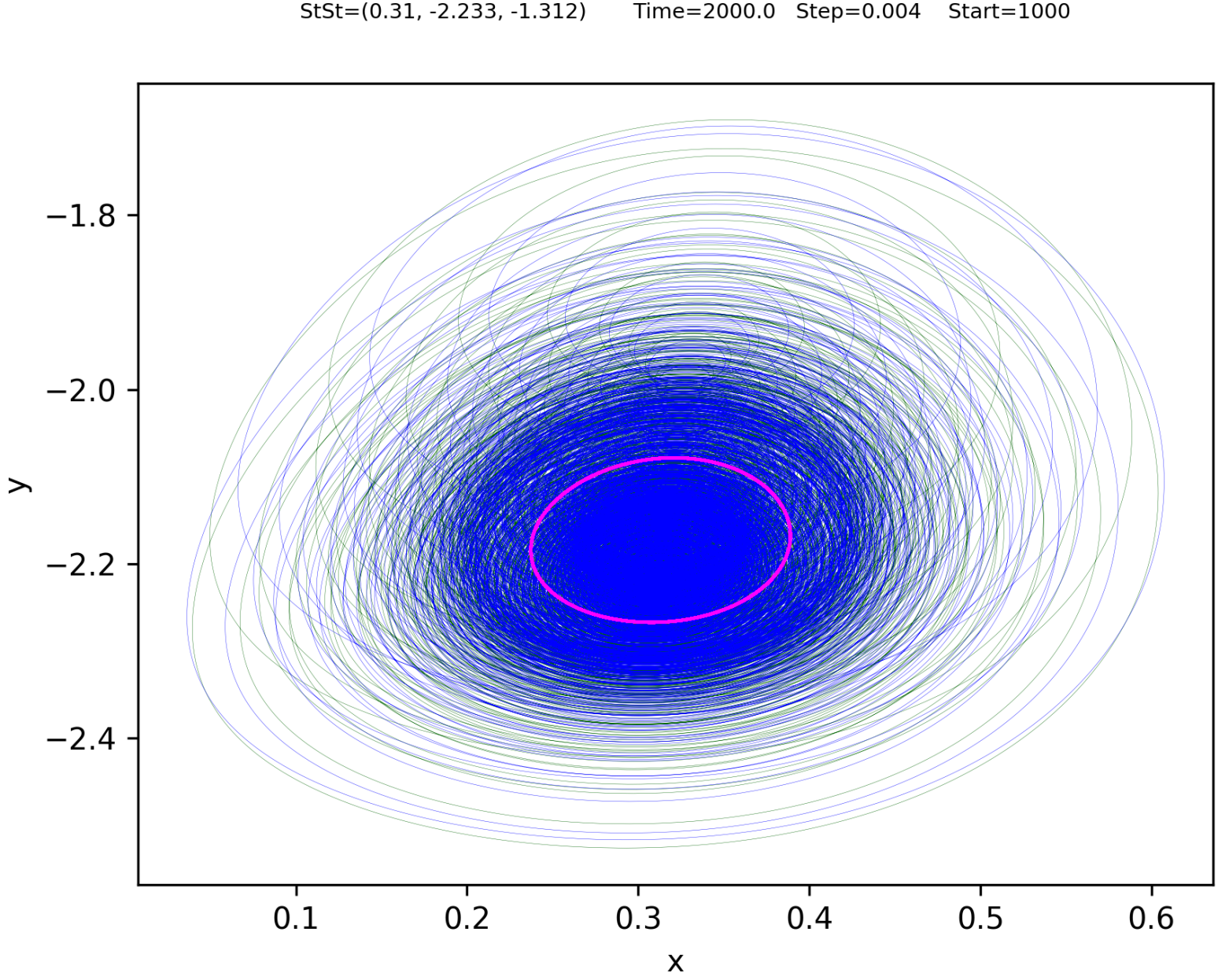



(20.0): a=2.6379, b=0.17, d=-0.69, e=3.26, f=0.32 End=[0.31218, -2.48031, -1.36112]
StSt=(0.31, -2.514, -1.365) Time=9000.0 Step=0.0005 Start=1000
0.0
−0.5
−1.0
−1.5
−2.0
−2.5
−3.0
y
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
x

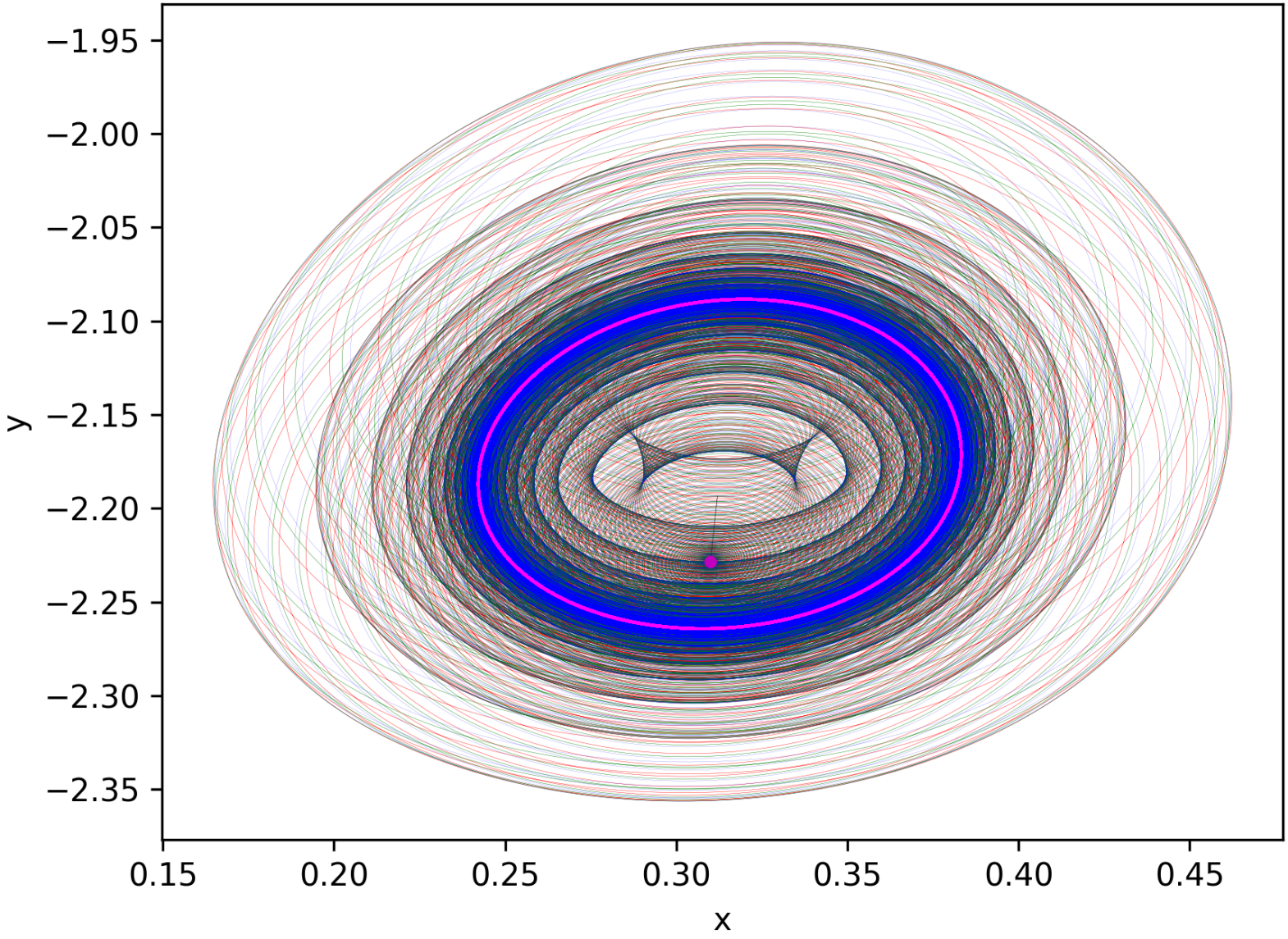

(20.0): a=2.64, b=0.17, d=-0.69, e=3.26, f=0.32 End=[0.314131, -2.432356, -1.355372]
StSt=(0.31, -2.512, -1.364) Time=12000.0 Step=0.001 Start=1000
0.0
−0.5
−1.0
−1.5
−2.0
−2.5
−3.0
−3.5
y
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
x

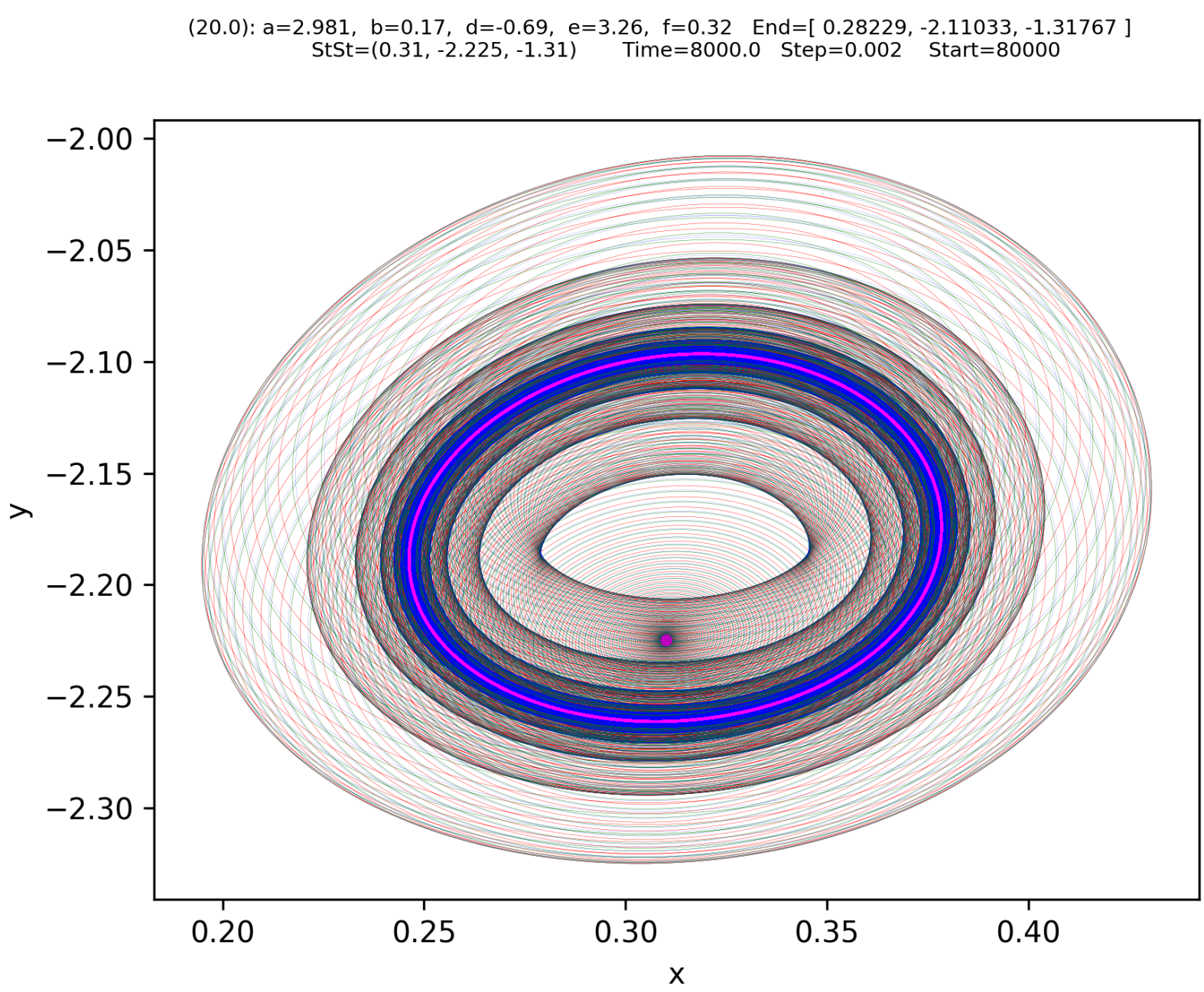

(20.0): a=2.8, b=0.17, d=-0.69, e=3.26, f=0.32 End=[0.253229, -2.44795, -1.28484]
StSt=(0.31, -2.368, -1.338) Time=12000.0 Step=0.002 Start=1000
0.0
−0.5
−1.0
−1.5
−2.0
−2.5
−3.0
y
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
x

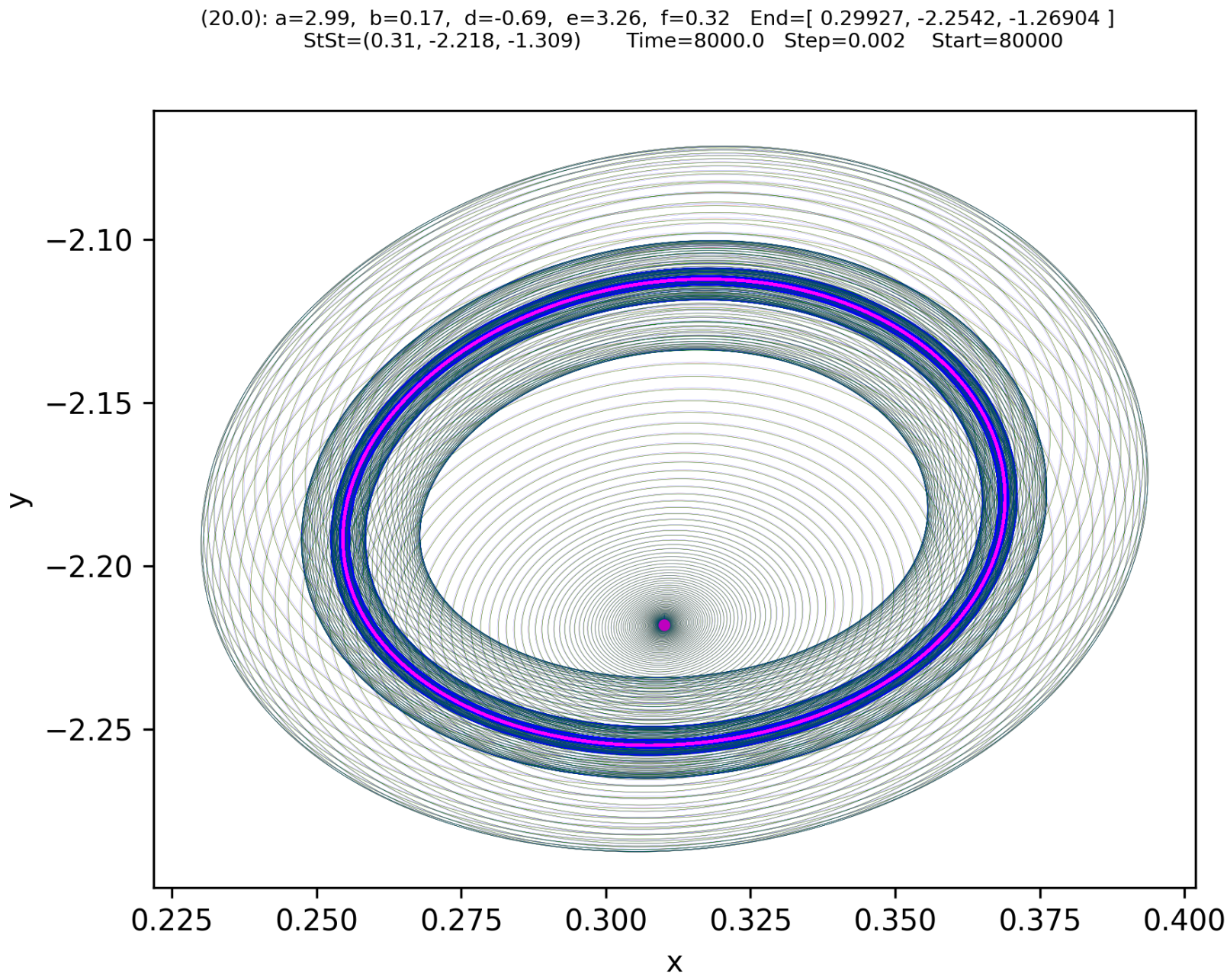

(20.0): a=2.9691, b=0.17, d=-0.69, e=3.26, f=0.32 End=[0.3427, -2.08211, -1.34309]
StSt=(0.31, -2.234, -1.312) Time=8000.0 Step=0.004 Start=1000
0.0
−0.5
−1.0
−1.5
−2.0
−2.5
y
−4
−3
−2
−1
0
1
x

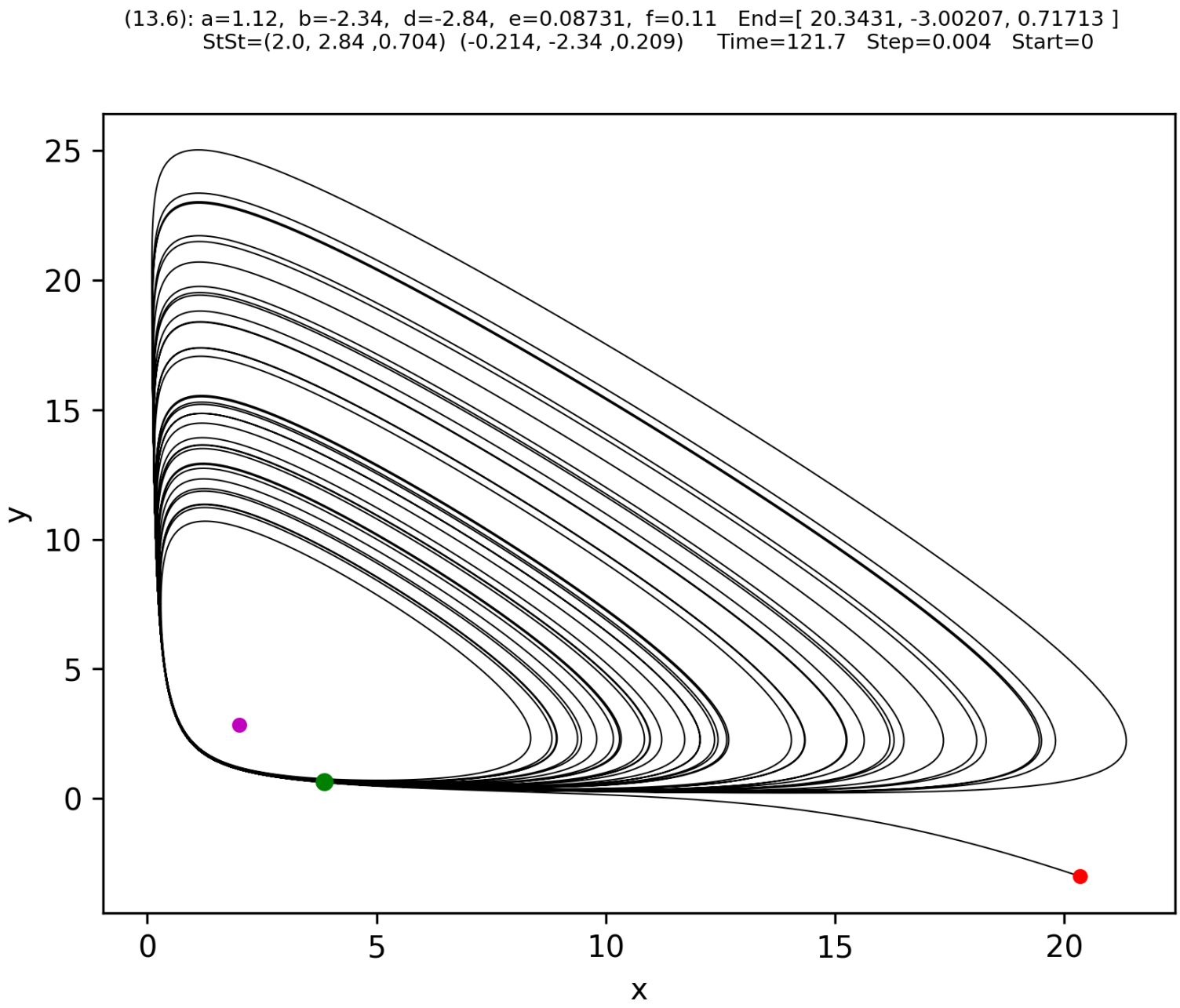

(20.0): a=2.9697, b=0.17, d=-0.69, e=3.26, f=0.32 End=[0.34568, -2.25596, -1.27559]
StSt=(0.31, -2.233, -1.312) Time=2000.0 Step=0.004 Start=1000
−1.8
−2.0
−2.2
−2.4
y
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
x

(20.0): a=2.976, b=0.17, d=-0.69, e=3.26, f=0.32   End=[0.32587, -2.08873, -1.3378]
StSt=(0.31, -2.228, -1.311)   Time=8000.0   Step=0.002   Start=50000

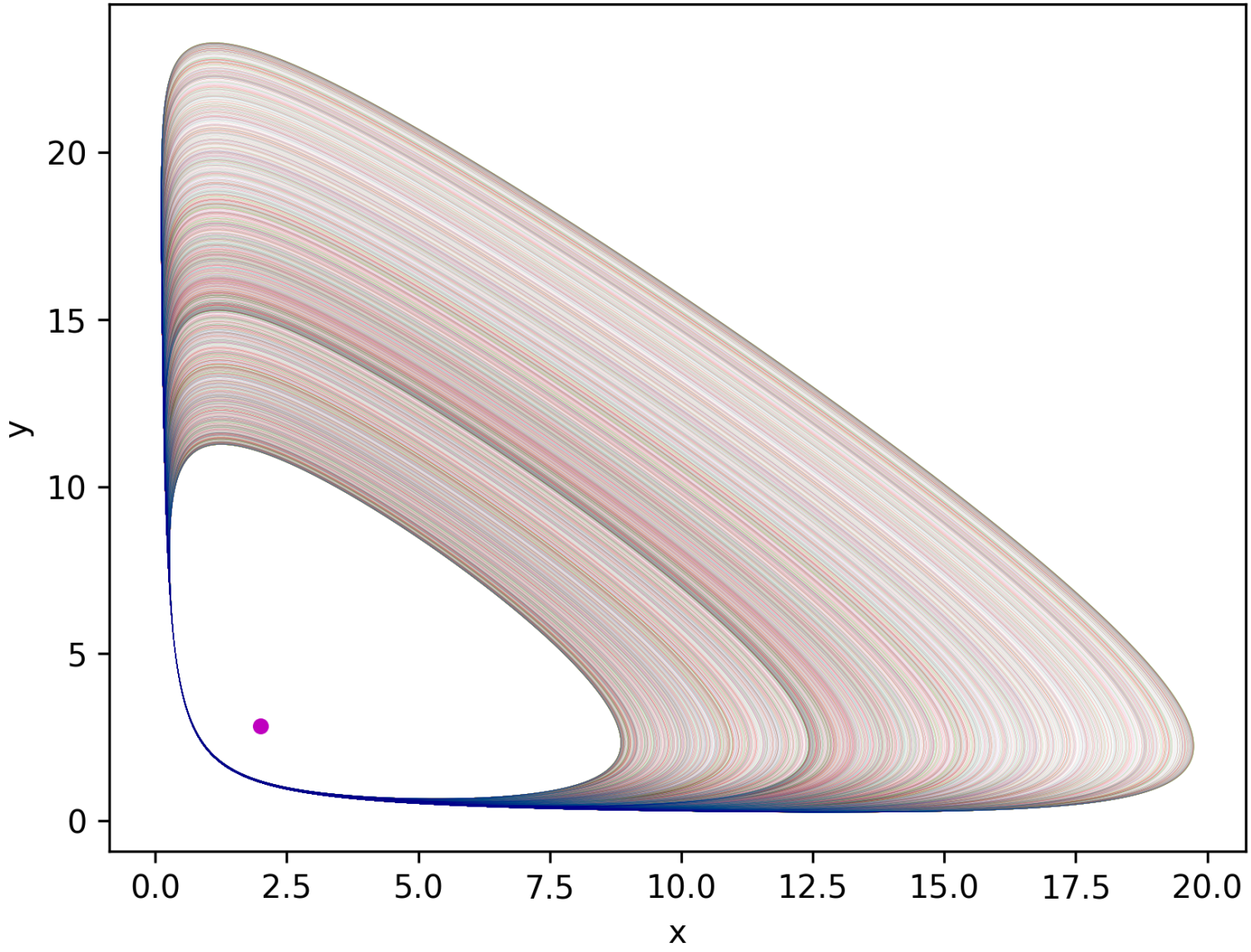



(20.0): a=2.981, b=0.17, d=-0.69, e=3.26, f=0.32 End=[0.28229, -2.11033, -1.31767]
StSt=(0.31, -2.225, -1.31) Time=8000.0 Step=0.002 Start=80000
−2.00
−2.05
−2.10
−2.15
−2.20
−2.25
−2.30
y
0.20
0.25
0.30
0.35
0.40
x

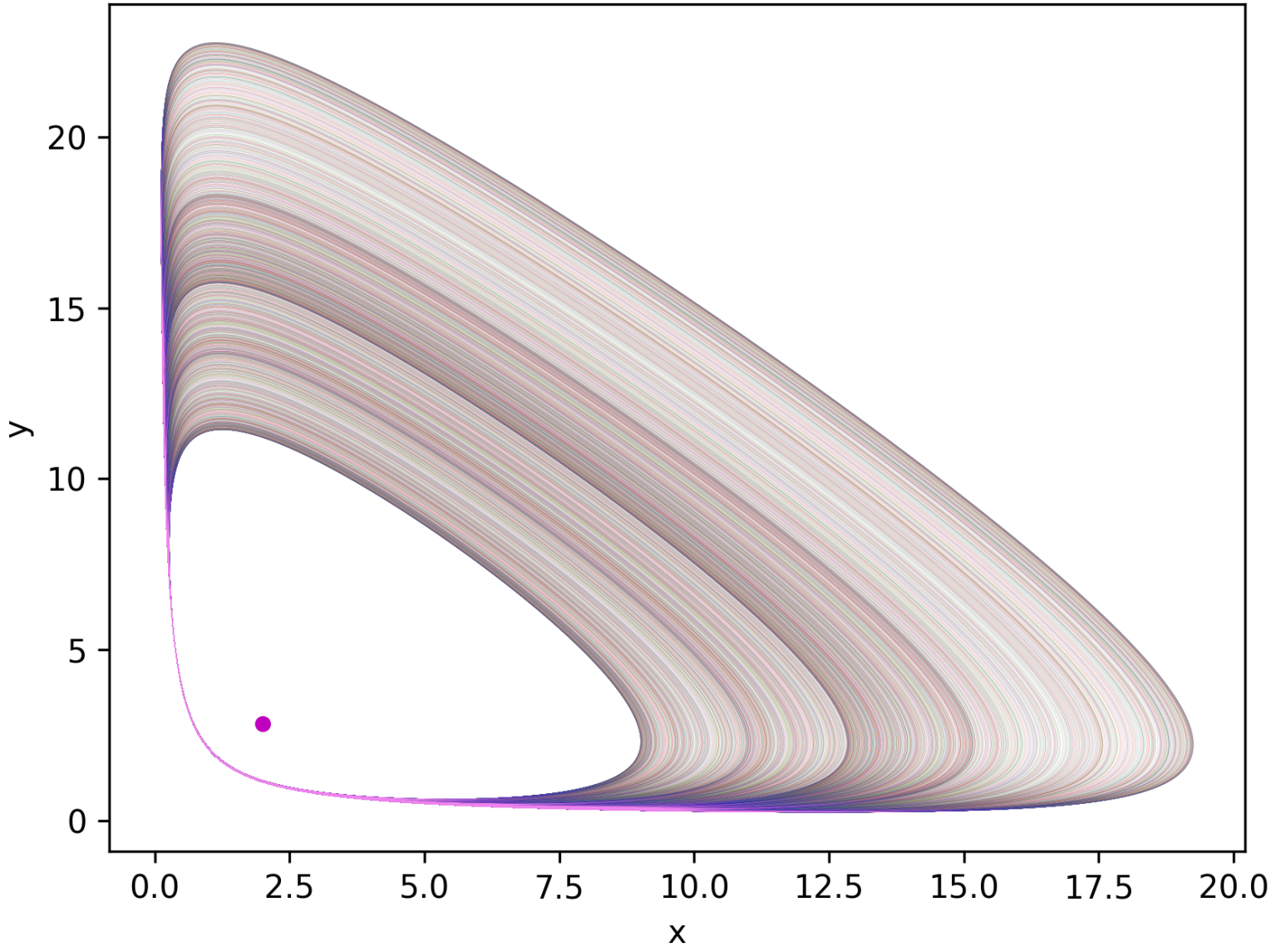

(20.0): a=2.99, b=0.17, d=-0.69, e=3.26, f=0.32 End=[0.29927, -2.2542, -1.26904]
StSt=(0.31, -2.218, -1.309) Time=8000.0 Step=0.002 Start=80000
−2.10
−2.15
−2.20
−2.25
y
0.225
0.250
0.275
0.300
0.325
0.350
0.375
0.400
x


(13.6): a=1.12, b=-2.34, d=-2.84, e=0.08731, f=0.11 End=[20.3431, -3.00207, 0.71713]
StSt=(2.0, 2.84 ,0.704) (-0.214, -2.34 ,0.209) Time=121.7 Step=0.004 Start=0
25
20
15
10
5
0
y
0
5
10
15
20
x

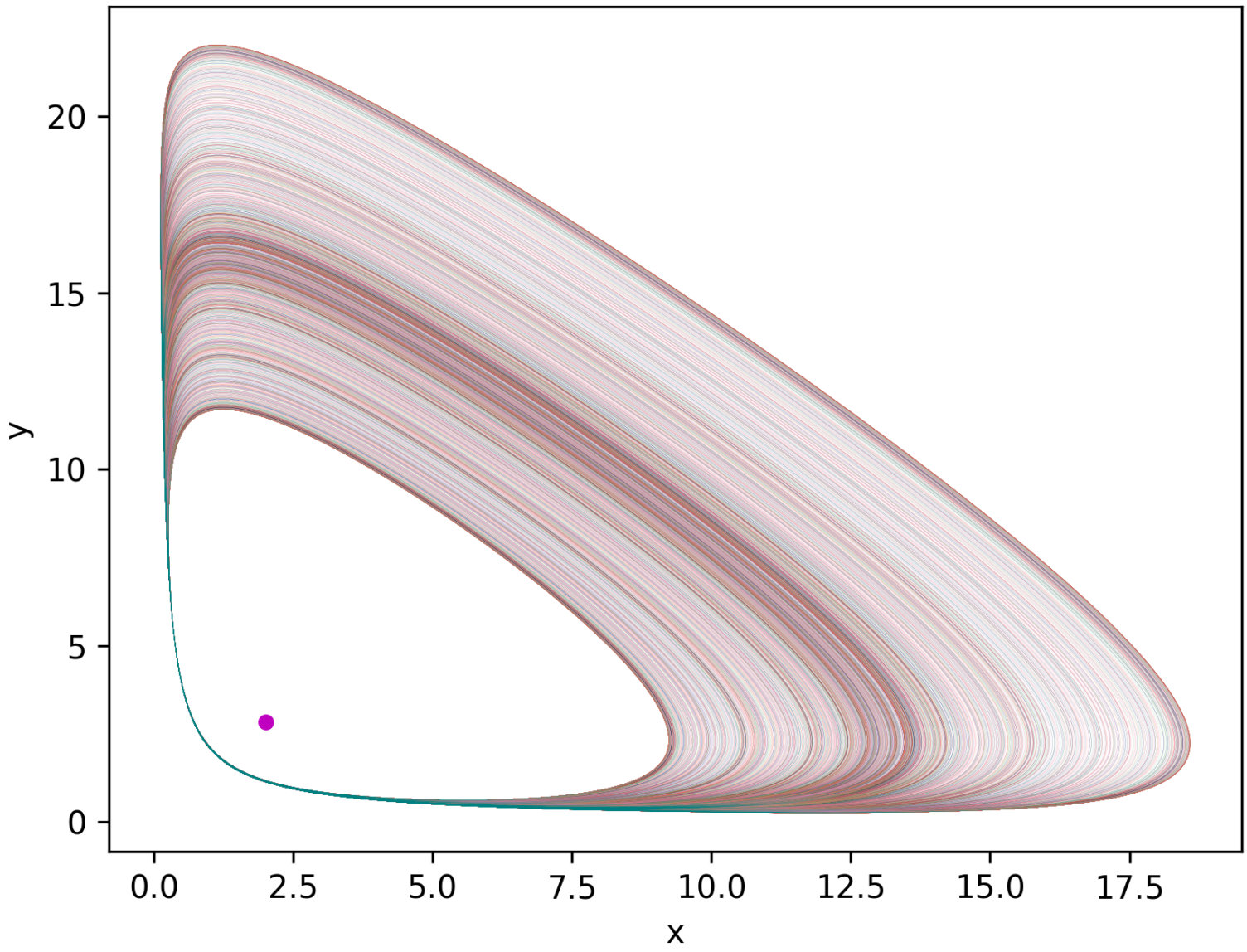
(13.6): a=1.12, b=-2.34, d=-2.84, e=0.08732, f=0.11   End=[0.32852, 5.82963, 0.84998]
StSt=(2.0, 2.84 ,0.704) (-0.214, -2.34 ,0.209)   Time=2500.0   Step=0.002   Start=1000



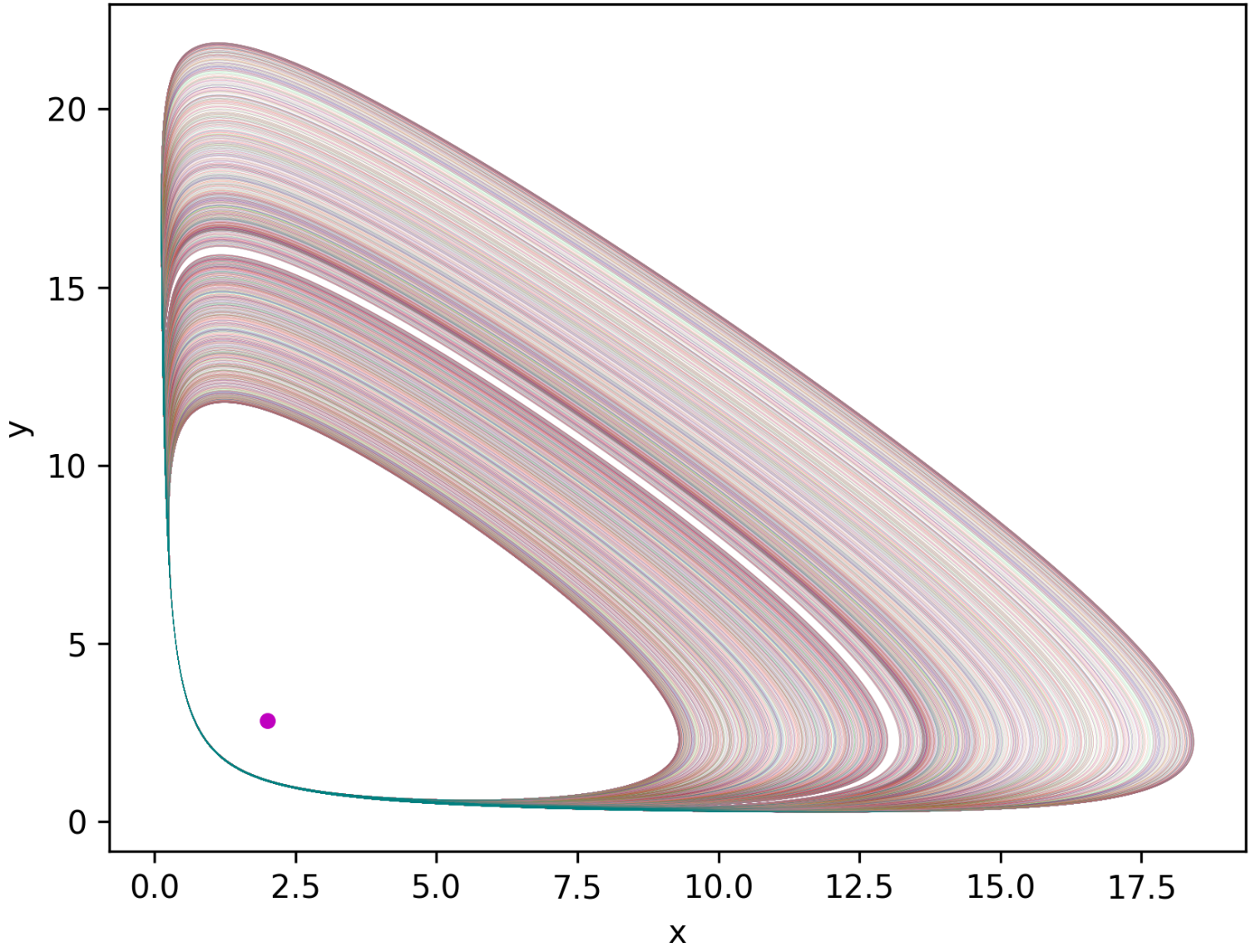
(13.6): a=1.12, b=-2.34, d=-2.84, e=0.08736, f=0.11   End=[1.20285, 1.79231, 0.81387]
StSt=(2.0, 2.84 ,0.704) (-0.214, -2.34 ,0.209)   Time=2500.0   Step=0.002   Start=1000

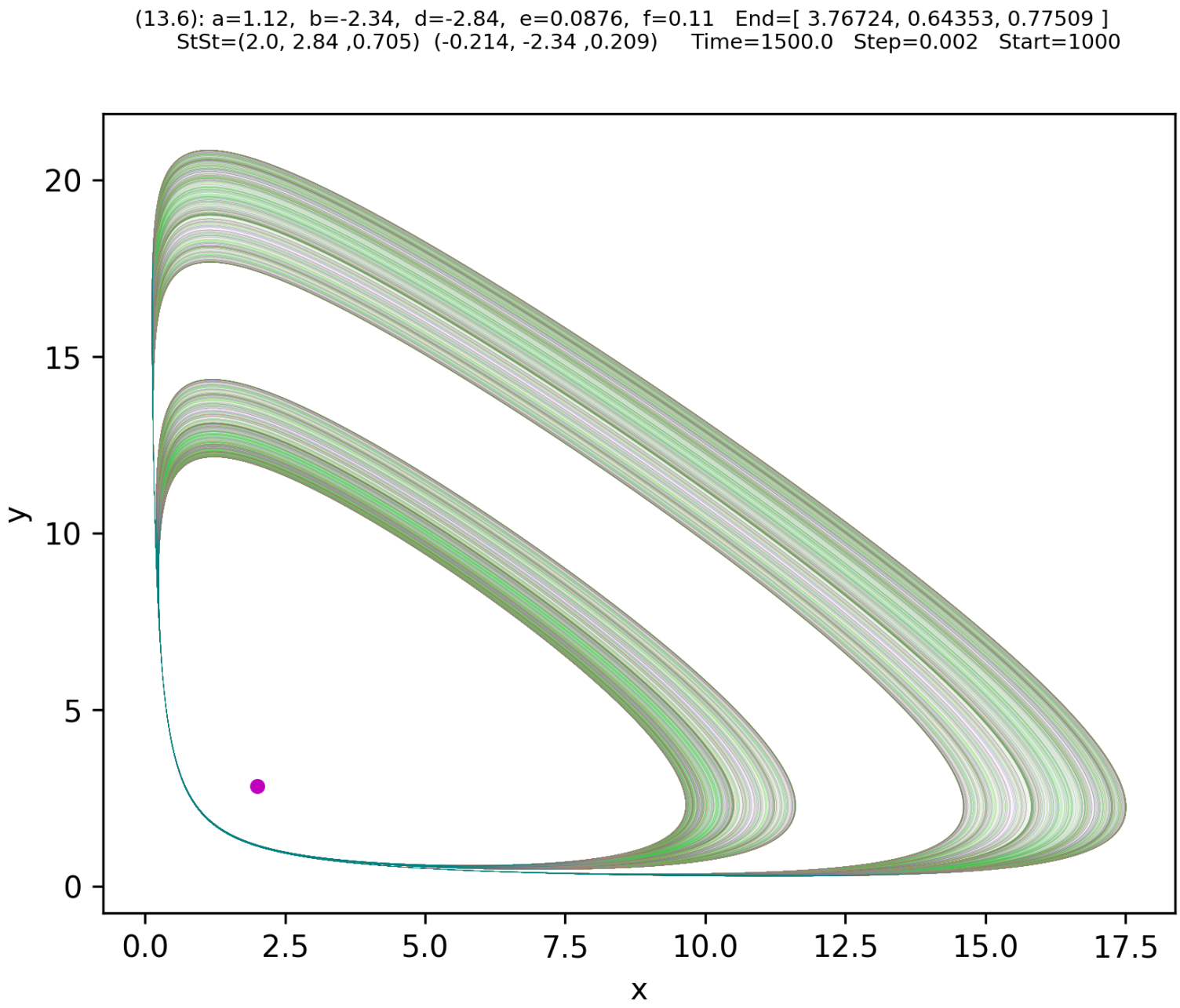


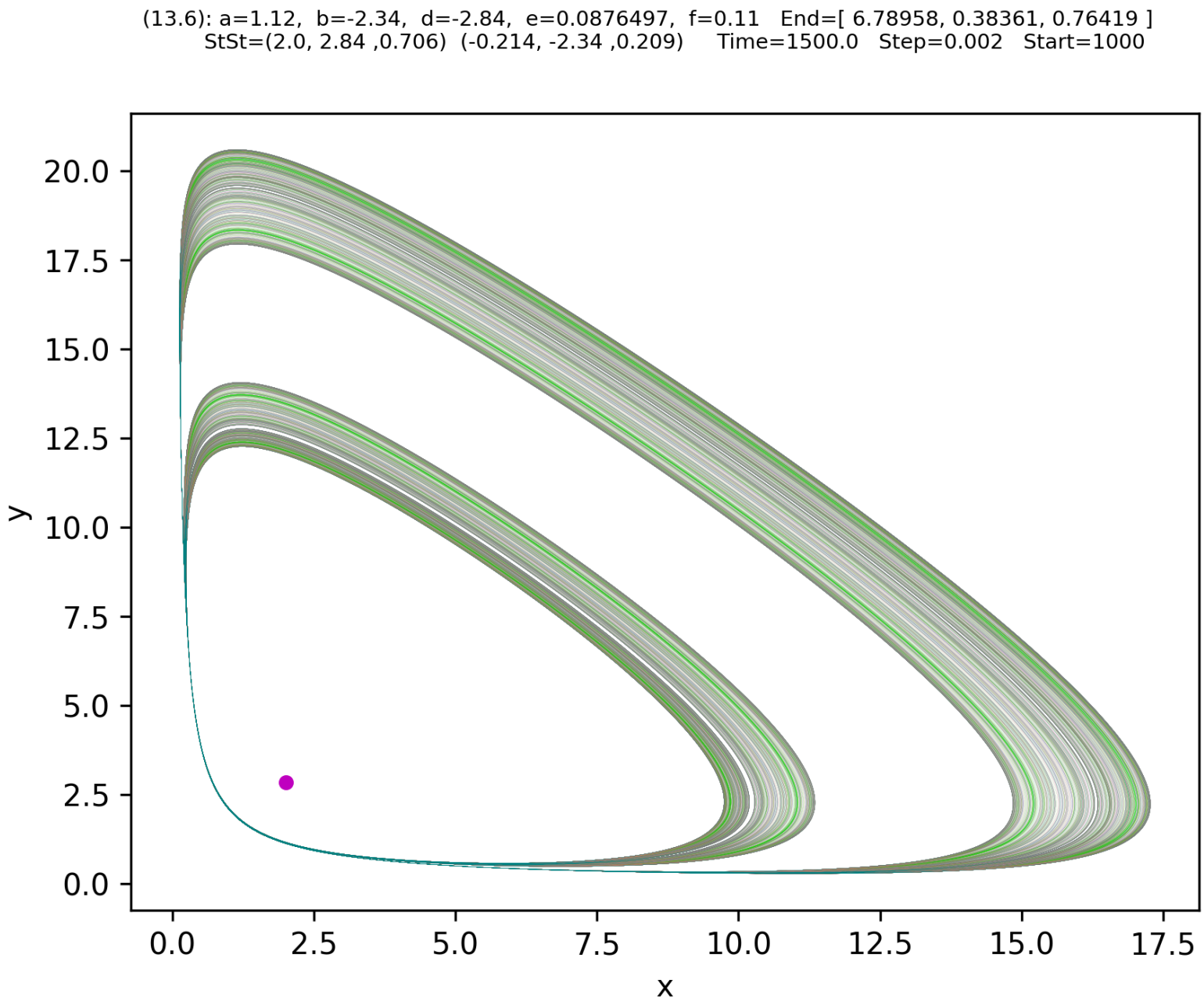
(13.6): a=1.12, b=-2.34, d=-2.84, e=0.08743, f=0.11 End=[1.45174, 1.50962, 0.80349]
StSt=(2.0, 2.84 ,0.705) (-0.214, -2.34 ,0.209) Time=2000.0 Step=0.002 Start=1000



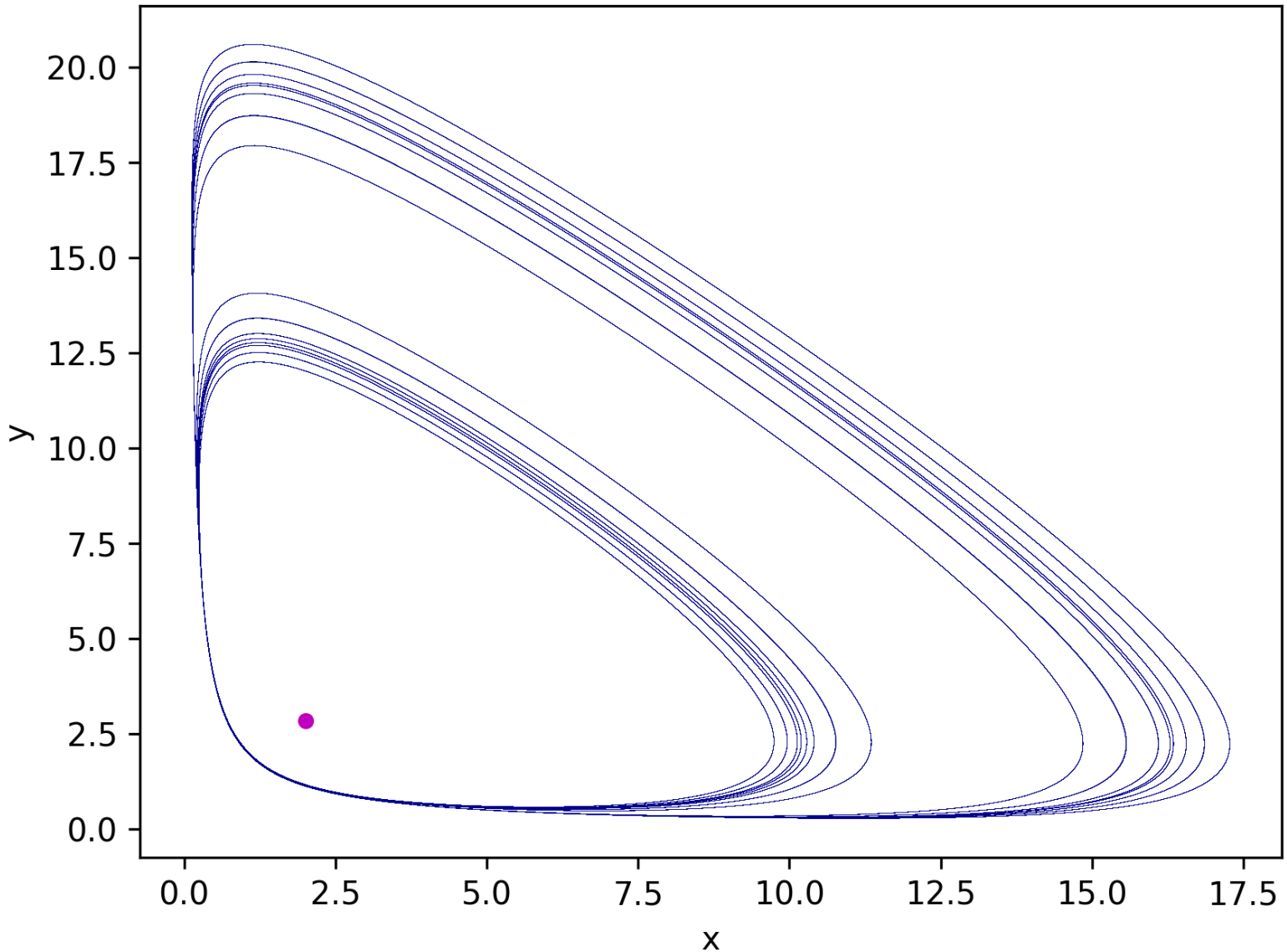
(13.6): a=1.12, b=-2.34, d=-2.84, e=0.08745, f=0.11   End=[0.41804, 4.58463, 0.84908]
StSt=(2.0, 2.84 ,0.705) (-0.214, -2.34 ,0.209)   Time=2000.0   Step=0.002   Start=1000



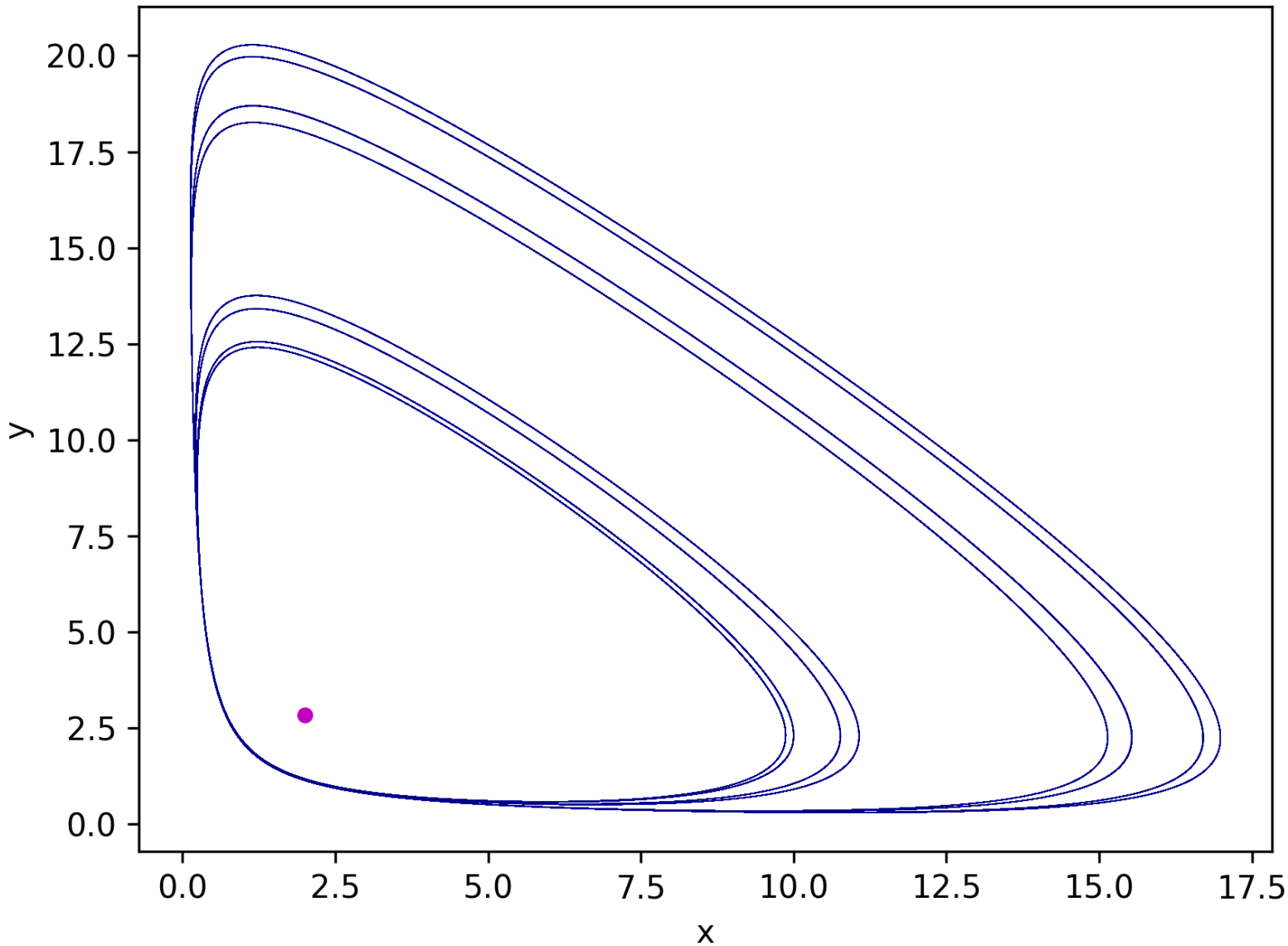

(13.6): a=1.12, b=-2.34, d=-2.84, e=0.0876, f=0.11 End=[3.76724, 0.64353, 0.77509]
StSt=(2.0, 2.84 ,0.705) (-0.214, -2.34 ,0.209) Time=1500.0 Step=0.002 Start=1000
20
15
10
5
0
y
0.0
2.5
5.0
7.5
10.0
12.5
15.0
17.5
x


(13.6): a=1.12, b=-2.34, d=-2.84, e=0.0876497, f=0.11 End=[6.78958, 0.38361, 0.76419]
StSt=(2.0, 2.84 ,0.706) (-0.214, -2.34 ,0.209) Time=1500.0 Step=0.002 Start=1000
20.0
17.5
15.0
12.5
10.0
7.5
5.0
2.5
0.0
y
0.0
2.5
5.0
7.5
10.0
12.5
15.0
17.5
x

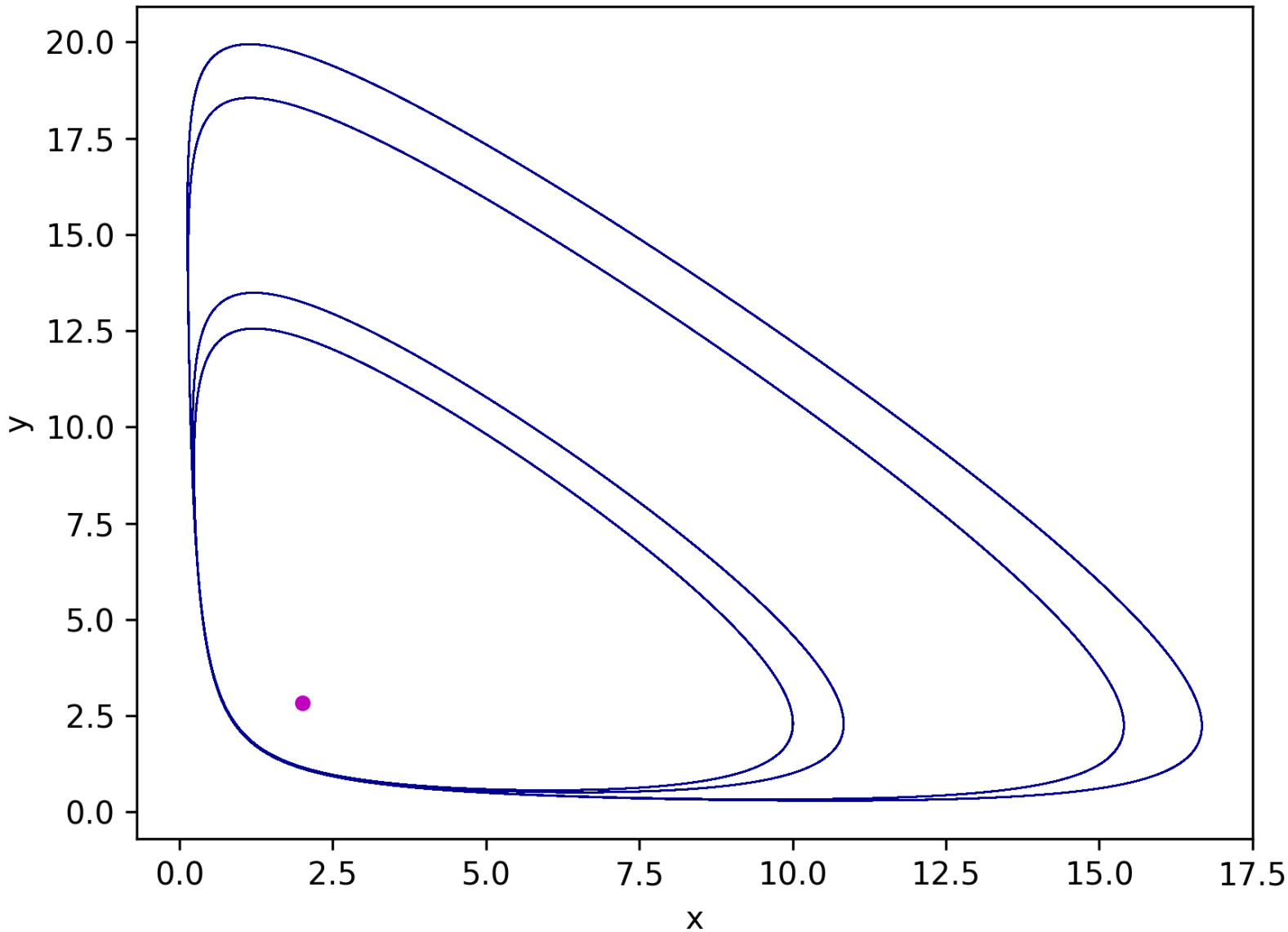
(13.6): a=1.12, b=-2.34, d=-2.84, e=0.08765, f=0.11   End=[0.60036, 3.27742, 0.8247]
StSt=(2.0, 2.84 ,0.706) (-0.214, -2.34 ,0.209)   Time=6000.0   Step=0.002   Start=2000

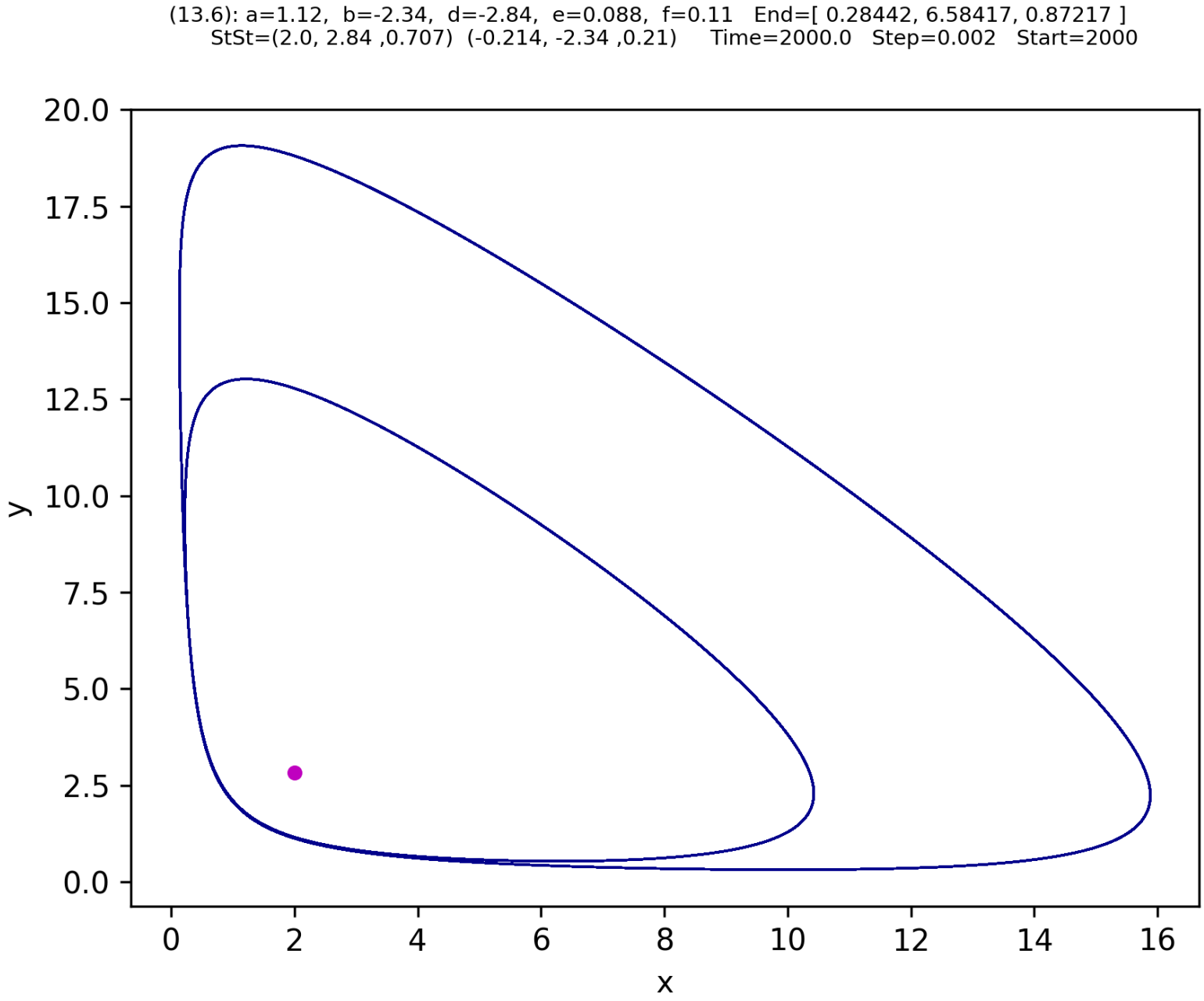


(13.6): a=1.12, b=-2.34, d=-2.84, e=0.08772, f=0.11   End=[9.21368, 0.76, 0.77199]
StSt=(2.0, 2.84 ,0.706) (-0.214, -2.34 ,0.209)   Time=4000.0   Step=0.002   Start=2000



(13.6): a=1.12, b=-2.34, d=-2.84, e=0.0878, f=0.11   End=[0.16691, 11.0135, 0.89715]
StSt=(2.0, 2.84 ,0.706) (-0.214, -2.34 ,0.21)   Time=2000.0   Step=0.002   Start=2000




(13.6): a=1.12, b=-2.34, d=-2.84, e=0.088, f=0.11 End=[0.28442, 6.58417, 0.87217]
StSt=(2.0, 2.84 ,0.707) (-0.214, -2.34 ,0.21) Time=2000.0 Step=0.002 Start=2000
20.0
17.5
15.0
12.5
10.0
7.5
5.0
2.5
0.0
y
0
2
4
6
8
10
12
14
16
x

(13.6): a=1.12, b=-2.34, d=-2.84, e=0.09, f=0.11   End=[0.41721, 4.57903, 0.84793]
StSt=(2.0, 2.84 ,0.715) (-0.214, -2.34 ,0.212)   Time=2000.0   Step=0.002   Start=2000

